“ISTRUITEVI, PERCHE’ AVREMO BISOGNO DI TUTTA LA NOSTRA INTELLIGENZA” [1]

Luigi Mussio [(1)] – Eliana Paola Tonelli [(2)]
[(1)] Politecnico di Milano – DICA – Piazza Leonardo da Vinci, 32 – 20133 Milano
Tel. 02-2399-6501 – Fax 02-2399-6602 – e-mail luigi.mussio@polimi.it
[(2)] Politecnico di Milano – DABC – Piazza Leonardo da Vinci, 32 – 20133 Milano
Tel. 02-2399-6515 – Fax 02-2399-6550 – e-mail elianapaola.tonelli@polimi.it

Riassunto – Il lavoro, titolato con un appello/invito all’istruzione, si apre con una lettera di Raffaello Sanzio e di Baldassarre Castiglione, sulla necessità di preservare i beni culturali degli antichi, con rilevamenti accurati e precisi, ed una rappresentazione appropriata. Dopodiché il primo tema, lungamente trattato, verte su una critica dialettica del Trattamento delle osservazioni, in quanto disciplina centrale, da sempre e maggiormente oggigiorno, per tutte le discipline del rilevamento. Nel seguito, esempi concreti sono intervallati a discorsi culturali, cosicché alcune mappe, per disegnare il mondo, ed il progetto di un blocco fotogrammetrico, per ottenere un DEM di alta precisione, sono giustapposti alle conferenze di Edmund Husserl e di David Hilbert (un insigne filosofo, di formazione matematica, ed un famosissimo matematico, attento anche a questioni di filosofia), perché trovate le soluzioni sono cambiati i problemi. Concludendo complementi di trattamento delle osservazioni sono inerenti la modellazione di serie temporali e di campi di punti, a referenza spaziale.

Introduzione

Cultura e politica non sono mai separabili per qualsiasi persona impegnata nel suo presente e verso il futuro, ma nessuna strada è tracciata a priori: le scelte possibili non sono neutre e chiedono grande responsabilità (un esempio nella lettera di Raffaello Sanzio d’Urbino e Baldassarre Castiglione a Papa Leone X, al secolo Giovanni di Lorenzo de' Medici, dove si tratta anche di misure, di strumenti necessari e della loro precisione).

Sono molti, Padre Santissimo, i quali misurando col loro picciolo giudicio le cose grandissime che delli Romani circa l'arme, e della Città di Roma circa al mirabile artificio, ai ricchi ornamenti e alla grandezza degli edifici si scrivono, quelle più presto stimano favolose che vere.
Ma altrimenti a me suole avvenire, perché considerando delle reliquie che ancor si veggono delle ruine di Roma la divinità di quegli animi antichi, non istimo fuor di ragione il credere che molte cose a noi paiano impossibili che ad essi erano facilissime.
Però, essendo io stato assai studioso di queste antiquità e avendo posto non picciola cura in cercarle minutamente e misurarle con diligenza, e, leggendo i buoni autori, confrontare l'opere con le scritture, penso di aver conseguito qualche notizia dell'architettura antica.
Il che in un punto mi dà grandissimo piacere, per la cognizione di cosa tanto eccellente, e grandissimo dolore, vedendo quasi il cadavere di quella nobil patria, che è stata regina del mondo, così miseramente lacerato. Onde se ad ognuno è debita la pietà verso i parenti e la patria, tengomi obbligato di esporre tutte le picciol forze mie, acciocché più che si può resti vivo un poco della immagine, e quasi l'ombra di questa, che in vero è patria universale di tutti li cristiani, e per un tempo è stata tanto nobile e potente, che già cominciavano gli uomini a credere ch'essa sola sotto il cielo fosse sopra la fortuna e, contro il corso naturale, esente dalla morte, e per durare perpetuamente.
Però parve che il tempo, come invidioso della gloria de' mortali, non confidatosi pienamente delle sue forze sole, si accordasse con la fortuna e con li profani e scellerati Barbari, li quali alla edace lima e venenato morso di quello aggiunsero l'empio furore e ‘l ferro e il fuoco e tutti quelli modi che bastavano per ruinarla. Onde quelle famose opere che oggidì più che mai sarebbono floride e belle, furono dalla scellerata rabbia e crudele impeto de' malvagi uomini, anzi fiere, arse e distrutte: sebbene non tanto che non vi restasse quasi la macchina del tutto, ma senza ornamenti, e, per dir così, l'ossa del corpo senza carne.

[1] Questa sentenza è tratta da L’Ordine Nuovo di Antonio Gramsci (1 maggio 1919), e prosegue con altre due sentenze:

agitatevi, perché avremo bisogno di tutto il nostro entusiasmo
organizzatevi, perché avremo bisogno di tutta la nostra forza

formulando così un programma di studio ed un appello all’azione, rigorosi, impegnativi e di lunga durata, insieme culturali e politici.

Giacomo Guardi [2], Capriccio con rovine romane (Accademia Carrara, Bergamo)

Giacomo Guardi, Capriccio con rovine di acquedotto romano (Accademia Carrara, Bergamo)

Giacomo Guardi, Capriccio con arco in rovina e laguna in tempesta (Accademia Carrara, Bergamo)

[2] Giacomo Guardi appartiene all'Età dei Lumi (e non al Rinascimento, come invece Raffaello Sanzio e Baldassarre Castiglione), ma certe attenzioni si passano bene la mano, da un'epoca all'altra.

Ma perché ci doleremo noi de' Goti, Vandali e d'altri tali perfidi nemici, se quelli li quali come padri e tutori dovevano difender queste povere reliquie di Roma, essi medesimi hanno lungamente atteso a distruggerle? Quanti Pontefici, Padre Santissimo, li quali avevano il medesimo officio che ha Vostra Santità, ma non già il medesimo sapere, né il medesimo valore e grandezza d'animo, né quella clemenza che la fa simile a Dio: quanti, dico, Pontefici hanno atteso a ruinare templi antichi, statue, archi e altri edifici gloriosi! Quanti hanno comportato che solamente per pigliar terra pozzolana si sieno scavati dei fondamenti, onde in poco tempo poi gli edifici sono venuti a terra! Quanta calce si è fatta di statue e d'altri ornamenti antichi! che ardirei dire che tutta questa Roma nuova che ora si vede, quanto grande ch'ella si sia, quanto bella, quanto ornata di palagi, chiese e altri edifici che la scopriamo, tutta è fabricata di calce e marmi antichi.

Né senza molta compassione posso io ricordarmi che poi ch'io sono in Roma, che ancor non è l'undecimo anno, sono state ruinate tante cose belle, come la Meta che era nella via Alessandrina, l'Arco mal avventurato, tante colonne e tempi, massimamente da messer Bartolommeo dalla Rovere.

Non deve adunque, Padre Santissimo, essere tra gli ultimi pensieri di Vostra Santità lo aver cura che quel poco che resta di questa antica madre della gloria e della grandezza italiana, per testimonio del valore e della virtù di quegli animi divini, che pur talor con la loro memoria eccitano alla virtù gli spiriti che oggidì sono tra noi, non sia estirpato, e guasto dalli maligni e ignoranti; che pur troppo si sono infin qui fatte ingiurie a quelle anime che col loro sangue partoriscono tanta gloria al mondo. Ma più presto cerchi Vostra Santità, lasciando vivo il paragone degli antichi, agguagliarli e superarli, come ben fa con grandi edifici, col nutrire e favorire le virtuti, risvegliare gl'ingegni, dar premio alle virtuose fatiche, spargendo il santissimo seme della pace tra li principi cristiani. Perché come dalla calamità della guerra nasce la distruzione e ruina di tutte le discipline ed arti, così dalla pace e concordia nasce la felicità a' popoli, e il laudabile ozio per lo quale ad esse si può dar opera e farci arrivare al colmo dell'eccellenza, dove per lo divino consiglio di Vostra Santità sperano tutti che si abbia da pervenire al secolo nostro.

E questo è lo essere veramente Pastore clementissimo, anzi Padre ottimo di tutto il mondo. Essendomi adunque comandato da Vostra Santità ch'io ponga in disegno Roma antica, quanto conoscere si può per quello che oggidì si vede, con gli edifici che di sé dimostrano tali reliquie, che per vero argomento si possono infallibilmente ridurre nel termine proprio come stavano, facendo quelli membri che sono in tutto ruinati, né si veggono punto corrispondenti a quelli che restano in piedi e si veggono, ho usato ogni diligenza a me possibile, accioché l'animo di Vostra Santità resti senza confusione ben satisfatto.

E benché io abbia cavato da molti autori latini quello che intendo di dimostrare, però tra gli altri principalmente ho seguitato Publio Victore, il quale, per esser stato degli ultimi, può dar più presto particolar notizia delle ultime cose. E perché forse a Vostra Santità potrebbe parere che difficil fosse il conoscere gli edifici antichi dalli moderni, o li più antichi dalli meno, non pretermetterò ancor le vie antiche, per non lasciar dubbio alcuno nella sua mente.

Anzi, dico che con poca fatica far si può, perché tre sorti di edifici in Roma si trovano: l'una delle quali sono tutti gli antichi ed antichissimi, li quali durarono fin al tempo che Roma fu ruinata e guasta da' Gotti e altri barbari; l'altra, tanto che Roma fu dominata da' Gotti, e ancor cento anni dappoi; l'altra, da quello fin alli tempi nostri.

Gli edifici adunque moderni e de' tempi nostri sono notissimi, sì per esser nuovi, come ancor per non avere la maniera così bella come quelli del tempo degl'imperatori, né così goffa come quelli del tempo de' Gotti; di modo che, benché siano più distanti di spazio e di tempo, sono però più prossimi per la qualità, e posti quasi tra l'uno e l'altro. E quelli del tempo de' Gotti, benché siano prossimi di tempo a quelli del tempo degl'imperatori, sono differentissimi di qualità, e come due estremi, lasciando nel mezzo li più moderni.

Non è adunque difficile il conoscere quelli del tempo degl'imperatori, i quali sono li più eccellenti, e fatti con grandissima arte e bella maniera d'architettura; e questi soli intendo io di dimostrare: né bisogna che in cuore d'alcuno nasca dubbio che, degli edifici antichi, li meno antichi fossero meno belli, o meno intesi, perché tutti erano d'una ragione.

E benché molte volte molti edifici dalli medesimi antichi fossero instaurati, come si legge che nel luogo dove era la casa aurea di Nerone, nel medesimo dappoi furono edificate le terme di Tito e sia la casa e l'anfiteatro, nientedimeno erano fatte con la medesima ragione degli altri edifici ancor più antichi che il tempo di Nerone, e coetanei della casa aurea.

E benché le lettere, la scultura, la pittura e quasi tutte l'altre arti fossero lungamente ite in declinazione, e peggiorando fin al tempo degli ultimi imperatori, pure l'architettura si osservava e manteneva con buona ragione, ed edificavasi con la medesima che li primi. E questa fu tra l'altre arti l'ultima che si perdé. Il che si può conoscere da molte cose, e tra l'altre da l'arco di Costantino, il componimento del quale è bello e ben fatto in tutto quello che appartiene all'architettura, ma le sculture del medesimo arco sono sciocchissime, senza arte o bontate alcuna. Ma quelle che vi sono delle spoglie di Traiano e d'Antonino Pio, sono eccellentissime e di perfetta maniera. Il simile si vede nelle terme diocleziane, che le sculture sono goffissime e le reliquie di pittura che vi si veggono non hanno che fare con quelle del tempo di Traiano e Tito: pure, l'architettura è nobile e bene intesa.

Ma poi che Roma da' Barbari in tutto fu ruinata e arsa, parve che quello incendio e misera ruina ardesse e ruinasse, insieme con gli edifici, ancor l'arte dello edificare. Onde essendosi tanto mutata la fortuna de'

Romani, e succedendo in luogo delle infinite vittorie e trionfi la calamità e misera servitù, quasi che non convenisse a quelli che già erano soggiogati e fatti servi dalli barbari abitare di quel modo e con quella grandezza che facevano quando essi avevano soggiogati li barbari, subito con la fortuna si mutò il modo dell'edificare e dello abitare, e apparve un estremo tanto lontano dall'altro, quanto è la servitù dalla libertà, e si ridusse a maniera conforme alla sua miseria, senza arte, senza misura, senza grazia alcuna. E parve che gli uomini di quel tempo, insieme con la libertà, perdessero tutto l'ingegno e l'arte, perché divennero tanto goffi, che non seppero fare li mattoni cotti, nonché altra sorte d'ornamenti, e scrostavano li muri antichi per torre le pietre cotte e pestavano li marmi e con essi muravano, dividendo con quella mistura le pareti di pietra cotta, come ora si vede a quella torre che chiamano della Milizia.
E così per buono spazio seguirono con quella ingoranza che in tutte le cose di quei tempi si vede, e parve che non solamente in Italia venisse questa atroce e crudele procella di guerra e distruzione, ma si diffondesse ancora nella Grecia, dove già furono gl'inventori e perfetti maestri di tutte l'arti. Onde di là ancor nacque una maniera di pittura, scultura e architettura pessima e di nessun valore.
Parve dappoi che i Tedeschi cominciassero a risvegliare un poco questa arte, ma negli ornamenti furono goffi e lontanissimi dalla bella maniera de' Romani, li quali oltre la macchina di tutto l'edificio, avevano bellissime cornici, belli fregi, architravi, colonne ornatissime di capitelli e basi, e misurate con la proporzione dell'uomo e della donna. E li Tedeschi (la maniera de' quali in molti luoghi ancor dura) per ornamento spesso ponevano solamente un qualche figurino rannicchiato e mal fatto per mensola, a sostenere un trave, e animali strani e figure e fogliami goffi e fuori d'ogni ragione naturale.
Pur ebbe la loro architettura questa origine, che nacque dagli arbori non ancor tagliati, li quali, piegati li rami e rilegati insieme, fanno li loro terzi acuti. E benché questa origine non sia in tutto da sprezzare, pure è debole, perché molto più reggerebbono le capanne fatte di travi incatenate e poste a uso di colonne con li culmini e coprimenti (come descrive Vitruvio della origine dell'epoca dorica), che li terzi acuti, li quali fanno due centri. E però molto più sostiene, secondo la ragione mattematica, un mezzo tondo, il quale ogni sua linea tira ad un centro solo, perché, oltre la debolezza, un terzo acuto non ha quella grazia all'occhio nostro, al quale piace la perfezione del circolo, onde vedesi che la natura non cerca quasi altra forma.
Ma non è necessario parlare dell'architettura romana per farne paragone con la barbara, perché la differenza è notissima, né ancor per descrivere l'ordine suo, essendone stato già tanto eccellentemente scritto per Vitruvio.
Basti dunque sapere che gli edifici di Roma, insino al tempo degli ultimi imperatori, furono sempre edificati con buona ragione d'architettura, e però concordavano con li più antichi. Onde difficoltà alcuna non è discernerli da quelli che furono al tempo de' Gotti e ancor molti anni dappoi, perché furono quasi due stremi ed opposti totalmente. Né ancor è malagevole il conoscerli dalli nostri moderni, per molte qualità, ma specialmente per la novità, che li fa notissimi.
Avendo dunque abbastanza dichiarato quali edifici antichi di Roma sono quelli ch'io intendo di dimostrare a Vostra Santità, conforme alla sua intenzione, ed ancor come facil cosa sia il conoscere quelli dagli altri, resta ch'io dica il modo che ho tenuto in misurarli e disegnarli, acciocché Vostra Santità sappia s'io averò operato l'uno e l'altro senza errore, e perché conosca che nella descrizione che seguirà non mi sono governato a caso e per la pratica, ma con vera ragione. E per non aver io infin a mo' veduto scritto, né inteso che sia appresso d'alcuno antico il modo di misurare con la bussola della calamita (il quale modo soglio usare io), stimo che sia invenzione de' moderni. E però volendo anche in questo ubbidire al comandamento di Vostra Santità, dirò minutamente come si abbia da adoperare, prima che si passi ad altro.
Farassi adunque un instromento tondo e piano, come un astrolabio, il diametro del quale sarà due palmi o più o meno, come piace a chi vuole adoperarlo, e la circonferenza di questo istromento si partirà in otto parti giusti, e a ciascuna di quelle parti si porrà il nome d'uno degli otto venti, dividendola in trentadue altre parti picciole, che si chiameranno gradi. Così dal primo grado di Tramontana, farà il primo d'Ostro.
Medesimamente si tirerà pur dalla circonferenza un'altra linea, la quale passando per lo centro intersecherà la linea d'Ostro e Tramontana, e farà introno al centro quattro angoli retti, e in un lato della circonferenza segnerà il primo grado del Levante, nell'altro il primo di Ponente. Così tra queste linee che fanno li soprascritti quattro venti principali resterà lo spazio degli altri quattro collaterali, che sono Greco, Lebechio, Maestro e Scirocco.
E questi si descriveranno con li medesimi gradi e modi che si è detto degli altri. Fatto questo, nel punto del centro dove s'intersecano le linee conficcheremo un umbilico di ferro, come un chiodetto, drittissimo e acuto, e sopra questo si metterà la calamita in bilancia, come si usa di fare negli oriuoli da sole che tuttodì veggiamo. Poi chiuderemo questo luogo della calamita con un vetro, ovvero con un sottile corno trasparente, ma che non tocchi, per non impedire il moto di quella né sia sforzato dal vento. Dappoi per mezzo dell'instromento, come diametro, si manderà un indice, il quale sarà sempre dimostrativo non solamente degli opposti venti, ma ancor de' gradi, come l'armilla nell'astrolabio. E questo si chiamerà "traguardo", e sarà acconcio di modo che si potrà volgere intorno, stante fermo il resto dell'instromento.
Con questo adunque misureremo ogni sorte di edificio, di che forma sia, o tondo o quadro o con istrani angoli e svoglimenti quanto dir si possa.

E il modo è tale: che nel luogo che si vuol misurare si ponga lo instromento ben piano, acciocché la calamita vada al suo dritto e s'accosti alla parte da misurarsi quanto comporta la circonferenza dell'instromento. E questo si vada volgendo tanto che la calamita sia giusta verso il vento degnato per Tramontana. Dappoi guardisi a quel vento e a quanti gradi è volta per diritta linea quella parete, la quale si misurerà con la canna o cubito o palmo, fin a quel termine che il traguardo porta per dritta linea, e questo numero si noti, cioè tanti cubiti e tanti gradi di Ostro e Scirocco o quale si sia.
Dappoi che il traguardo non serve più per dritta linea, devesi allora svogliere, cominciando l'altra linea che si ha da misurare, dove termina la misurata, e così indirizzandola a quella, medesimamente notare i gradi del vento e il numero delle misure fin tanto che si circuisca tutto lo edificio. E questo stimo io che basti quanto al misurare, benché bisogna intendere le altezze e i tondi, li quali si misurano in altra maniera, come poi si mostrerà a luogo più accomodato.
Avendo misurato di quel modo che si è detto, e notate tutte le misure e prospetti, cioè tante canne o palmi, a tanti gradi di tal vento, per disegnare bene il tutto è opportuno aver una carta della forma e misura propria della bussola della calamita, e partita appunto di quel medesimo modo, con li medesimi gradi delli venti, della quale ci serviremo come mostrerò.
Piglierassi dunque la carta sopra la quale si ha a disegnar lo edificio, e primamente si tirerà sopra d'essa una linea, la quale serva quasi per maestra, al diritto di Tramontana. Poi vi si sovrappone la carta dove si ha disegnata la bussola e si drizza di modo che la linea di Tramontana nella bussola disegnata si convenga con quella che si è tirata nella carta dove si ha a disegnare lo edificio. Dappoi guardasi i numero delli piedi che si notarono misurando e li gradi di quel vento verso il quale è indirizzato il muro o via che si vuol disegnare.
E così trovasi il medesimo grado di quel vento nella bussola disegnata, tenendola ferma con la linea di Tramontana sopra la linea descritta nella carta, e tirasi la linea di quel grado dritta, che passi per lo centro della bussola disegnata, e si descrive nella carta dove si vuole disegnare. Dappoi riguardasi quanti piedi si traguardò per dritto di quel grado, e tanti se ne segneranno con la misura delli nostri piccioli piedi su la linea di quel grado. E se, verbi gratia, si traguardò in un muro di piedi 30 a gradi 6 di Levante, si misurano piedi 30 e segnansi. E così di mano in mano, di modo che con la pratica si farà una facilità grandissima, e sarà questo quasi un disegno della pianta e un memoriale per disegnare tutto il restante. E perché secondo il mio giudizio molti s'ingannano circa il disegnare gli edifici, che in luogo di far quello che appartiene all'architetto, fanno quello che appartiene al pittore, dirò qual modo mi pare che s'abbia a tenere perché si possano intendere tutte le misure giustamente, e perché si sappiano trovare tutti li membri degli edifici senza errore.
Il disegno adunque degli edifici si divide in tre parti, delle quali la prima è la pianta, o vogliamo dire disegno piano, la seconda è la parte di fuori con li suoi ornamenti, la terza è la parete di dentro pur con li suoi ornamenti.
La pianta è quella che comparte tutto lo spazio piano del luogo da edificare, o vogliamo dire il disegno del fondamento di tutto lo edificio, quando già è radente al piano della terra. Il qual spazio, benché fosse in monte, bisogna ridurre in piano e far che la linea delle basi del monte sia parallela con la linea delle basi de' piani dello edificio. E per questo devesi pigliare la linea dritta del piede del monte e non la circonferenza dell'altezza, di modo che sopra quella cadano piombati e perpendicolari tutti li muri. E chiamasi questo disegno "pianta", quasi che come lo spazio che occupa la pianta del piede, che è fondamento di tutto il corpo, così questa pianta sia fondamento di tutto lo edificio.
Disegnata che si ha la pianta e compartitovi li suoi membri con le larghezze loro, o in tondo o in quadro o in qual'altra forma si sia, devesi tirare, misurando sempre il tutto con la picciola misura, una linea della larghezza delle basi di tutto lo edificio. E dal punto di mezzo di questa linea tirare un'altra linea dritta, la quale faccia dall'un canto e dall'altro due angoli retti: e questa sia la linea della intrata dello edificio.
Dalle due estremità della linea della larghezza tireransi due linee parallele perpendiculari sopra la linea della base, e queste due linee sieno alte quanto ha da essere lo edificio. Dappoi, tra queste due estreme linee che fanno l'altezza, si pigli la misura delle colonne, pilastri, finestre e altri ornamenti disegnati nella metà della pianta di tutto lo edificio dinanzi, e da ciascun punto delle estremità delle colonne o pilastri e vani, ovvero ornamenti di finestre, si farà il tutto, sempre tirando linee parallele a quelle due estreme. Dappoi per lo traverso si ponga l'altezza delle basi, delle colonne, delli capitelli, degli architravi, delle finestre, fregi, cornici e cose tali: e questo tutto si faccia con linee parallele della linea del piano dello edificio.
Né si diminuisca nella estremità dell'edificio, ancorché fosse tondo, né ancor se fosse quadro, per fargli mostrar due faccie, come fanno alcuni, diminuendo quella che si allontana più dall'occhio, che è ragione di prospettiva e appartiene al pittore, non all'architetto, il quale dalla linea diminuita non può pigliare alcuna giusta misura: il che è necessario a questo artificio, che ricerca tutte le misure perfette in fatto, non quelle che appaiono e non sono.
Però al disegno dell'architetto s'appartengono le misure tirate sempre con linee parallele per ogni verso. E se le misure fatte talora sopra pianta di forma tonda scortano, ovvero diminuiscono, ovvero fatte pur sopra il dritto in triangolo o altre forme, subito si ritrovano nel disegno della pianta, e quello che scorta nella pianta, come volte, archi e triangoli, è poi perfetto nelli suoi dritti disegni. E per questo è sempre bisogno aver pronte le misure giuste de' palmi, piedi, dita, grani, fino alle sue parti minime.

La terza parte di questo disegno è quella che abbiamo chiamata la parete di dentro con li suoi ornamenti. E questa è necessaria non meno che l'altre due, ed è fatta medesimamente dalla pianta con le linee parallele, come la parte di fuori, e dimostra la metà dell'edificio di dentro come se fosse diviso per mezzo: dimostra il cortile, la corrispondenza dell'altezza delle cornici di fuori con quelle di dentro, l'altezza delle finestre, delle porte, gli archi delle volte a botte o a crociera o che a altra foggia si sieno. E questa via abbiamo seguitata noi, come si vederà nel progresso di tutta questa nostra descrizione, alla quale essendo ormai tempo ch'io dia principio, porrò prima qui appresso il disegno d'un solo edificio in tutti i tre sopradetti modi, perché appaia ben chiaro quanto ho detto.
Se poi nel rimanente io averò tanta ventura quanta mi viene in ubbidire e servire a Vostra Santità, primo e supremo Principe in terra della cristianità, siccome potrò dire d'esser fortunatissimo fra tutti li suoi più devoti servitori, così anderò predicando di riconoscere l'occasione di essa mia avventura dalla santa mano di Vostra Beatitudine, alla quale bacio umilissimamente li santissimi piedi.

Mappa di Roma [3] (1551)

[3] La mappa di Roma è rilevata e redatta da Leonardo Bufalini, un architetto friulano, della prima metà del '500. Questi non figura tra gli allievi di Raffaello, ma sicuramente è a Roma, nel periodo appena successivo, e ne continua l'opera, quantomeno per quanto riguarda il rilevamento e la rappresentazione cartografica della città di Roma e dei suoi principali monumenti. Non sembra altresì che la mappa di Raffaello sia esistente (e forse neppure è completata); del resto, la lettera a Leone X che ne fa menzione è del 1519, Raffaello muore prematuramente nel 1520 e, a quell'epoca, la costruzione di una mappa richiedeva tempi lunghi di lavoro. Notevole è comunque, già allora, l'esigenza di accuratezza, nella raccolta dei dati, e la conseguente necessità di strumentazione di precisione adeguata.

PARTE I – CRITICA DIALETTICA DEL TRATTAMENTO DELLE OSSERVAZIONI

Riflessioni matematiche e statistiche

Una breve antologia di citazioni sulla matematica, con tutte le sue, varie e differenti, branche ed applicazioni, spazia e si dipana dal mondo antico fino alla seconda metà del '900 ed al 2000.

Mondo antico

(Grazie alle) peculiarità di una particolare procedura, …, una volta assimilata, sarà agevole prendere le mosse per essere in grado di stabilire qualche risultato matematico in virtù di considerazioni meccaniche (Archimede di Siracusa, Metodo – Lettera prefatoria del trattato sul Metodo, ad Eratostene di Cirene).

Ora lo studio primario e più importante è quello dei numeri in sé stessi, …, … di ogni possibile generazione e potenzialità di crescita …, e dell'effetto che ciò ha nei riguardi della natura delle cose (Platone o Filippo di Opunte, Epinomide).

Medioevo e Rinascimento

Nella sola matematica vi è certezza senza dubbio. Per tale ragione è chiaro che, se in altre scienze siamo costretti a pervenire alla certezza assoluta e alla verità senza errore, è opportuno che poniamo nella matematica i fondamenti della conoscenza, fino al punto in cui, predisposti da essa, riusciremo a raggiungere … la verità escludendo l'errore (Ruggero Bacone).

Nessuna umana investigazione si può dimandare vera scienza, se essa non passa per le matematiche dimostrazioni (Leonardo da Vinci, Trattato della pittura).

Secolo d'oro ed Età dei Lumi

La filosofia è scritta in questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi agli occhi …, ma non si può intendere se prima non s'impara a intender la lingua, e conoscer i caratteri, ne' quali è scritto. Egli è scritto in lingua matematica, e i caratteri son triangoli, cerchi ed altre figure geometriche, senza i quali mezi è impossibile a intenderne umanamente parola; senza questi è un aggirarsi vanamente per un oscuro laberinto (Galileo Galilei, Il Saggiatore).

Spero … di mostrare quanto la matematica valga in filosofia naturale e quindi esortare i geometri ad accingersi a un più stretto esame della natura, e gli amanti della scienza naturale ad appropriarsi prima della geometria … affinché, filosofando i geometri ed esercitando la geometria i filosofi, otteniamo, invece di congetture e cose probabili, …, una scienza della natura confermata con la più alta evidenza (Isaac Newton, Lezioni lucasiane).

Ottocento

Non vedo nulla di meritorio – … – nel compiere davvero questa faticosa circonduzione e nell'usare e riconoscere con insistenza nient'altro che … (vecchie nozioni). Il più grande e vantaggioso progresso nella matematica e nelle altre scienze è consistito invariabilmente nella creazione e nell'introduzione di nuovi concetti, resi necessari dalla ricorrenza frequente di complessi fenomeni che possono essere controllati soltanto con difficoltà dalle vecchie nozioni (Richard Dedekind).

Mi trovo completamente d'accordo … nel giudicare l'opinione di coloro che, fra tutti i possibili numeri, vorrebbero riconoscere come effettivi soltanto i numeri naturali finiti … Nelle nostre ricerche possiamo far uso, senza il benché minimo timore, di qualunque nome o segno che sia introdotto con metodo logicamente inoppugnabile; e perciò anche il numero infinito, risulta altrettanto giustificato quanto i numeri uno e due (Gotlob Frege).

Prima metà del '900

La matematica non è altro che una arte, una specie di scultura, come certi porfidi usati, a volte, …, dagli scultori (André Weil, Lettera alla sorella Simone).

La scienza non è e non sarà mai un libro chiuso: ogni importante passo avanti porta con sé nuove domande, ogni sviluppo rivela, a lungo andare, nuove e più profonde difficoltà (Albert Einstein).

Seconda metà del '900 e 2000

Le astrazioni sono indispensabili nella matematica: e tuttavia non dovrebbero essere perseguite per se stesse, né condurre a un punto in cui non c'è discesa sulla "terra". Dovremmo sempre pensare alla transizione dal pensiero astratto alla pratica come un momento necessario dell'apprendimento umano della realtà obiettiva (Andrej A. Markov Jr.).

I fondamenti non si raggiungono mai; ma l'astuzia della ragione tramuta ogni aumento di rigore in un aumento di contenuto (Imre Lakatos).

Questo illustre percorso introduce un discorso importante sui compiti della matematica, andando così dalle questioni teoriche (qui di seguito esemplificate dalla relazione di Eulero fra π ed e), quasi in un continuo di variazioni tematiche (sempre comunque molto diverse e differenti tra loro, in tutte le branche vecchie, nuove e nuovissime della matematica), alla matematica delle poche cifre decimali (doverosa quando si trattano statisticamente misure di grandezze, rilevate con una certa precisione e, di conseguenza, ponendo limiti anche alla loro accuratezza ed alla loro affidabilità).

$$e^{i\vartheta} = cos\,\vartheta + i\,sin\,\vartheta$$

Questa importante ed elegante relazione diventa:

$e^{i\pi} + 1 = 0$ avendo posto: $\vartheta = \pi$

essendo: $cos\,\pi = -1$ e $sin\,\pi = 0$

Per completezza, si riportano gli sviluppi in serie di π ed e:

$$\pi = 4\left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + ...\right)$$ serie di Leibniz [4]

$$e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + ...$$ serie di Eulero

e l'errore assoluto di due loro semplici (note) approssimazioni numeriche:

$\Delta = \left| \pi - \left(\sqrt{2} + \sqrt{3}\right) \right| = 0.0047$ con un errore relativo pari a: $\delta = \frac{\Delta}{\pi} = 0.0015$

$\Delta = \left| e - \left(\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3}\right) \right| = 0.0161$ $\delta = \frac{\Delta}{e} = 0.0059$

essendo: $\sqrt{2} + \sqrt{3} = 3.1463$ e $\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3} = 2.7022$

Un discorso più approfondito riguarda poi, nel contesto di questo lavoro, la matematica delle poche cifre decimali, come già detto in precedenza, doverosa quando si trattano statisticamente misure di grandezze,

[4] La serie di Leibniz è lentamente convergente ed è stata sostituita dalle serie rapidamente convergenti di Srinivasa Ramanujan (uno studioso indiano autodidatta, riconosciuto "grande" da Godfrey Harold Hardy, insigne matematico britannico).

rilevate con una certa precisione e, di conseguenza, ponendo limiti anche alla loro accuratezza ed alla loro affidabilità. Infatti queste osservazioni sono derivate dal mondo reale, effettuate con metodologie e procedure effettivamente esistenti, e rilevate con gli strumenti a disposizione (in una data epoca ed in un determinato luogo).

Proprio per questa ragione, il trattamento di queste osservazioni, attuato con gli algoritmi e le procedure della statistica computazionale e volto all'analisi dei dati (acquisiti e/o derivati) e dei modelli (deterministici, semi-deterministici e stocastici) adottati, deve operare con quel numero di cifre significative poco superiore a quello insito nelle misure effettuate. Infatti questo numero di cifre è collegato strettamente con la precisione d'acquisizione dei dati rilevati, a sua volta, collegata alla sensibilità degli strumenti di misura in uso, e tutto ciò determina infine anche la precisione delle stime, ottenute dal calcolo.

Di conseguenza data una certa precisione, ha poco senso cercare poi un'accuratezza completamente fuori da quegli ordini di grandezza qui in gioco (anche se precisione ed accuratezza possono essere parzialmente disgiunte, potendo avere dati dispersi, ma non deviati, e dati deviati, ma poco concentrati). Analogamente ha ancora poco senso pretendere un'affidabilità che, seppure dipendente dal numero delle misure e non dalla loro qualità, serve molto elevata, per trattare misure molto precise, nell'ambito di stime altrettanto precise (mentre è certamente meno utile, in presenza di misure e stime grossolane).

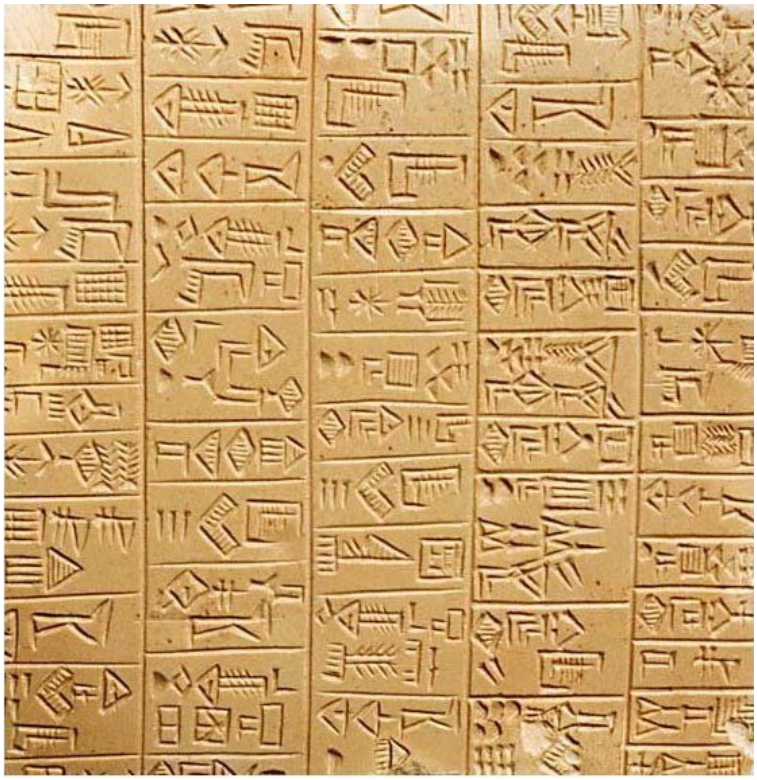
Tutto questo riveste particolare importanza da sempre, ma questa è ancora maggiormente accresciuta, qui ed ora, cioè dove e quando si trattano enormi quantità di dati digitali. Infatti mentre le operazioni analogiche sono controllabili, in modo relativamente facile, per la loro essenziale manualità e per la mole, relativamente piccola, di dati rilevati, l'acquisizione di dati digitali, in enormi quantità, copre e nasconde la maggior parte delle operazioni di misura, propriamente detta, e del loro primo trattamento. In questo modo, un trattamento delle osservazioni errato potrebbe portare a moltiplicare vanamente cifre non più significative.

L'effetto congiunto di questa moltiplicazione assurda è produrre correlazione tra i dati, perché le ultime cifre decimali non rispondono a misure indipendenti, ma a qualche meccanismo deterministico che le produce. Ad esempio, dividere tre per sette genera un numero decimale periodico, con un periodo di sei cifre che in nulla dipendono da eventuali misure eseguite, ma solo dalla proprietà aritmetica dei due numeri (dispari e primi fra loro, oltreché primi), rispettivamente dividendo e divisore della divisione (dove 3 potrebbe essere la somma di 7 osservazioni e $3/7 = 0.428571$ ... la loro media, operazione comune e di sicuro interesse).

Jan Vermeer, Donna con una bilancia
(National Gallery of Art, Washington)

Per completezza, si noti come la raccolta di informazioni, in senso matematico-statistico, costituisca una delle prime espressioni scritte, subito dopo l'impiego dei sigilli-firma. Infatti dalle cretule sumere dei sigilli-firma si passa alle raccolta di inserzioni votive, redigendo la loro lista in forma di pagina scritta. Invece più tarda e complessa è l'origine delle tabelle che, nella forma inventario, sono presenti dai primi censimenti del mondo antico (ad esempio, come quello delle tribù ebraiche, nel deserto del Sinai, riportato in appendice), mentre compaiono con lo studio della variabile doppia, nella forma di tabella a doppia entrata, solo nell'800.

Cretula con l'impronta del sigillo del re Lugalanda di Lagash, datata 2400 a.C. circa

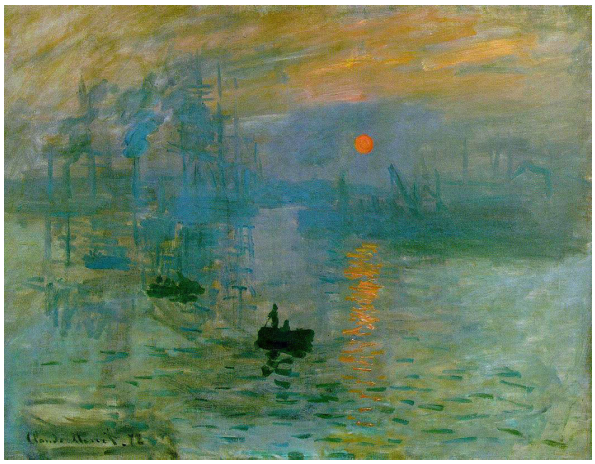


Documento del XXVI secolo a.C. con la lista delle offerte fatte alle sacerdotesse di Adab

Infine non deve stupire troppo il rinvio a tempi piuttosto recenti, per quanto riguarda, lo studio completo della variabile doppia, con gli indici di connessione di Carlo Emilio Bonferroni, coefficienti ed indici di regressione di Karl Pearson, ed i coefficienti di correlazione, lineare semplice e sui ranghi, rispettivamente dello stesso Pearson e di Charles Edward Spearman (vivendo tutti questi studiosi tra la seconda metà dell''800 e la prima metà del '900), se qui rapportato agli sviluppi, già nel '600, della geometria analitica e dell'analisi matematica (allora detta Calcolo sublime).

Infatti gli sviluppi di qualsiasi scienza e tecnica, come pure della letteratura e delle arti, hanno influenza sulle società coeve e ne ricevono da esse, ma una relativa indipendenza è giocoforza presente. Un bell'esempio è dato, nella pittura, fra la scoperta tardo-medievale della prospettiva ed il battesimo dell'impressionismo francese, avvenuto solo nella seconda metà dell''800, dove quella scoperta fa da antesignana alla nascita della geometria proiettiva, mentre quel battesimo non deriva, ne è seguito da un'innovazione matematica collegata (pur costituendo, in sé, una rottura semantica dei tradizionali codici espressivi).

Ambrogio Lorenzetti [5], Annunciazione (Pinacoteca Nazionale, Siena)



Claude Monet, Impression, soleil levant (Musée Marmottan Monet, Parigi)

[5] La prospettiva ha una sua ufficializzazione all'inizio del '400, con Brunelleschi, Masaccio, Leon Battista Alberti e Piero della Francesca.

Appendice A – Censimento delle tribù ebraiche nel deserto del Sinai

Nu [6] 2 (1-54) – Censimento degli Israeliti nel deserto del Sinai [7]

1 Il Signore parlò a Mosè, nel deserto del Sinai, nella tenda di convegno, il primo giorno del secondo mese, il secondo anno **2** "Fate la somma di tutta la comunità dei figli d'Israele secondo le loro famiglie, secondo la discendenza paterna, contando i nomi di tutti i maschi, uno per uno, **3** dall'età di vent'anni in su, tutti quelli che in Israele possono andare in guerra; tu ed Aaronne ne farete il censimento, secondo le loro schiere. **4** Con voi ci sarà un uomo per tribù, che sia capo del casato dei suoi padri. **5** Questi sono i nomi degli uomini che vi assisteranno.

- (1) Di Ruben: Elisur, figlio di Sedeur;
- (2) **6** di Simeone: Selumiel, figlio di Surisaddai;
- (3) **7** di Giuda: Nason, figlio di Amminadab;
- (4) **8** di Issacar: Netaneel, figlio di Suar;
- (5) **9** di Zabulon: Eliab, figlio di Chelon;
- (6) **10** dei figli di Giuseppe,
    - (6A) di Efraim: Elisama, figlio di Ammiud;
    - (6B) di Manasse: Gamaliel, figlio di Pedasur;
- (7) **11** di Beniamino: Abidan, figlio di Ghideoni;
- (8) **12** di Dan: Aiezer, figlio di Ammisaddai;
- (9) **13** di Ascer: Paghiel, figlio di Ocran;
- (10) **14** di Gad: Eliasaf, figlio di Deuel;
- (11) **15** di Neftali: Aira, figlio di Enan".

16 Questi sono i membri della comunità che furono convocati, i capi delle tribù dei loro padri, i capi delle migliaia d'Israele. **17** Mosè e Aaronne presero dunque questi uomini che erano stati designati per nome, **18** e convocarono tutta la comunità, il primo giorno del secondo mese; e il popolo fu censito secondo le loro famiglie, secondo la discendenza paterna, contando il numero delle persone dai vent'anni in su, uno per uno. **19** Come il Signore gli aveva ordinato, Mosè ne fece il censimento nel deserto del Sinai.

- (1) **20** Figli di Ruben, primogenito d'Israele, loro discendenti secondo le loro famiglie, secondo la discendenza paterna, contando i nomi di tutti i maschi, uno per uno, dall'età di vent'anni in su, tutti quelli che potevano andare in guerra: **21** il censimento della tribù di Ruben diede la cifra di quarantaseimilacinquecento.
- (2) **22** Figli di Simeone, loro discendenti secondo le loro famiglie, secondo la discendenza paterna, contando i nomi di tutti i maschi, uno per uno dall'età di vent'anni in su, tutti quelli che potevano andare in guerra: **23** il censimento della tribù di Simeone diede la cifra di cinquantanovemilatrecento.
- (10) **24** Figli di Gad, loro discendenti secondo le loro famiglie, secondo la discendenza paterna, contando i nomi dall'età di vent'anni in su, tutti quelli che potevano andare in guerra: **25** il censimento della tribù di Gad diede la cifra di quarantacinquemilaseicentocinquanta.
- (3) **26** Figli di Giuda, loro discendenti secondo le loro famiglie, secondo la discendenza paterna,

[6] Nu è la sigla usata per il libro dei Numeri, quarto del Pentateuco (biblico), dopo: Genesi, Esodo e Levitico (e prima di Deuteronomio).
[7] La Bibbia Diodati (titolo completo La Bibbia, cioè i libri del vecchio e del nuovo testamento, nuovamente traslati in lingua italiana, da Giovanni Diodati, di nation lucchese) è la traduzione della Bibbia delle Chiese Riformate italiane (dette Protestanti dai Cattolici, a loro volta, detti Papisti dai primi) ed è pubblicata a Ginevra nel 1607 dal lucchese in esilio Giovanni Diodati. Tradotta in italiano dai testi originali (e dalla versione latina di Erasmo da Rotterdam, per il Nuovo Testamento) e poi revisionata negli anni: 1641, 1712, 1744, 1819, 1821, 1917 e 1999, per il suo stile, è considerata, un capolavoro della letteratura italiana del '600.

contando i nomi dall'età di vent'anni in su, tutti quelli che potevano andare in guerra: **27** il censimento della tribù di Giuda diede la cifra di settantaquattromilaseicento.

- (4) **28** Figli di Issacar, loro discendenti secondo le loro famiglie, secondo la discendenza paterna, contando i nomi dall'età di vent'anni in su, tutti quelli che potevano andare in guerra: **29** il censimento della tribù di Issacar diede la cifra di cinquantaquattromilaquattrocento.
- (5) **30** Figli di Zabulon, loro discendenti secondo le loro famiglie, secondo la discendenza paterna, contando i nomi dall'età di vent'anni in su, tutti quelli che potevano andare in guerra: **31** il censimento della tribù di Zabulon diede la cifra di cinquantasettemilaquattrocento.
- (6) **32** Figli di Giuseppe:
  - (6A) figli di Efraim, loro discendenti secondo le loro famiglie, secondo la discendenza paterna, contando i nomi dall'età di vent'anni in su, tutti quelli che potevano andare in guerra: **33** il censimento della tribù di Efraim diede la cifra di quarantamilacinquecento;
  - (6B) **34** figli di Manasse, loro discendenti secondo le loro famiglie, secondo la discendenza paterna, contando i nomi dall'età di vent'anni in su, tutti quelli che potevano andare in guerra: **35** il censimento della tribù di Manasse diede la cifra di trentaduemiladuecento.
- (7) **36** Figli di Beniamino, loro discendenti secondo le loro famiglie, secondo la discendenza paterna, contando i nomi dall'età di vent'anni in su, tutti quelli che potevano andare in guerra: **37** il censimento della tribù di Beniamino diede la cifra di trentacinquemilaquattrocento.
- (8) **38** Figli di Dan, loro discendenti secondo le loro famiglie, secondo la discendenza paterna, contando i nomi dall'età di vent'anni in su, tutti quelli che potevano andare in guerra: **39** il censimento della tribù di Dan diede la cifra di sessantaduemilasettecento.
- (9) **40** Figli di Ascer, loro discendenti secondo le loro famiglie, secondo la discendenza paterna, contando i nomi dall'età di vent'anni in su, tutti quelli che potevano andare in guerra: **41** il censimento della tribù di Ascer diede la cifra di quarantunmilacinquecento.
- (11) **42** Figli di Neftali, loro discendenti secondo le loro famiglie, secondo la discendenza paterna, contando i nomi dall'età di vent'anni in su, tutti quelli che potevano andare in guerra: **43** il censimento della tribù di Neftali diede la cifra di cinquantatremilaquattrocento.

44 Questi sono gli uomini di cui Mosè e Aaronne fecero il censimento, assistiti dai dodici capi d'Israele: ce n'era uno per ognuna delle case dei loro padri. **45** Così tutti i figli d'Israele dei quali fu fatto il censimento, secondo le famiglie dei padri, dall'età di vent'anni in su, cioè tutti gli uomini che in Israele potevano andare in guerra, **46** tutti quelli dei quali fu fatto il censimento furono seicentotremilacinquecentocinquanta.

47 (12) Ma quelli che erano Leviti, secondo la tribù paterna, non furono compresi nel censimento con gli altri [8]; **48** poiché il Signore aveva detto a Mosè: **49** "Soltanto della tribù di Levi non farai il censimento, e non ne unirai l'ammontare a quello dei figli d'Israele; **50** ma affida ai Leviti la cura del tabernacolo della testimonianza, di tutti i suoi utensili e di tutto ciò che gli appartiene. Essi porteranno il tabernacolo e tutti i suoi utensili, ne faranno il servizio e staranno accampati attorno al tabernacolo. **51** Quando il tabernacolo dovrà partire, i Leviti lo smonteranno; quando il tabernacolo dovrà accamparsi in qualche luogo, i Leviti lo rimonteranno; … **52** I figli d'Israele pianteranno le loro tende ognuno nel suo campo, ognuno vicino alla sua bandiera, secondo le loro schiere. **53** Ma i Leviti pianteranno le loro tende attorno al tabernacolo della testimonianza, …".

54 I figli d'Israele fecero così, conformandosi in tutto agli ordini che il Signore aveva dato a Mosè.

[8] Il censimento dei leviti è poi riportato nel terzo capitolo del libro dei Numeri:

3,39 Tutti i Leviti di cui Mosè ed Aaronne fecero il censimento secondo le loro famiglie per ordine del Signore, tutti i maschi dall'età di un mese in su, furono ventiduemila.

Altre considerazioni statistiche e geomatiche

Il capitolo che tradizionalmente segue la statistica descrittiva è quello dell'inferenza statistica che si compone di una lunga messe di test statistici, capaci di giudicare la rispondenza di un dato esperimento con un certo modello, come pure la corrispondenza fra due modelli, avendo assunto la loro uguaglianza, come modello di riferimento. Come noto l'esperimento può essere semplice o multiplo, mentre la corrispondenza può essere tra più modelli. In tutti questi casi il modello (unidimensionale, bidimensionale, oppure multidimensionale) può essere costituito da una variabile casuale, con una distribuzione di probabilità nota od incognita.

Nel primo caso, spesso la suddetta distribuzione di probabilità è data dalla distribuzione normale (detta comunemente gaussiana) o da altre (poche) distribuzioni da essa direttamente derivate (ad esempio, come la distribuzione di probabilità chi quadrato, la distribuzione di probabilità t di Student e la distribuzione di probabilità F fi Fisher). Invece se la distribuzione di probabilità è incognita, si procede con i cosiddetti test non-parametrici (altresì noti come *distribution free*, nella letteratura inglese). In ogni caso, la regole dell'inferenza precedono l'inferenza stessa, attenendo alla logica giudiziale.

Infatti mentre l'inferenza statistica è fondata tra la fine dell'800 e la prima metà del '900 (e la sua variante non-parametrica è definita, quasi interamente, solo nella seconda metà del '900), la logica giudiziale è ben antica e, anche in questo caso, è facile trovarne un esempio nella sapienza del Re Salomone (terzo re di Israele, dopo i re Saul e Davide, e figlio di quest'ultimo). Del resto, i passi di questa logica, così come dell'inferenza statistica, sono la formulazione di due o più ipotesi contrapposte, l'assunzione di un metro di giudizio e l'espletamento del giudizio, propriamente detto.

Nel caso dell'inferenza statistica, il metro di giudizio è dato dalla partizione della distribuzione di probabilità, in base ad un valore detto livello di significatività che rappresenta proprio una misura lineare, sull'asse delle ordinate, della funzione di distribuzione. Dopodiché nel caso di più ipotesi contrapposte, per procedere ordinatamente occorre prendere in considerazione le ipotesi contrapposte a due a due, verificando che queste ipotesi siano sempre fra loro distinte, cosa misurabile con la potenza del test che rappresenta ancora una misura lineare, sull'asse delle ordinate, della funzione di distribuzione, relativa alla probabilità di confondere le due ipotesi, fra loro.

1 Re 3 (16-28) – Dimostrazione della sapienza di Salomone

16 Poi vennero dal re due prostitute e si presentarono davanti a lui.

- **17** Una delle due donne disse: "O mio signore, questa donna ed io abitiamo nella stessa casa; io partorii quando essa era in casa. **18** Tre giorni dopo che io avevo partorito, partorì anche questa donna; e non c'era alcun altro in casa all'infuori di noi due. **19** Il figlio di questa donna morì durante la notte, perché ella gli si era coricata sopra. **20** Ella allora si alzò nel cuore della notte, prese mio figlio dal mio fianco, mentre la tua serva dormiva, e se lo pose in seno, e sul mio seno pose il suo figlio morto. **21** Quando al mattino mi alzai per allattare mio figlio, trovai che era morto; quando però lo esaminai attentamente al mattino, vidi che non era il figlio che io avevo partorito".
- **22** Allora l'altra donna disse: "Non è vero; mio figlio è quello vivo, e il tuo è quello morto". Ma la prima insistette: "Non è vero; tuo figlio è quello morto e il mio quello vivo". Così bisticciavano davanti al re.

23 Allora il re disse: "Una dice: 'Quello vivo è mio figlio e quello morto è il tuo'. E l'altra dice: 'Non è vero, quello morto è tuo figlio e quello vivo è il mio' ". **24** Il re allora comandò: "Portatemi

una spada!". Così portarono una spada davanti al re. **25** Il re quindi ordinò: "Dividete il bambino vivo in due parti e datene metà all'una e metà all'altra". **26** Allora la donna del bambino vivo, che amava teneramente suo figlio, disse al re: "Deh! Signor mio, date a lei il bambino vivo, ma non uccidetelo!" L'altra invece diceva: "Non sia né mio né tuo *ma* divide*te*lo!".

27 Allora il re, rispondendo disse: "Date alla prima il bambino vivo e non uccidetelo, *perché* è lei la madre del *bambino*". **28** Tutto Israele seppe della sentenza pronunciata dal re e temette il re perché vedevano che la sapienza di Dio *era* in lui per amministrare la giustizia.

Giambattista Tiepolo, Il giudizio di Salomone (affresco nel palazzo vescovile di Udine)

L'apporto alla Geomatica e Geomatica Applicata di tutte queste riflessioni matematiche e statistiche, sulla statistica descrittiva e l'inferenza statistica, mette ben in evidenza insieme l'esigenza del controllo di qualità e la massima libertà di pensiero ed azione. Infatti pur ritenendo che non tutto sia ugualmente accettabile e che di tutto si debba poi assumere piena responsabilità, proprio la struttura della libertà non pone vincoli a priori. A riguardo, ancora una volta, una conferma viene dalla sapienza antica, come riportata in un celebre passo dell'Ecclesiaste (nuovamente ripresa dalla versione italiana della Bibbia della Riforma, cosiddetta Diodati).

Ecclesiaste 3 (1-8) – Per ogni cosa c'è un tempo fissato

1 Per ogni cosa *c'è* la *sua* stagione, *c'è* un tempo per ogni situazione sotto il cielo:

- **2** un tempo per nascere e un tempo per morire,
- un tempo per piantare e un tempo per sradicare ciò che è piantato,
- **3** un tempo per uccidere e un tempo per guarire,
- un tempo per demolire e un tempo per costruire,
- **4** un tempo per piangere e un tempo per ridere,
- un tempo per far cordoglio e un tempo per danzare,
- **5** un tempo per gettare via pietre e un tempo per raccogliere pietre,
- un tempo per abbracciare e un tempo per astenersi dagli abbracci,
- **6** un tempo per cercare e un tempo per perdere,
- un tempo per conservare e un tempo per buttare via,
- **7** un tempo per strappare e un tempo per cucire,
- un tempo per tacere e un tempo per parlare,
- **8** un tempo per amare e un tempo per odiare,
- un tempo per la guerra e un tempo per la pace.

Rivestono invece caratteristiche prettamente geomatiche tutte le descrizioni relative alle dimensioni dell'Arca di Noè, così come dell'Arca dell'Alleanza (con i suoi arredi connessi e la descrizione della sua realizzazione), nonché del Tempio di Salomone, dettagliatamente descritti nella Bibbia, rispettivamente nei libri della Genesi, dell'Esodo e dei Re I [9]. La cura per la loro esecuzione risponde certamente a motivazioni religiose, riferite alla loro epoca, ma evidenzia una notevole attenzione ai dettagli metrici che si presume abbiano trovato una rispondenza esecutiva, in termini di accuratezza e precisione.

Gn (sigla usata per il libro della Genesi) 6 (14-16) – Annunzio del diluvio e i preparativi di Noè

14 Fatti un'arca di legno di gofer; fa' l'arca a stanze, e spalmala di bitume di dentro e di fuori. **15** Or tu la farai in questo modo:

- la lunghezza dell'arca sarà di trecento cubiti,
- la larghezza di cinquanta cubiti
- e l'altezza di trenta cubiti.

16 Farai all'arca una finestra e la finirai con un cubito *di* copertura di sopra; di fianco all'arca metterai la porta, e la farai a *tre piani*, inferiore, medio e superiore.

Più complesso è invece un discorso su condizionamento del sistema (ovvero sulla sua stabilità), affidabilità dello schema di osservazione e robustezza della norma di stima della soluzione. Infatti mentre la robustezza ha un'origine qualitativa con l'origine seicentesca della scienza nuova ed una sua rifondazione matematica, nella seconda metà del '900, condizionamento ed affidabilità si pongono quali problemi che solo la grande massa dei dati pone, mentre sembrano pressoché scontati, se l'elaborazione dei dati è lasciata all'abilità di chi opera il calcolo (come ha imposto, a lungo, una tecnologia del calcolo, ancora immatura).
D'altra parte, una qualche idea di robustezza dovrebbe essere certamente molto antica, in quanto permette di evitare errori, soprattutto grossolani, che inficiano completamente le stime derivate e, di conseguenza, anche l'intero lavoro atteso, come ben noto. In un certo senso, forse è solo una questione di linguaggio ed una prova è data dalla preferenza sapienziale, data all'aborto, rispetto ad una vita grama (sentenza che, qui tradotta nel linguaggio del trattamento delle osservazioni, significa è meglio scartare un dato errato, anche al rischio di qualche eliminazione di troppo, che lasciare dati affetti da errori, nel grosso dei dati).

3 Se uno generasse cento *figli* e vivesse molti anni e molti fossero i giorni dei suoi anni, ma la sua anima non si sazia di beni …, io dico *che* un aborto *è* più felice di lui; **4** poiché è venuto invano e se ne va nelle tenebre, ... **5** Anche se non ha visto né conosciuto il sole, … **(Ecclesiaste 6, 3-5)**.

Marginalmente è poi interessante notare, come un testo antico sia capace di molte meno parole che invece, in una sua traduzione moderna, fanno da collante: funzionando da verbi (reggenti intere frasi), collegando fra loro frasi coordinare e subordinate (in qualità di congiunzioni e preposizioni) e precisando i dettagli (nominali, aggettivali ed avverbiali). Coloro che scrivono non sono linguisti, né letterati e non intendono spingersi oltre nell'analisi testuale, ma segnalano la curiosa particolarità e ne fanno il conteggio, a loro volta, come esperti di trattamento delle osservazioni.

[9] La descrizione dell'Arca dell'Alleanza e della sua costruzione, e del Tempio di Salomone sono riportate in due appendici. Altre due appendici, di interesse geomatico, descrivono la ricostruzione delle mura di Gerusalemme, con un secondo censimento, dopo il ritorno, dall'esilio babilonese, degli Ebrei del Regno di Giuda ed il precedente popolamento della Palestina, dopo l'Esodo degli Ebrei dall'Egitto.

Appendice B – Progetto e costruzione dell'Arca dell'Alleanza (ancora nel deserto del Sinai)

Es [10] 25 (10, 17, 23, 25) – L'arca, il propiziatorio, la tavola

10 Faranno dunque un'arca di legno di acacia,

- lunga due cubiti e mezzo,
- larga un cubito e mezzo
- e alta un cubito e mezzo.

17 Farai anche un propiziatorio d'oro puro; la sua lunghezza *sarà* di due cubiti e mezzo, e la sua larghezza di un cubito e mezzo.

23 Farai anche una tavola di legno di acacia,

- lunga due cubiti,
- larga un cubito
- e alta un cubito e mezzo.

25 Le farai tutt'intorno un bordo alto un palmo di mano …

Es 26 (1-3, 7-9, 13, 15-16, 18, 20, 22, 35) – Il tabernacolo, i teli; assi e basi

1 Farai poi il tabernacolo di dieci teli di lino fino ritorto, … **2** La lunghezza di ogni telo sarà di ventotto cubiti e la larghezza di ogni telo di quattro cubiti; i teli avranno tutti la stessa misura. **3** Cinque teli saranno uniti assieme e gli altri cinque teli saranno pure uniti assieme.

7 Farai pure dei teli di *pelo di* capra, per servire da tenda sopra il tabernacolo: di *questi* teli *ne* farai undici. **8** La lunghezza di ogni telo *sarà* di trenta cubiti e la larghezza di ogni telo di quattro cubiti; gli undici teli avranno *tutti* la stessa misura. **9** Unirai cinque teli tra di loro, e gli *altri* sei fra di loro; ripiegherai su se stesso il sesto telo sulla parte anteriore della tenda. … **13** e il cubito da una parte e il cubito dall'altra parte che sono in sovrappiù nella lunghezza dei teli della tenda, ricadranno sui due lati del tabernacolo, uno da un lato e l'altro dall'altro per coprirlo.

15 Farai per il tabernacolo delle assi in legno d'acacia, messe per ritto. **16** La lunghezza di un'asse *sarà* di dieci cubiti e la sua larghezza di un cubito e mezzo.

- **18** Farai dunque le assi per il tabernacolo, venti assi per il lato sud. **...**
- **20** Farai pure venti assi per il secondo lato del tabernacolo, per il lato nord, …
- **22** Per la parte posteriore del tabernacolo, verso ovest, farai sei assi.

35 Fuori del velo invece metterai la tavola, mentre il candelabro *andrà* di fronte alla tavola sul lato sud del tabernacolo, e metterai la tavola sul lato nord.

Es 27 (1, 9, 11-16, 18) – L'altare degli olocausti, il cortile

1 Farai anche un altare di legno di acacia,

- lungo cinque cubiti
- e largo cinque cubiti;

[10] Es è la sigla usata per il libro dell'Esodo, secondo del Pentateuco (biblico).

- l'altare sarà quadrato
- e avrà tre cubiti di altezza.

9 Farai anche il cortile del tabernacolo;

- dal lato sud, il cortile avrà dei tendaggi …, di cento cubiti di lunghezza per un lato, …
- **11** Così pure per la lunghezza del lato nord, ci saranno dei tendaggi di cento cubiti di lunghezza, …
- **12** E per la larghezza del cortile sul lato ovest, ci saranno cinquanta cubiti di tendaggi …
- **13** La larghezza del cortile, sul lato est, sarà pure di cinquanta cubiti.
- **14** Da un lato della porta d'ingresso ci saranno quindici cubiti di tendaggi, …
- **15** e dall'altro lato ci saranno pure quindici cubiti di tendaggi …
- **16** Per la porta d'ingresso del cortile ci sarà una cortina di venti cubiti, …

18 La lunghezza del cortile *sarà di* cento cubiti, la larghezza *di* cinquanta e l'altezza *di* cinque cubiti, *con tendaggi* …

… tutto disposto con misura, calcolo e peso, … (Sapienza [11] 11, 20).

Es 37 (1, 6, 10, 25) – Costruzione dell'arca; il propiziatorio, la tavola, l'altare dell'incenso

1 Poi Betsaleel fece l'arca di legno di acacia,

- lunga due cubiti e mezzo,
- larga un cubito e mezzo
- e alta un cubito e mezzo.

6 Fece anche un propiziatorio d'oro puro, lungo due cubiti e mezzo e largo un cubito e mezzo.

10 Fece anche la tavola di legno d'acacia:

- lunga due cubiti,
- larga un cubito
- e alta un cubito e mezzo.

25 Poi fece l'altare dell'incenso in legno di acacia;

- era di un cubito di lunghezza
- e di un cubito di larghezza;
- era quadrato
- e aveva un'altezza di due cubiti; …

Es 38 (1, 9, 11-15, 18) – Costruzione dell'altare degli olocausti; il cortile

1 Poi fece l'altare degli olocausti in legno di acacia,

- lungo cinque cubiti
- e largo cinque cubiti;

[11] Il libro della Sapienza è scritto in greco ed appartiene alla Bibbia cosiddetta dei Settanta che traduce, in greco, le parti più vecchie della Bibbia, scritte in ebraico, aggiungendo testi, soprattutto sapienziali, di origine ellenistica. Questo libro è accolto nelle Bibbie cattolica ed ortodossa, ma è giudicato apocrifo dalla Bibbia riformata e dalla Tōrāh ebraica.

- era quadrato
- e aveva un'altezza di tre cubiti.

9 Poi fece il cortile:

- sul lato del Neghev, verso sud, i tendaggi del cortile *erano* … lunghi cento cubiti,
- **11** Sul lato nord *c'erano* cento cubiti di tendaggi …
- **12** Sul lato ovest *c'erano* cinquanta cubiti di tendaggi …
- **13** Sul davanti, dal lato est, *c'erano* cinquanta cubiti:
    - **14** da un lato c'erano quindici cubiti di tendaggi, …
    - **15** e dall'altro lato (tanto di qua che di là della porta d'ingresso del cortile) c'erano quindici cubiti di tendaggi, …

18 La cortina per l'ingresso del cortile … aveva una lunghezza di venti cubiti, un'altezza di cinque cubiti, …

Appendice C – Progetto e costruzione del Tempio [12] e della reggia di Salomone a Gerusalemme

1 Re 6 (2-3, 5-6, 10, 16-17, 20, 23-26) – Costruzione del Tempio di Salomone

2 E la Casa che il re Salomone edificò al Signore, avea:

- sessanta cubiti di lunghezza,
- e venti di larghezza,
- e trenta di altezza.

3 E *vi* era un portico davanti alla parte della Casa, *che si chiamava* il Tempio, il quale avea

- venti cubiti di lunghezza, al pari della larghezza della Casa;
- e dieci cubiti di larghezza in fronte della Casa.

5 Edificò ancora de' palchi di camere, attenenti al muro della Casa d'ogn'intorno; d'intorno alle mura della Casa, così del *luogo detto il* Tempio, come del*l'altro detto* l'Oracolo; avendovi fatto d'ogn'intorno de' contrafforti.

- **6** La larghezza del palco da basso era di cinque cubiti,
- e la larghezza di quel di mezzo di sei,
- e la larghezza del terzo di sette;

10 E fabbricò quei palchi di camere d'intorno a tutta la Casa, dell'altezza di cinque cubiti ciascuno; … **16** Egli intavolò eziandio d'assi di cedro venti cubiti verso il fondo della Casa, dal suolo fino al

[12] Il Tempio di Salomone, costruito a partire dall'833 a.C., per circa otto anni, nel 607 a.C., è distrutto dopo la conquista babilonese del Regno di Giuda (con l'assedio, la caduta di Gerusalemme ed una seconda deportazione degli ebrei) e ricostruito, a partire dal 520 a.C., solo dopo la conquista persiana della Mesopotamia, la liberazione degli ebrei deportati ed il loro ritorno in Palestina.
Infatti dopo la morte di Salomone, accanto al Regno di Giuda (popolato dalle tribù di Giuda, Simeone e Beniamino, e dai Leviti residenti che, al servizio del Tempio, non hanno terra), a nord, è fondato il Regno di Israele che ha vita piuttosto precaria e termina, nel 722 a.C., con la conquista assira, la caduta di Samaria ed una prima deportazione degli ebrei della cui discendenza si perdono le tracce.
A sua volta, questo secondo Tempio è distrutto, nel 70 (dopo Cristo), dai romani che, succeduti alla conquista macedone (ed ai discendenti siriani), hanno occupato la Palestina, facendola provincia dell'impero romano, fino ad un nuovo assedio di Gerusalemme ed alla sua definitiva conquista.
Questo Tempio, nonostante un tentativo con l'imperatore Giuliano l'Apostata, non è stato più ricostruito e, di esso, oggigiorno rimane solo il Muro del pianto, essendo invece sorte su quella terra spianata più recenti costruzioni islamiche, tra cui una delle più importanti moschee sunnite.

sommo delle pareti; e fabbricò quello spazio indentro per l'Oracolo, pel Luogo santissimo. **17** E la Casa, *cioè* il Tempio anteriore, era di quaranta cubiti. **20** E le facciate dell'Oracolo:

- erano di venti cubiti di lunghezza,
- e di venti di larghezza,
- e di venti di altezza, …

23 E fece due Cherubini di legno di ulivo, dentro all'Oracolo, de' quali ciascuno *era* alto dieci cubiti. **24** E l'una delle ale dell'uno de' Cherubini *era lunga* cinque cubiti, e l'altra altrettanto; dall'estremità *d'una* delle ale di esso, fino all'estremità dell'altra, *vi erano* dieci cubiti. **25** L'altro Cherubino *era* parimente di dieci cubiti; amendue i Cherubini *erano* di una stessa misura e scultura. **26** L'altezza d'uno de' Cherubini *era* di dieci cubiti, e parimente l'altezza dell'altro.

1 Re 7 (2, 6, 10, 15-16, 19, 23-25) – Costruzione della reggia di Salomone a Gerusalemme

2 Edificò ancora la casa del Bosco del Libano,

- di lunghezza di cento cubiti,
- e di larghezza di cinquanta,
- e d'altezza di trenta;

6 Fece eziandio il portico a quelle colonne,

- di lunghezza di cinquanta cubiti,
- e di larghezza di trenta; …

10 Il fondamento ancora *era di* pietre fine, di pietre grandi, di pietre di dieci e di otto cubiti.

15 E gettò le due colonne di rame, delle quali ciascuna avea di altezza diciotto cubiti; ed un filo di dodici cubiti circondava l'una e l'altra.

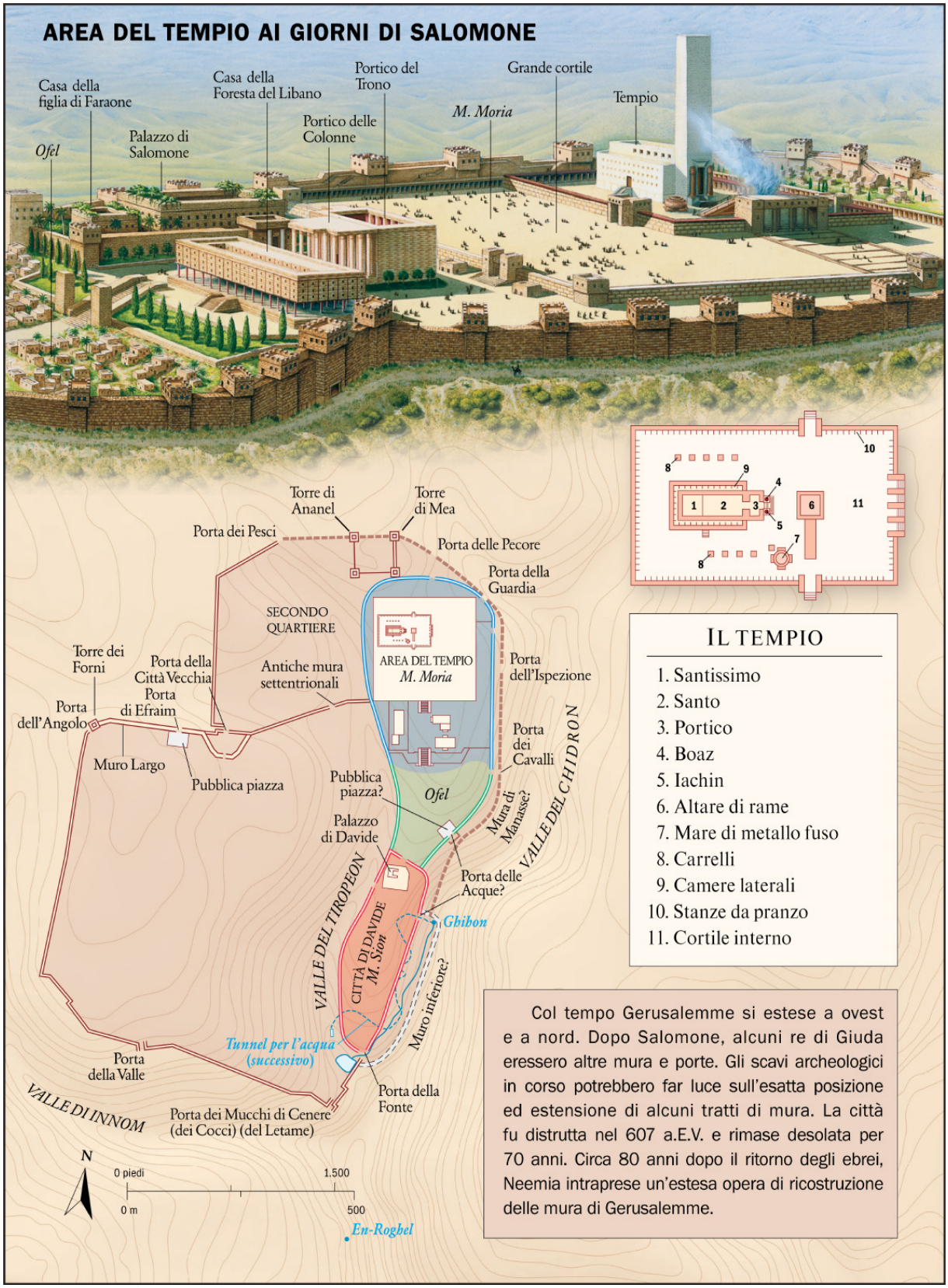
16 Fece eziandio due capitelli di rame di getto, per porre in cima delle colonne: de' quali ciascuno avea cinque cubiti di altezza. **19** Ed i capitelli ch'*erano* in cima delle colonne nel portico, *erano fatti* in forma di gigli, di quattro cubiti. **23** Poi fece il mare di getto,

- che avea dieci cubiti da una parte dell'orlo all'altra opposta, ed era tondo d'ogn'intorno;
- ed era alto cinque cubiti,
- ed un filo di trenta cubiti lo circondava d'ogn'intorno.
- **24** E disotto all'orlo di esso, d'intorno, vi erano delle figure di rilievo che l'intorniavano, dieci per cubito, …

25 Esso era posto sopra dodici buoi, de' quali tre erano volti verso il Settentrione, e tre verso l'Occidente, e tre verso il Mezzodì, e tre verso l'Oriente; e il mare era al disopra di essi; … [13]

[13] La descrizione della reggia di Salomone termina con una descrizione, piuttosto dettagliata, di particolari costruttivi dei quali si danno, quasi sempre, indicazioni metriche delle loro dimensioni: 1 Re 7 (27, 31-32, 35, 38)

27 Oltre a ciò, fece dieci basamenti di rame, de' quali ciascuno avea quattro cubiti di lunghezza, e quattro di larghezza, e tre di altezza. **31** E la bocca del piè era indentro della corona, e rilevata disopra d'un cubito; e questa sua bocca era rotonda, a foggia d'un piè di vaso; ed era di un cubito e mezzo; … **32** Ora le quattro ruote eran disotto a quelle aiuole; e i perni delle ruote attenevano al basamento; e l'altezza di ciascuna ruota era di un cubito e mezzo. **35** Ed in cima di ciascun basamento vi era un mezzo cubito di altezza, tondo d'intorno; … **38** Poi fece le dieci conche di rame, delle quali ciascuna conteneva quaranta bati, ed era di quattro cubiti; ciascuna conca era posta sopra uno de' dieci basamenti.



Il tempio di Salomone [14]

[14] Spiace e contrasta con il buon senso e la ragione, il conflitto, apparentemente senza fine, fra israeliti e palestinesi su Gerusalemme ed i suoi luoghi santi (del resto, un vergognoso contrasto ricorrente, seppure minore, è lì presente anche nei luoghi della cristianità).

Appendice D – Ricostruzione delle mura di Gerusalemme e nuovo censimento degli Ebrei [15]

Neemia 3 (1-32, 38) – Ricostruzione della mura

1 Eliasìb, sommo sacerdote, con i suoi fratelli sacerdoti si misero a costruire la porta delle Pecore; la consacrarono e vi misero i battenti; continuarono a costruire fino alla torre di Mea, che poi consacrarono, e fino alla torre di Cananeèl. **2** Accanto a Eliasìb lavoravano gli uomini di Gerico e accanto a loro lavorava Zaccùr figlio di Imri.
3 I figli di Senaà costruirono la porta dei Pesci, ne fecero l'intelaiatura e vi posero i battenti, le serrature e le sbarre. **4** Accanto a loro lavorava alle riparazioni Meremòt figlio di Uria, figlio di Akkoz; accanto a loro lavorava alle riparazioni Mesullàm, figlio di Berechia figlio di Mesezabèel; accanto a loro lavorava alle riparazioni Zadòk figlio di Baana; **5** accanto a loro lavoravano alle riparazioni quelli di Tekòa; ma i loro notabili non piegarono il collo a lavorare all'opera del loro Signore.
6 Ioiadà figlio di Pasèach e Mesullàm figlio di Besodia, restaurarono la porta Vecchia; ne fecero l'intelaiatura e vi posero i battenti, le serrature e le sbarre. **7** Accanto a loro lavoravano alle riparazioni Melatia il Gabaonita, Iadon il Meronotita, e gli uomini di Gàbaon e di Mizpà, alle dipendenze della sede del governatore dell'Oltrefiume; **8** accanto a loro lavorava alle riparazioni Uzzièl figlio di Caraia tra gli orefici e accanto a lui lavorava Anania tra i profumieri. Essi hanno rinforzato Gerusalemme fino al Muro Largo; **9** accanto a loro lavorava alle riparazioni Refaia figlio di Cur, capo della metà del distretto di Gerusalemme. **10** Accanto a loro lavorava alle riparazioni, di fronte alla sua casa, Iedaia figlio di Carumaf e accanto a lui lavorava Cattus figlio di Casabnià.
11 Malchia figlio di Carim e Cassùb figlio di Pacat-Moab restaurarono la parte successiva di mura e la torre dei Forni. **12** Accanto a loro lavorava alle riparazioni insieme con le figlie, Sallùm figlio di Allòches, capo della metà del distretto di Gerusalemme.
13 Canun e gli abitanti di Zanòach restaurarono la porta della Valle; la ricostruirono, vi posero i battenti, le serrature e le sbarre. Fecero inoltre mille cubiti di muro fino alla porta del Letame.
14 Malchia figlio di Recàb, capo del distretto di Bet-Kerem, restaurò la porta del Letame; la ricostruì, vi pose i battenti, le serrature e le sbarre.
15 Sallùm figlio di Col-Coze, capo del distretto di Mizpà, restaurò la porta della Fonte; la ricostruì, la coprì, vi pose i battenti, le serrature e le sbarre. Fece inoltre il muro della piscina di Siloe, presso il giardino del re, fino alla scalinata per cui si scende dalla città di Davide.**16** Dopo di lui Neemia figlio di Azbuk, capo della metà del distretto di Bet-Zur, lavorò alle riparazioni fin davanti alle tombe di Davide, fino alla piscina artificiale e fino alla casa dei Prodi.

- **17** Dopo di lui lavoravano alle riparazioni i leviti, sotto Recum figlio di Bani; accanto a lui lavorava per il suo distretto Casabià, capo della metà del distretto di Keilà.
- **18** Dopo di lui lavoravano alle riparazioni i loro fratelli, sotto Binnui figlio di Chenadàd, capo dell'altra metà del distretto di Keilà; **19** accanto a lui Ezer figlio di Giosuè, capo di Mizpà, restaurava un'altra parte delle mura, di fronte alla salita dell'arsenale, all'angolo.
- **20** Dopo di lui Baruch figlio di Zaccai ne restaurava con ardore un'altra parte dall'angolo fino alla porta della casa di Eliasìb sommo sacerdote.
- **21** Dopo di lui Meremòt figlio di Uria, figlio di Akkoz, ne restaurava un'altra parte, dalla porta della casa di Eliasìb fino all'estremità della casa di Eliasìb. **22** Dopo di lui lavoravano i sacerdoti che abitavano la periferia.
- **23** Dopo di loro Beniamino e Cassùb lavoravano di fronte alla loro casa. Dopo di loro Azaria figlio di Maaseia, figlio di Anania, lavorava presso la sua casa.
- **24** Dopo di lui Binnui figlio di Chenadàd restaurò un'altra parte delle mura, dalla casa di Azaria fino alla svolta, cioè all'angolo.

[15] Nonostante la concisione e l'essenzialità di questi due elenchi, è innegabile la gioia concitata, scaturita per la liberazione, il ritorno e la ricostruzione (una descrizione succinta della ricostruzione del Tempio è invece presente in alcuni passi dei capitoli 3 – 6 di Esdra).

- **25** Palal figlio di Uzai lavorò di fronte alla svolta e alla torre sporgente dal piano di sopra della reggia, che dà sul cortile della prigione. Dopo di lui lavorava Pedaia figlio di Pareos.
- **26** Gli oblati che abitavano sull'Ofel lavoravano fin davanti alla porta delle Acque, verso oriente, e di fronte alla torre sporgente.
- 27 Dopo di loro quelli di Tekòa ne restaurarono un'altra parte, di fronte alla gran torre sporgente e fino al muro dell'Ofel.
- **28** I sacerdoti lavoravano alle riparazioni sopra la porta dei Cavalli, ciascuno di fronte alla sua casa.
- **29** Dopo di loro Zadòk figlio di Immer lavorava di fronte alla sua casa. Dopo di lui lavorava Semaia figlio di Secania, custode della porta d'oriente.
- **30** Dopo di lui Anania figlio di Selemia e Canun sesto figlio di Zalaf restaurarono un'altra parte delle mura. Dopo di loro Mesullàm figlio di Berechia lavorava di fronte alla sua stanza.
- **31** Dopo di lui Malchia, uno degli orefici, lavorava fino alla casa degli oblati e dei mercanti, di fronte alla porta della Rassegna e fino al piano di sopra dell'angolo.
- **32** Gli orefici e i mercanti lavorarono alle riparazioni fra il piano di sopra dell'angolo e la porta delle Pecore

38 Noi dunque andavamo ricostruendo le mura che furono dappertutto portate fino a metà altezza; il popolo aveva preso a cuore il lavoro.

Neemia 7 (1-69, 73) – Lista di ricapitolazione [16]

1 Quando le mura furono riedificate e io ebbi messo a posto le porte e i portinai, i cantori e i leviti furono stabiliti nei loro uffici, **2** diedi il governo di Gerusalemme a Canàni mio fratello e ad Anania comandante della cittadella, perché era un uomo fedele e temeva Dio più di tanti altri. **3** Ordinai loro: "Le porte di Gerusalemme non si aprano finché il sole non comincia a scaldare e si chiudano e si sbarrino le porte mentre i cittadini sono ancora in piedi; si stabiliscano delle guardie prese fra gli abitanti di Gerusalemme, ognuno al suo turno e ognuno davanti alla propria casa".
4 La città era spaziosa e grande; ma dentro vi era poca gente e non si costruivano case. **5** Il mio Dio mi ispirò di radunare i notabili, i magistrati e il popolo, per farne il censimento. Trovai il registro genealogico di quelli che erano tornati dall'esilio la prima volta e vi trovai scritto quanto segue:
6Questi sono gli abitanti della provincia che sono tornati dall'esilio: quelli che Nabucodònosor re di Babilonia aveva deportati e che erano tornati in Gerusalemme e in Giudea, ognuno nella sua città. **7** Essi erano tornati con Zorobabele, Giosuè, Neemia, Azaria, Raamia, Nahamani, Mardocheo, Bilsan, Mispèret, Bigvai, Necum e Baana. Computo degli uomini del popolo d'Israele:

- **8** Figli di Pareos: duemilacentosettantadue.
- **9** Figli di Sefatia: trecentosettantadue.
- **10** Figli di Arach: seicentocinquantadue.
- **11** Figli di Paat-Moab, cioè i figli di Giosuè e di Ioab: duemilaottocentodiciotto.
- **12** Figli di Elam: milleduecentocinquantaquattro.
- **13** Figli di Zattu: ottocentoquarantacinque.
- **14** Figli di Zaccai: settecentosessanta.
- **15** Figli di Binnui: seicentoquarantotto.
- **16** Figli di Bebai: seicentoventotto.
- **17** Figli di Azgad: duemilatrecentoventidue.
- **18** Figli di Adonikam: seicentosessantasette.
- **19** Figli di Bigvai: duemilasessantasette.

[16] Elenchi simili sono presenti anche in Esdra 2, 8 (1-14) e 10 (18-44), dove con una notevole dose di maschilismo si ordina di ripudiare le donne straniere (Esdra 10, 10-11). L'ultima osservazione è particolarmente deplorevole, perché gli stupri etnici, ancora oggigiorno, sono giustificati, follemente e criminalmente, con vergognosi ragionamenti non dissimili.

- **20** Figli di Adin: seicentocinquantacinque.
- **21** Figli di Ater, cioè di Ezechia: novantotto.
- **22** Figli di Casum: trecentoventotto.
- **23** Figli di Bezai: trecentoventiquattro.
- **24** Figli di Carif: centododici.
- **25** Figli di Gàbaon: novantacinque.
- **26** Uomini di Betlemme e di Netofa: centottantotto.
- **27** Uomini di Anatòt: centoventotto.
- **28** Uomini di Bet-Azmàvet: quarantadue.
- **29** Uomini di Kiriat-Iearìm, di Chefira e di Beeròt: settecentoquarantatré.
- **30** Uomini di Rama e di Gheba: seicentoventuno.
- **31** Uomini di Micmas: centoventidue.
- **32** Uomini di Betel e di Ai: centoventitré.
- **33** Uomini di un altro Nebo: cinquantadue.
- **34** Figli di un altro Elam: milleduecentocinquantaquattro.
- **35** Figli di Carim: trecentoventi.
- **36** Figli di Gerico: trecentoquarantacinque.
- **37** Figli di Lod, di Cadid e di Ono: settecentoventuno.
- **38** Figli di Senaà: tremilanovecentotrenta.
- **39** I sacerdoti: figli di Iedaia della casa di Giosuè: novecentosessantatré.
- **40** Figli di Immer: millecinquantadue.
- **41** Figli di Pascur: milleduecentoquarantasette.
- **42** Figli di Carim: millediciassette.
- **43** I leviti: figli di Giosuè, cioè di Kadmiel, di Binnui e di Odevà: settantaquattro.
- **44** I cantori: figli di Asaf: centoquarantotto.
- **45** I portieri: figli di Ater, figli di Talmon, figli di Akkub, figli di Catità, figli di Sobai: centotrentotto.

46 Gli oblati:

- figli di Zica, figli di Casufa, figli di Tabbaot,
- **47** figli di Keros, figli di Sia, figli di Padon,
- **48** figli di Lebana, figli di Agabà, figli di Salmai,
- **49** figli di Canan, figli di Ghiddel, figli di Gacar,
- **50** figli di Reaia, figli di Rezin, figli di Nekoda,
- **51** figli di Gazzam, figli di Uzza, figli di Pasèach,
- **52** figli di Besai, figli dei Meunim, figli dei Nefisesim,
- **53** figli di Bakbuk, figli di Cakufa. figli di Carcur,
- **54** figli di Baslit, figli di Mechida, figli di Carsa,
- **55** figli di Barkos, figli di Sisara, figli di Temach,
- **56** figli di Neziach, figli di Catifa.

57 Discendenti dei servi di Salomone:

- figli di Sotai, figli di Sofèret, figli di Perida,
- **58** figli di Iaala, figli di Darkon, figli di Ghiddel,
- **59** figli di Sefatia, figli di Cattil, figli di Pochèret-Azzebàim, figli di Amòn.

60 Totale degli oblati e dei discendenti dei servi di Salomone: trecentonovantadue. **61** Ecco quelli che tornarono da Tel-Melach, da Tel-Carsa, da Cherub-Addòn e da Immer e che non avevano potuto stabilire il loro casato per dimostrare che erano della stirpe di Israele:

- **62** figli di Delaia, figli di Tobia, figli di Nekoda: seicentoquarantadue.

63 Tra i sacerdoti: figli di Cobaia, figli di Akkos, figli di Barzillài, il quale aveva sposato una delle figlie di Barzillài il Galaadita e fu chiamato con il loro nome. **64** Questi cercarono il loro registro genealogico, ma non lo trovarono e furono quindi esclusi dal sacerdozio; **65** …

66 La comunità nel suo totale era di quarantaduemilatrecentosessanta persone,

- **67** oltre ai loro schiavi e alle loro schiave in numero di settemilatrecentotrentasette.
- Avevano anche duecentoquarantacinque cantori e cantanti.
- **68** Avevano settecentotrentasei cavalli, duecentoquarantacinque muli,
- **69** quattrocentotrentacinque cammelli, seimilasettecentoventi asini.

73 I sacerdoti, i leviti, i portieri, i cantori, alcuni del popolo, gli oblati e tutti gli Israeliti si stabilirono nelle loro città. Come giunse il settimo mese, gli Israeliti [17] erano nelle loro città.

Appendice E – Popolamento della Palestina, dopo l'Esodo degli Ebrei dall'Egitto

Giosuè 13 (8-33) – Assegnazione del territorio delle Transgiordania

8 I Rubeniti e i Gaditi, con l'altra metà tribù [18], hanno ricevuto la loro eredità, che Mosè [19] diede loro di là dal Giordano, a est, come aveva dato loro Mosè, servo dell'Eterno: **9** da Aroer che *è* sulle sponde del torrente Arnon e *dalla* città che *è* in mezzo alla valle, tutto l'altopiano di Medeba fino a Dibon; **10** tutte le città di Sihon re degli Amorei, che regnava a Heshbon, fino al confine dei figli di Ammon; **11** Galaad, il territorio dei Gheshuriti e dei Maakathiti, tutto il monte Hermon e tutto Bashan fino a Salkah; **12** tutto il regno di Og, in Bashan, che regnava ad Ashtaroth e a Edrei, che era l'ultimo superstite dei giganti. Mosè infatti li aveva sconfitti e scacciati. **13** Ma i figli d'Israele non scacciarono i Gheshuriti e i Maakathiti; perciò i Gheshuriti e i Maakathiti abitano in mezzo a Israele fino al giorno d'oggi. **14** Soltanto alla tribù di Levi, *Mosè* non aveva assegnato alcuna eredità; i sacrifici fatti col fuoco all'Eterno, il Dio d'Israele, sono la sua eredità, come egli aveva loro detto.

- (1 [20]) **15** Mosè dunque aveva dato alla tribù dei figli di Ruben *la loro parte*, secondo le loro famiglie; **16** il loro territorio andava da Aroer che *è* sulle sponde del torrente Arnon e dalla città che *è* in mezzo alla valle, tutto l'altopiano presso Medeba, **17** Heshbon e tutte le sue città che *sono* sull'altopiano: Dibon, Bamoth-Baal, Beth-Baal-Meon, **18** Jahtsah, Kedemoth, Mefaath, **19** Kirjathaim, Sibmah, Tsereth-Hashahar sul monte della valle, **20** Beth-Peor, le pendici del Pisgah e Beth-Jescimoth; **21** tutte le città dell'altopiano e tutto il regno di Sihon, re degli Amorei che regnava a Heshbon, che Mosè sconfisse con i principi di Madian: Evi, Rekem, Tsur, Hur e Reba, principi *vassalli* di Sihon, che abitavano il paese. **22** I figli d'Israele uccisero pure con la spada Balaam, figlio di Beor, l'indovino, insieme agli altri da loro uccisi tra i Madianiti. **23** Al territorio dei figli di Ruben faceva da confine il Giordano. Questa *fu* l'eredità dei figli di Ruben secondo le loro famiglie, con le città e i loro villaggi.

---

[17] E' estraneo all'argomento trattato, ma non può/deve essere mai taciuto che alla grande gioia concitata, scaturita per la liberazione, il ritorno e la ricostruzione, sotto dominazione persiana, si contrappongono non solo la distruzione di Gerusalemme e la diaspora degli ebrei, sotto dominazione romana, ma anche un clima intollerante ed una politica antisemita, nell'Europa cristiana, sfociato nell'olocausto nazista, con cinque/sei milioni di morti, cui sono seguite altre vittime con il terrore staliniano e l'aggressione islamica. E' un monito grave della storia, con il fondato timore che nuovi segnali di antisemitismo possano drammaticamente generare altre tragiche ripetizioni.
[18] Trattasi qui della tribù di Manasse, come più oltre specificato.
[19] Il riferimento è al libro dei Numeri 32 (33-42).
[20] La numerazione tra parentesi segue l'ordine di nascita dei dodici figli di Giacobbe: Ruben, Levi, Simeone, Giuda, Dan, Neftali, Gad, Aser, Issachar, Zabulon, Giuseppe e Beniamino. A loro volta, i due figli di Giuseppe: Efraim e Manasse, sono poi adottati da Giacobbe, costituendo due semi-tribù.

- (7) **24** Mosè aveva pure dato alla tribù di Gad, ai figli di Gad, *la loro parte*, secondo le loro famiglie. **25** Il loro territorio comprendeva Jazer, tutte le città di Galaad, la metà del paese dei figli di Ammon fino ad Aroer, che è di fronte a Rabbah, **26** e da Heshbon fino a Ramath-Mitspah e Betonim, e da Mahanaim fino al confine di Debir, **27** e nella valle, Beth-Haram, Beth-Nimrah, Sukkoth e Tsafon, il resto del regno di Sihon re di Heshbon, con il Giordano per confine, fino all'estremità del Mar di Kinnereth, di là dal Giordano, a est. **28** Questa *fu* l'eredità dei figli di Gad, secondo le loro famiglie, con le città e i loro villaggi.
- (11B prima assegnazione) **29** Mosè aveva pure dato alla mezza tribù di Manasse, ai figli di Manasse, *la loro parte*, secondo le loro famiglie. **30** Il loro territorio comprendeva da Mahanaim, tutto Bashan, tutto il regno di Og re di Bashan, tutti i villaggi di Jair che *sono* in Bashan, *in tutto* sessanta città. **31** La metà di Galaad, Ashtaroth e Edrei, città del regno di Og in Bashan, *toccarono* ai figli di Makir, figlio di Manasse, *cioè*, alla metà dei figli di Makir, secondo le loro famiglie.

32 Tali sono le parti che Mosè aveva distribuito in eredità nelle pianure di Moab, al di là del Giordano, *sulla sponda opposta* a Gerico, a est. **33** Ma alla tribù di Levi Mosè non aveva dato alcuna eredità; l'Eterno, il Dio d'Israele, *era* la sua eredità, come egli aveva loro detto.

Giosuè 15 (1-12, 20-63) – Assegnazione del territorio delle Cisgiordania

(4) **1** La parte assegnata in sorte alla tribù dei figli di Giuda, secondo le loro famiglie, si estendeva fino al confine di Edom, al deserto di Tsin, all'estremità sud. **2** Il loro confine sud iniziava all'estremità del Mar Salato, dalla punta rivolta a sud, **3** e si prolungava a sud della salita di Akrabbim, passava per Tsin, poi risaliva a sud di Kadesh-Barnea, passava da Hetsron, saliva verso Addar e ripiegava verso Karkaa; **4** passava quindi da Atsmon e continuava fino al torrente d'Egitto, per finire sul mare. «Questo sarà», disse Giosuè, «il vostro confine a sud». **5** Il confine a est era il mar Salato fino alla foce del Giordano. Il confine a nord iniziava dal braccio di mare presso la foce del Giordano; **6** il confine quindi saliva verso Beth-Hoglah, passava a nord di Beth-Arabah e saliva fino al sasso di Bohan, figlio di Ruben. **7** Poi il confine dalla valle di Akor saliva a Debir e ripiegava a nord verso Ghilgal, che *è* di fronte alla salita di Adummim, a sud della valle; il confine passava poi alle acque di En-Scemesh e terminava a En-Roguel. **8** Il confine risaliva quindi per la valle del figlio di Hinnom fino alle pendici meridionali *della città* dei Gebusei (che è Gerusalemme). Il confine risaliva poi fino alla cima del monte che *si trova* di fronte alla valle di Hinnom a ovest, che *rimane* all'estremità della valle dei Refaim, a nord. **9** Dalla cima del monte il confine si estendeva fino alla sorgente delle acque di Neftoah, continuava verso le città del monte Efron e il confine piegava poi fino a Baalah, che *è* Kirjath-Jearim. **10** Da Baalah il confine ripiegava quindi a ovest verso la montagna di Seir, passava sul versante a nord del monte Jearim (che *è* Kesalon), scendeva a Beth-Scemesh e passava per Timnah. **11** Il confine raggiungeva poi il lato nord di Ekron, ripiegava quindi verso Scikron, passava per il monte Baalah, si estendeva fino a Jabneel, per finire sul mare. **12** Il confine ad ovest era il Mar Grande. Questi *erano* i confini, tutt'intorno, dei figli di Giuda secondo le loro famiglie. … **20** Questa *fu* l'eredità della tribù dei figli di Giuda, secondo le loro famiglie: **21** le città *poste* all'estremità della tribù dei figli di Giuda, verso il confine di Edom, nel Neghev *erano*: Kabtseel, Eder, Jagur, **22** Kinah, Dimonah, Adadah, **23** Kadesh, Hatsor, Ithnam, **24** Zif, Telem, Bealoth, **25** Hatsor-Hadattah, Kerioth-Hetsron (cioè Hatsor), **26** Amam, Scema, Moladah, **27** Hatsar-Gaddah, Heshmon, Beth-Pelet, **28** Hatsar-Shual, Beer-Sceba, Bizjothjah, **29** Baala, Ijim, Etsem, **30** Eltolad, Kesil, Hormah, **31** Tsiklag, Madmannah, Sansannah, **32** Lebaoth, Scilhim, Ain, Rimmon: in tutto ventinove città con i loro villaggi. **33** Nel bassopiano: Eshtaol, Tsoreah, Ashnah, **34** Zanoah, En-Gannim, Tappuah, Enam, **35** Jarmuth, Adullam, Sosoh, Azekah, **36** Shaaraim, Adithaim, Ghederah e Ghederothaim: quattordici città con i loro villaggi; **37** Tsenan, Hadashah, Migdal-Gad, **38** Dilean, Mitspah, Joktheel, **39** Lakish, Botskath, Eglon, **40** Kabbon, Lahmas, Kitlish, **41** Ghederoth, Beth-Dagon, Naamah e Makkedah: sedici città con i loro villaggi;

42 Libnah, Ether, Ashan, **43** Jiftah, Ashna, Netsib, **44** Keilah, Akzib e Mareshah: nove città con i loro villaggi; **45** Ekron con le sue città e i suoi villaggi; **46** da Ekron fino al mare, tutto ciò che era vicino a Ashdod con i loro villaggi; **47** Ashdod con le sue città e i suoi villaggi; Gaza con le sue città e i suoi villaggi fino al torrente d'Egitto e al Mar Grande con la *sua* costa. **48** Nella regione montuosa: Shanoir, Jattir, Sokoh, **49** Dannah, Kirjath-Sannah, cioè Debir, **50** Anab, Esthemoth, Anim, **51** Goscen, Holon e Ghiloh: undici città con i loro villaggi; **52** Arab, Dumah, Escean, **53** Janum, Beth-Tappuah, Afekah, **54** Humtah, Kirjath-Arba (cioè Hebron), e Tsior: nove città con i loro villaggi; **55** Maon, Karmel, Zif, Juttah, **56** Jezreel, Jokdeam, Zanoah, **57** Kain, Ghibeah e Timnah: dieci città con i loro villaggi; **58** Halhul, Beth-Tsur, Ghedor, **59** Maarath, Beth-Anoth e Eltekon: sei città con i loro villaggi; **60** Kirjath-Baal (cioè Kirjath-Jearim), e Rabbah: due città con i loro villaggi. **61** Nel deserto: Beth-Arabah, Middin, Sekakah, **62** Nibshan, la città del sale e Enghedi: sei città con i loro villaggi. **63** Quanto ai Gebusei che abitavano in Gerusalemme, i figli di Giuda non li poterono scacciare; così i Gebusei hanno abitato con i figli di Giuda in Gerusalemme fino al giorno d'oggi.

Giosuè 16 (1-10)

1 La parte assegnata in sorte ai figli di Giuseppe si estendeva dal Giordano presso Gerico, verso le acque di Gerico a est, fino al deserto che sale da Gerico a Bethel per la regione montuosa. **2** *Il confine* continuava poi da Bethel a Luz e passava per la frontiera degli Arkei ad Ataroth, **3** scendeva a ovest verso il confine dei Jafletei fino al confine di Beth-Horon inferiore e fino a Ghezer, per finire quindi sul mare. **4** Così i figli di Giuseppe, Manasse ed Efraim, ebbero ciascuno la loro eredità.

- (11A) **5** Questi furono i confini dei figli di Efraim, secondo le loro famiglie. Il confine della loro eredità, a est, era Atroth, fino a Beth-Horon superiore; **6** il confine si estendeva fino al mare a nord di Mikmethath, ripiegava quindi verso est *fino* a Taanath-Sciloh e le passava davanti a est di Janoah. **7** Da Janoah scendeva quindi ad Ataroth e a Naarah e toccava Gerico, per terminare al Giordano. **8** Da Tappuah il confine si estendeva verso ovest fino al torrente Kanah, per finire sul mare. Questa *fu* l'eredità della tribù dei figli di Efraim, secondo le loro famiglie, **9** assieme alle città messe da parte per i figli di Efraim in mezzo all'eredità dei figli di Manasse, tutte le città con i loro villaggi. **10** Ma essi non scacciarono i Cananei che abitavano a Ghezer; così i Cananei hanno dimorato in mezzo a Efraim fino al giorno d'oggi, ma sono stati soggetti a servitù.

Giosuè 17 (1-18)

- (11B seconda assegnazione) **1** Questa fu la parte assegnata in sorte alla tribù di Manasse, perché egli *era* il primogenito di Giuseppe. A Makir, primogenito di Manasse e padre di Galaad, fu assegnato Galaad e Bashan, perché era uomo di guerra. **2** Fu pure assegnata in sorte *una parte* agli altri figli di Manasse, secondo le loro famiglie: ai figli di Abiezer, ai figli di Helek, ai figli di Asriel, ai figli di Sichem, ai figli di Hefer, ai figli di Scemida. Questi *erano* i figli maschi di Manasse, figlio di Giuseppe, secondo le loro famiglie. **3** Or Tselofehad, figlio di Hefer, figlio di Galaad, figlio di Makir, figlio di Manasse, non ebbe figli, ma *soltanto* figlie, i cui nomi *erano*: Mahlah, Noah, Hoglah, Milkah e Tirtsah. **4** Esse si presentarono davanti al sacerdote Eleazar, davanti a Giosuè figlio di Nun e davanti ai principi, dicendo: 2 “L'Eterno comandò a Mosè di darci una eredità in mezzo ai nostri fratelli”. E *Giosuè* diede loro un'eredità in mezzo ai fratelli del loro padre, secondo il comando dell'Eterno. **5** Toccarono così dieci parti a Manasse, oltre il paese di Galaad e di Bashan che *erano* al di là del Giordano; **6** le figlie di Manasse infatti ricevettero un'eredità in mezzo ai figli di lui, e il paese di Galaad fu per gli altri figli di Manasse. **7** Il confine di Manasse si estendeva da Ascer a Mikmethath, che è di fronte a Sichem, poi

girava a destra verso gli abitanti di En-Tappuah. **8** Il paese di Tappuah apparteneva a Manasse; ma Tappuah sul confine di Manasse *apparteneva* ai figli di Efraim. **9** Poi il confine scendeva al torrente Kanah, a sud del torrente; queste città *che appartenevano* ad Efraim *erano* in mezzo alle città di Manasse; ma il confine di Manasse era dal lato nord del torrente e terminava sul mare. **10** *Il territorio* a sud *era* di Efraim, *quello* a nord *era* di Manasse, e il mare era il loro confine; a nord confinavano con Ascer e a est con Issacar. **11** Inoltre, nel *territorio di* Issacar e in *quello di* Ascer, Manasse aveva: Beth-Scean con i suoi villaggi, Ibleam con i suoi villaggi, gli abitanti di Dor con i suoi villaggi, gli abitanti di En-Dor con i suoi villaggi, gli abitanti di Taanak con i suoi villaggi, gli abitanti di Meghiddo con i suoi villaggi, tre regioni collinose. **12** Ma i figli di Manasse non riuscirono ad occupare quelle città, perché i Cananei erano risoluti a restare in quel paese. **13** Quando però i figli d'Israele divennero forti, assoggettarono i Cananei a servitù, ma non li scacciarono del tutto. **14** Allora i figli di Giuseppe parlarono a Giosuè e *gli* dissero: 2Perché ci hai dato in eredità solo una parte, solo una porzione, mentre siamo un gran popolo che l'Eterno ha finora benedetto?2. **15**Giosuè disse loro: 2Se *siete* un popolo numeroso, salite alla foresta e dissodatela per farvi del posto nel paese dei Perezei e dei giganti, perché la regione montuosa di Efraim è troppo ristretta per voi2. **16** Ma i figli di Giuseppe risposero: 2La regione montuosa non ci basta; e tutti i Cananei che abitano nella regione pianeggiante hanno carri di ferro, *tanto* quelli che *stanno* a Beth-Scean e nei suoi villaggi, *come* quelli che *stanno* nella valle di Jezreel2. **17** Allora Giosuè parlò alla casa di Giuseppe, a Efraim e a Manasse, e disse: 2Tu sei un popolo numeroso e hai una grande forza; non avrai solamente una parte, **18** ma *anche* la regione montuosa sarà tua; benché sia una foresta, tu la disboscherai e sarà tua fino ai suoi margini più remoti, perché tu scaccerai i Cananei anche se essi hanno carri di ferro e sono forti".

Giosuè 18 (1-28)

1 Poi l'intera assemblea dei figli d'Israele si radunò a Sciloh, e là eressero la tenda di convegno. Il paese era loro sottomesso. **2** Ma rimanevano tra i figli d'Israele sette tribù, che non avevano *ancora* ricevuto la loro eredità. **3** Così Giosuè disse ai figli d'Israele: "Fino a quando trascurerete di andare a prendere possesso del paese che l'Eterno, il Dio dei vostri padri, vi ha dato? **4** Scegliete fra voi tre uomini per ogni tribù e io li manderò. Essi si leveranno, percorreranno il paese, ne faranno la descrizione in base alla loro *parte d*'eredità, e *poi* torneranno da me. **5** Essi lo divideranno in sette parti: Giuda rimarrà nel suo territorio a sud e la casa di Giuseppe rimarrà nel suo territorio a nord. **6** Voi farete dunque la descrizione del paese in sette parti; *la* porterete qui da me, e io tirerò a sorte per voi qui, davanti all'Eterno, il nostro Dio. **7** Ma i Leviti non devono avere alcuna parte in mezzo a voi, perché il sacerdozio dell'Eterno è la loro eredità; e Gad, Ruben e la mezza tribù di Manasse hanno già ricevuto la loro eredità al di là del Giordano a est, che Mosè, servo dell'Eterno, ha data loro». **8** *Quegli* uomini dunque si levarono e partirono; e Giosuè a coloro che andavano a descrivere il paese comandò e disse: «Andate, percorrete il paese e fatene la descrizione; poi tornate da me, e qui io tirerò la sorte per voi davanti all'Eterno, a Sciloh". **9** Così *quegli* uomini andarono, percorsero il paese e fecero in un libro la descrizione in sette parti secondo le città; poi tornarono da Giosuè nell'accampamento di Sciloh. **10** Allora Giosuè tirò le sorti per loro a Sciloh davanti all'Eterno, e là spartì il paese tra i figli d'Israele, secondo le loro divisioni.

- (12) **11** Fu tirata a sorte la parte della tribù dei figli di Beniamino, secondo le loro famiglie; il territorio a loro toccato in sorte aveva i confini tra i figli di Giuda e i figli di Giuseppe. **12** Dal lato nord il loro confine iniziava dal Giordano, risaliva il versante a nord di Gerico, saliva per la regione montuosa verso ovest e terminava al deserto di Beth-Aven. **13** Di là il confine saliva a Luz, sul versante a sud di Luz (che *è* Bethel); scendeva quindi ad Ataroth-Addar, presso il monte che *si trovava* a sud di Beth-Horon inferiore. **14** Poi il confine si estendeva, ripiegando sul lato ovest verso sud dal monte posto di fronte a Beth-Horon, a sud, per terminare a Kirjath-

Baal, (che *è* Kiriath-Jearim), città dei figli di Giuda. Questo era il lato ovest. **15** Il lato sud iniziava all'estremità di Kirjath-Jearim. Il confine si estendeva verso ovest fino a toccare la sorgente delle acque di Neftoah; **16** poi il confine scendeva all'estremità del monte che *si trova* di fronte alla valle del figlio di Hinnom, che *è* nella valle dei giganti, al nord, e scendeva per la valle di Hinnom, sul versante sud *della città* dei Gebusei, fino a En-Roghel. **17** Piegava poi verso il nord e giungeva a En-Scemesh; si estendeva quindi verso Gheliloth, che è di fronte alla salita di Adummim, e scendeva al sasso di Bohan, figlio di Ruben; **18** poi passava per il versante nord di fronte all'Arabah e discendeva verso l'Arabah. **19** Il confine passava quindi per il versante nord di Beth-Hoglah e terminava alla punta nord del Mar Salato, all'estremità sud del Giordano. Questo *era* il confine a sud. **20** Il Giordano serviva di confine dal lato est. Questa *fu* l'eredità dei figli di Beniamino in base ai suoi confini tutt'intorno, secondo le loro famiglie. **21** Le città della tribù dei figli di Beniamino, secondo le loro famiglie, furono: Gerico, Beth-Hoglah, Emek-Ketsits, **22** Beth-Arabah, Tsemaraim, Bethel, **23** Avvim, Parah, Ofrah, **24** Kefar-Haammoni, Ofni e Gheba: dodici città con i loro villaggi; **25** Gabaon, Ramah, Beeroth, **26** Mitspeh, Kefirah, Motsah, **27** Rekem, Irpeel, Taralah, **28** Tselah, Efel, Gebus, (che *è* Gerusalemme), Ghibeath *e* Kirjath: quattordici città con i loro villaggi. Questa fu l'eredità dei figli di Beniamino, secondo le loro famiglie.

Giosuè 19 (1-48)

- (3) **1** La seconda parte tirata a sorte toccò a Simeone, alla tribù dei figli di Simeone secondo le loro famiglie. La loro eredità era in mezzo all'eredità dei figli di Giuda. **2** Nella loro eredità ebbero: Beer-Sceba, (Sceba), Moladah, **3** Hatsar-Shual, Balah, Etsem, **4** Eltolad, Bethul, Hormah, **5** Tsiklag, Beth-Markaboth, Hatsar-Susah, **6** Beth-Lebaoth e Sharuhen: tredici città con i loro villaggi; **7** Ain, Rimmon, Ether e Ashan: quattro città con i loro villaggi, **8** e tutti i villaggi che *stavano* attorno a queste città, fino a Baalath-Beer, Ramah del Neghev. Questa *fu* l'eredità della tribù dei figli di Simeone, secondo le loro famiglie. **9** L'eredità dei figli di Simeone *fu presa* dalla parte dei figli di Giuda, perché la parte dei figli di Giuda era troppo grande per loro; così i figli di Simeone ebbero la loro eredità in mezzo all'eredità di quelli *di Giuda*.
- (10) **10** La terza parte tirata a sorte toccò ai figli di Zabulon, secondo le loro famiglie. Il territorio della loro eredità si estendeva fino a Sarid. **11** Il loro confine saliva a ovest verso Maralah e giungeva a Dabbesceth e poi al torrente che *scorre* di fronte a Jokneam. **12** Da Sarid girava ad est verso il sol levante, fino al confine delle Fiamme del Tabor, si estendeva poi verso Daberath, giungendo fino a Jafia. **13** Di là passava a est fino a Gath-Hefer, a Eth-Katsin, e si estendeva fino a Rimmon, giungendo fino a Neah. **14** Poi il confine ripiegava a nord verso Hannathon, e terminava nella valle di Jiftah-El. **15** Esso includeva inoltre: Kattath, Nahalal, Scimron, Idalah e Betlemme: dodici città con i loro villaggi. **16** Questa *fu* l'eredità dei figli di Zabulon, secondo le loro famiglie, queste città con i loro villaggi.
- (9) **17** La quarta parte tirata a sorte toccò a Issacar, ai figli di Issacar, secondo le loro famiglie. **18** Il loro territorio andava fino a Jezreel, Kesulloth, Shunem, **19** Hafaraim, Scion, Anaharath, **20** Rabbith, Kiscion, Abets, **21** Remeth, En-Gannim, En-Haddah e Beth-Patsets. **22** Poi il confine giungeva a Tabor, Shahatsimah e Beth-Scemesh, terminava al Giordano: sedici città con i loro villaggi. **23** Questa *fu* l'eredità della tribù dei figli d'Issacar, secondo le loro famiglie, le città con i loro villaggi.
- (8) **24** La quinta parte tirata a sorte toccò ai figli di Ascer, secondo le loro famiglie. **25** Il territorio comprendeva: Helkath, Hali, Beten, Akshaf, **26** Allamelek, Amad e Mishal. Il loro confine giungeva, verso ovest, al *monte* Karmel e a Scihor-Libnath. **27** Poi ripiegava dal lato del sol levante verso Beth-Dagon, giungeva a Zabulon e alla valle di Jiftah-El al nord di Beth-Emek e di Neiel, e si prolungava verso Kabul a sinistra, **28** e verso Ebron, Rehob, Hammon e Kanah, fino a Sidone la Grande. **29** Poi il confine ripiegava verso Ramah fino alla città fortificata di

Tiro, girava verso Hosa, per finire sul mare dal lato del territorio di Akzib. **30** Esso *includeva* inoltre: Ummah, Afek e Rehob: ventidue città con i loro villaggi. **31** Questa *fu* l'eredità della tribù dei figli di Ascer, secondo le loro famiglie, queste città con i loro villaggi.

- (5) **32** La sesta parte tirata a sorte toccò ai figli di Neftali, secondo le loro famiglie. **33** Il loro confine si estendeva da Helef, dalla quercia in Zaanannim, Adami-Nekeb e Jabneel fino a Lakkum e terminava al Giordano. **34** Poi il confine ripiegava a ovest verso Aznoth-Tabor, e di là continuava verso Hukkok; giungeva a Zabulon dal lato sud, a Ascer dal lato ovest e a Giuda del Giordano dal lato di levante. **35** Le città fortificate *erano*: Tsiddim, Tser, Hammath, Rakkath, Kinnereth, **36** Adamah, Ramah, Hatsor, **37** Kedesh, Edrei, En-Hatsor, **38** Jiron, Migdal-El, Horem, Beth-Anath e Beth-Scemesh: diciannove città con i loro villaggi. **39** Questa *fu* l'eredità della tribù dei figli di Neftali, secondo le loro famiglie, le città con i loro villaggi.
- (6) **40** La settima parte tirata a sorte toccò alla tribù dei figli di Dan, secondo le loro famiglie. **41** Il territorio della loro eredità comprendeva: Tsorah, Eshtaol, Ir-Scemesh, **42** Shaalabbin, Aijalon, Jithlah, **43** Elon, Timnathah, Ekron, **44** Eltekeh, Ghibbethon, Baalath, **45** Jehud, Bene-Berak, Gath-Rimmon, **46** Me-Jarkon e Rakkon col territorio davanti a Jafo. **47** Ma il territorio dei figli di Dan si estese al di là di questi *confini*, perché i figli di Dan salirono a combattere contro Lescem; la presero e la passarono a fil di spada; ne presero possesso, vi si stabilirono e a Lescem misero nome Dan, dal nome di Dan loro padre.

48 Questa *fu* l'eredità della tribù dei figli di Dan, secondo le loro famiglie, queste città con i loro villaggi. **49** Quando i figli d'Israele ebbero finito di ripartire l'eredità del paese secondo i suoi confini, diedero a Giosuè, figlio di Nun, una eredità in mezzo a loro. **50** Secondo il comando dell'Eterno, gli diedero la città che egli chiese, Timnath-Serah, nella regione montuosa di Efraim. Egli costruì la città e dimorò in essa. **51** Queste *sono* le eredità che il sacerdote Eleazar, Giosuè figlio di Nun e i capifamiglia delle tribù dei figli d'Israele distribuirono a sorte a Sciloh, davanti all'Eterno, all'ingresso della tenda di convegno. Così essi terminarono la spartizione del paese.

Giosuè 21 (1-42) - Le quarantotto città assegnate ai Leviti

(2) **1** Or i capi-famiglia dei Leviti si presentarono al sacerdote Eleazar, a Giosuè figlio di Nun e ai capifamiglia delle tribù dei figli d'Israele, **2** e parlarono loro a Sciloh, nel paese di Canaan, dicendo: "L'Eterno comandò, per mezzo di Mosè, che ci fossero assegnate delle città da abitare con i loro terreni da pascolo per il nostro bestiame". **3** Così i figli d'Israele assegnarono, *prendendole* dalla loro eredità, ai Leviti le seguenti città con i loro terreni da pascolo, secondo il comandamento dell'Eterno. **4** Si tirò a sorte per le famiglie dei Kehathiti; e i figli del sacerdote Aaronne, *che erano* Leviti, ebbero in sorte tredici città *prese* dalla tribù di Giuda, dalla tribù di Simeone e dalla tribù di Beniamino. **5** Al resto dei figli di Kehath toccarono in sorte dieci città dalle famiglie della tribù di Efraim, dalla tribù di Dan e dalla mezza tribù di Manasse. **6** Ai figli di Ghershon toccarono in sorte tredici città *prese* dalle famiglie della tribù d'Issacar, dalla tribù di Ascer, dalla tribù di Neftali e dalla mezza tribù di Manasse in Bashan. **7** Ai figli di Merari, secondo le loro famiglie, toccarono dodici città *prese* dalla tribù di Ruben, dalla tribù di Gad e dalla tribù di Zabulon. **8** I figli d'Israele diedero dunque in sorte queste città con i loro terreni da pascolo ai Leviti, come l'Eterno aveva comandato per mezzo di Mosè. **9** Così essi diedero, *prendendole* dalla tribù dei figli di Giuda e dalla tribù dei figli di Simeone, le città qui nominate, **10** che andarono ai figli di Aaronne appartenenti alle famiglie dei Kehathiti, figli di Levi, perché la prima porzione sorteggiata toccò a loro. **11** Furono dunque date loro Kirjath-Arba, cioè Hebron, (Arba *fu* padre di Anak), nella regione montuosa di Giuda, con i suoi terreni da pascolo tutt'intorno; **12** ma diedero il territorio della città e i suoi villaggi a Caleb, figlio di Jefunneh, come sua proprietà. **13** Inoltre diedero ai figli del sacerdote Aaronne, Hebron (*come* città di rifugio per l'omicida) con i suoi terreni da pascolo, Libnah con i suoi terreni da pascolo, **14** Jattir con i suoi terreni da pascolo, Eshtemoa con i suoi terreni da pascolo, **15** Holon con i suoi terreni da pascolo, Debir con i suoi terreni da pascolo, **16**

Ain con i suoi terreni da pascolo, Juttah con i suoi terreni da pascolo e Beth-Scemesh con i suoi terreni da pascolo: nove città *prese* da queste due tribù. **17** Dalla tribù di Beniamino, Gabaon con i suoi terreni da pascolo, Gheba con i suoi terreni da pascolo, **18** Anatoth con i suoi terreni da pascolo e Almon con i suoi terreni da pascolo: quattro città. **19** Il totale delle città dei sacerdoti figli di Aaronne *era di* tredici città con i loro terreni da pascolo. **20** Alle famiglie dei figli di Kehath, cioè al resto dei Leviti, figli di Kehath, toccarono delle città *prese* dalla tribù di Efraim. **21** Fu loro data Sichem (*come* città di rifugio per l'omicida) con i suoi terreni da pascolo nella regione montuosa di Efraim, Ghezer con i suoi terreni da pascolo, **22** Kibtsaim con i suoi terreni da pascolo e Beth-Horon con i suoi terreni da pascolo: quattro città. **23** Dalla tribù di Dan: Eltekeh con i suoi terreni da pascolo, Ghibbethon con i suoi terreni da pascolo, **24** Aijalon con i suoi terreni da pascolo, Gath-Rimmon con i suoi terreni da pascolo: quattro città. **25** Dalla mezza tribù di Manasse: Taanak, con i suoi terreni da pascolo, Gath-Rimmon con i suoi terreni da pascolo: due città. **26** Tutte *queste* dieci città con i loro terreni da pascolo toccarono alle famiglie degli altri figli di Kehath. **27** Ai figli di Ghershon, *appartenenti* alle famiglie dei Leviti, *diedero, prendendole* dalla mezza tribù di Manasse, Golan in Bashan (*come* città di rifugio per l'omicida), con i suoi terreni da pascolo e Beeshterah con i suoi terreni da pascolo: due città; **28** dalla tribù d'Issacar, Kiscion con i suoi terreni da pascolo, Daberath con i suoi terreni da pascolo, **29** Jarmuth con i suoi terreni da pascolo, En-Gannim con i suoi terreni da pascolo: quattro città; **30** dalla tribù di Ascer, Mishal con i suoi terreni da pascolo, Abdon con i suoi terreni da pascolo, **31** Helkath con i suoi terreni da pascolo e Rehob con i suoi terreni da pascolo: quattro città; **32** e dalla tribù di Neftali, Kadesh in Galilea (*come* città di rifugio per l'omicida), con i suoi terreni da pascolo, Hammoth-Dor con i suoi terreni da pascolo, e Kartan con i suoi terreni da pascolo: tre città. **33** Il totale delle città dei Ghershoniti, secondo le loro famiglie *era di* tredici città con i loro terreni da pascolo. **34** Alle famiglie dei figli di Merari, cioè al resto dei Leviti, *diedero, prendendole* dalla tribù di Zabulon, Jokneam con i suoi terreni da pascolo, Kartah con i suoi terreni da pascolo, **35** Dimnah con i suoi terreni da pascolo *e* Nahalal con i suoi terreni da pascolo: quattro città; **36** dalla tribù di Ruben, Betser con i suoi terreni da pascolo, Jahtsah con i suoi terreni da pascolo, **37** Kdemoth con i suoi terreni da pascolo e Mefaath con i suoi terreni da pascolo: quattro città; **38** e dalla tribù di Gad, Ramoth in Galaad (*come* città di rifugio per l'omicida), con i suoi terreni da pascolo, Mahanaim con i suoi terreni da pascolo, **39** Heshbon con i suoi terreni da pascolo e Jazer con i suoi terreni da pascolo: in tutto quattro città. **40** Il totale delle città date in sorte ai figli di Merari, secondo le loro famiglie *che formavano* il resto delle famiglie dei Leviti, *era di* dodici città. **41** Il totale delle città dei Leviti in mezzo ai possedimenti dei figli d'Israele *era di* quarantotto città con i loro terreni da pascolo. **42** Ciascuna di queste città aveva i suoi terreni da pascolo tutt'intorno; così *era* di tutte queste città.

Giosuè 20 (1-9) – Le sei città rifugio

1 Poi l'Eterno parlò a Giosuè, dicendo: **2** "… Stabilitevi le città di rifugio, di cui vi parlai per mezzo di Mosè, **3** affinché vi si possa rifugiare l'omicida che ha ucciso qualcuno involontariamente e senza premeditazione; esse vi serviranno di rifugio contro il vendicatore del sangue. **4** Quando l'omicida fuggirà a una di quelle città, si fermerà all'ingresso della porta della città ed esporrà il suo caso agli anziani di quella città; essi lo accoglieranno in città con loro e gli daranno un posto, ed egli abiterà fra di loro. **5** Se il vendicatore del sangue lo inseguirà, essi non gli daranno nelle mani l'omicida, perché egli ha ucciso il suo prossimo senza premeditazione, senza averlo odiato prima. **6** … **7** Essi dunque designarono Kedesh in Galilea, nella regione montuosa di Neftali, Sichem nella regione montuosa di Efraim e Kirjath-Arba, (che *è* Hebron), nella regione montuosa di Giuda. **8** E al di là del Giordano, ad est di Gerico, stabilirono Betser nel deserto sull'altopiano della tribù di Ruben, Ramoth in Galaad della tribù di Gad e Golan in Bashan della tribù di Manasse. **9** Queste furono le città assegnate a tutti i figli d'Israele e allo straniero che risiedeva fra di loro, affinché chiunque avesse ucciso qualcuno involontariamente potesse rifugiarvisi e non essere ucciso dal vendicatore del sangue, prima di essere comparso davanti all'assemblea.

Mappa degli insediamenti delle dodici tribù di Israele in Palestina

Appendice F – Da Abramo a Noè ecco il volto segreto degli eroi biblici [21]

Annullare il tempo della riflessione, dell'apprendimento, del dubbio e della contraddizione che sono propri del trattamento delle osservazioni, in geomatica, geomatica applicata (e non solo), significa ignorare la differenza tra linguaggio e lingua, tra la coscienza magica e quella critica, perché la coscienza evoluta estrapola parole, frasi, paragrafi, storie e numeri che, a loro volta, formano la storia dell'umanità, dal mondo antico fino ad oggi.

Nella Torah, ci sono due volti che si fronteggiano, ogni tanto si sfiorano, ogni tanto si allontanano, qualche volta si fondono: quello narrativo e quello normativo. Vi è spesso tra le narrazioni bibliche e le regole comportamentali molto concrete, che la Bibbia indica, un cortocircuito logico. Pensiamo alla narrazione della nascita di Isacco, la madre Sara ha 90 anni, il padre Abramo 100. Una nascita miracolosa, che ha come conseguenza il nome stesso del nascituro, che significa "colui che riderà".
Io parto da una considerazione che non ha nessuna evidenza apparente, ma che si nutre di numerosi indizi: Isacco è un disabile. Per questo la gente ride di lui. Perfino Ismaele, il fratello più grande, ride di lui. Certo, il riso domina tutto il racconto. Anche Sara ride quando le annunciano che a 90 anni avrà un figlio. Ma lei accetterà rapidamente la condizione del figlio. Abramo no. E' tormentato e alla fine deciderà di sopprimerlo. A quell'epoca in Mesopotamia non erano affatto eccezionali i sacrifici umani di bambini, molto spesso disabili. Gli anni di Isacco, ormai trentenne, raccontano soprattutto il lungo processo di degenerazione psicologica del padre la cui conclusione è che il modo migliore per compiere il figlicidio è imputarlo all'Onnipotente.
Un commentatore hassidico ha letto nel racconto l'assoluta fiducia, nonostante tutto, di Isacco nei riguardi del padre, del figlio dell'uomo nel genere umano, del popolo ebraico nei confronti dell'umanità. Ai miei occhi prefigura la speranza nel genere umano dalla quale il popolo ebraico non deroga mai.
Da un lato c'è l'umanità che verrà annegata nel Diluvio universale e dall'altro c'è Noè che si salverà in un'Arca. Cosa rappresenta quest'Arca? Arca, in ebraico Teva, significa anche parola. Nel testo si rapportano le misure dell'Arca: altezza, lunghezza, larghezza i cui valori numerici (in ebraico le lettere fungono anche da numeri) corrispondono alla parola "linguaggio". Noè che si salva è l'antenato di Abramo che, attraverso il linguaggio e la parola, inaugura l'identità ebraica. In questo senso, la storia del Diluvio e della salvezza, rappresentano le origini arcaiche di questa identità. E come ogni atto fondativo richiede la nascita di un nuovo linguaggio. Il vecchio linguaggio è servito ad aggirare la punibilità delle leggi. A coprire la verità e non a svelarla. Oggi conosciamo perfettamente cosa sia la manipolazione del linguaggio, l'uso delle parole che ci allontanano dal vero.
Il grande naufragio del nostro mondo ha molto a che vedere con il Diluvio. La storia del Diluvio è comune a moltissime civiltà e religioni. Tuttavia la narrazione biblica si differenzia dalle altre in quanto insiste sul come ci si salva dalla catastrofe.
Il testo biblico parla di una città in costruzione i cui costruttori sembrano prigionieri di un linguaggio composto da parole uniche comuni. Questa città che non riconosce le virtù della diversità, non vi sono lingue differenti. C'è una lingua verticale, monolitica e minacciosa che impedisce lo sviluppo orizzontale delle lingue plurali. La Torre di Babele in ultima analisi mostra la nascita del linguaggio assolutistico. Rafforza la storia precedente. In quel linguaggio sono già presenti in fieri tutti i totalitarismi e fascismi della Storia. La Torre di Babele è la fine dell'illusione del "come sarebbe bello se parlassimo tutti la stessa lingua". No, non è bello affatto, annulla il tempo della riflessione, dell'apprendimento, del dubbio, della contraddizione. La diffusa incomprensione nel nostro mondo connesso nella Rete è la versione attuale della Torre di Babele. Siamo nuovamente piombati nell'ignoranza della differenza tra linguaggio e lingua, tra coscienza magica e coscienza critica.
La coscienza magica non dà spazio alle interpretazioni, non conosce dubbi. La percezione del mondo è nell'ordine dell'abracadabra, è scritto così quindi è così. La coscienza magica è la madre di tutti i totalitarismi e ha contaminato, in gradi diversi, tutti i monoteismi. E' il prolungamento acritico di una presunta volontà divina del braccio del terrorista che uccide … un chiaro esempio di coscienza magica, di manipolazione delle coscienze attraverso il conformismo dogmatico. Non conosciamo le reali motivazioni …, al di là di fatti economici ed espansionistici, sappiamo che si esplicitano attraverso un dogmatismo che affascina la coscienza magica, imperante non solo nelle società mediorientali, ma in forme attutite e meno evidenti anche nelle nostre società: con questi anni trascorsi sotto il segno di una finanza magica che fideisticamente prometteva di arricchire tutti e non ha fatto altro che spogliare l'uomo dei suoi beni.
I saggi cabalisti leggono il mondo come un immenso intreccio di lettere, un linguaggio che spetta all'uomo decifrare e trarne una lingua per comunicare. La coscienza evoluta estrapola parole, frasi, paragrafi, storie che a loro volta comporranno la storia dell'umanità.

[21] Dall'intervista di Antonio Gnoli al Dr. Haim Baharier, studioso delle scritture ed esegeta biblico e talmudico, franco-polacco (La Repubblica, venerdì 20 gennaio 2017).

Conclusioni [22] matematiche statistiche e geomatiche

Alcuni pensano, o re Gelone che il numero dei granelli di sabbia sia infinito in quantità: non intendo soltanto la sabbia che si trova nei dintorni di Siracusa e del resto della Sicilia, ma anche quella che si trova in ogni altra regione, abitata o deserta. Altri ritengono che questo numero non sia infinito, ma che non possa esistere un numero esprimibile e che superi questa quantità di sabbia. È chiaro che coloro i quali pensano questo, se immaginassero un volume di sabbia uguale a quello della Terra, avendo riempito di sabbia tutti i mari e tutte le valli, fino alle montagne più alte, sarebbero ancor meno disposti ad ammettere che si possa esprimere un numero che superi quella quantità. Ma io tenterò di mostrarti, attraverso dimostrazioni geometriche che tu potrai seguire, che alcuni dei numeri da noi enunciati ed esposti negli scritti inviati a Zeusippo, non soltanto superano il numero dei granelli di sabbia aventi un volume uguale a quello della Terra riempita come abbiamo detto, ma anche un volume uguale a quello dell'intero Universo (Archimede di Siracusa, L'arenario).

La citazione da Archimede di Siracusa cui fa seguito quella posta a conclusione di questo paragrafo (che riprende ed estende quella all'inizio di questa parte) serve ad illustrare le amplissime potenzialità della matematica e della matematica applicata, in particolare, con la statistica che, con il trattamento delle osservazioni, si pone in posizione centrale tra tutte le discipline del rilevamento, dalla scienza geodetica alle tecniche geomatiche. Infatti misurate con queste tecniche grandezze estensive (e talvolta, ma più raramente, intensive) e modellatele con i metodi geodetici, esse sono poi oggetto del calcolo.

In questo modo, sulla falsariga di Archimede di Siracusa (che opera con metodi geometrici, meccanici, ottici, grafici e numerici), misure geometriche e fisiche formano strutture reticolari, per determinare punti ed altri parametri discreti, comprese le loro variazioni nel tempo, tramite misure ripetute (se esiste o si sospetta una dinamicità in atto negli oggetti in esame). Dopodiché queste informazioni discrete possono e spesso devono essere approssimate, con modelli continui, per formare campi e/o mappe che rappresentano linee, superfici o corpi 3D, conformemente alla realtà rilevata, modellata e studiata.

Molteplici e diversi sono gli algoritmi e le procedure, impiegati nel calcolo, andando dalla modellazione matematica con modelli deterministici, all'analisi statistica, con modelli semi-deterministici e/o stocastici. In ogni caso, controlli numerici (gli unici possibili, nel caso della modellazione matematica classica, dove la teoria dell'approssimazione può tuttavia avvicinarsi notevolmente ai giudizi dell'inferenza statistica) e statistici, devono essere messi in opera, per verificare la buona rispondenza alle ipotesi di lavoro, effettuare il confronto di alcune ipotesi subordinate e poi procedere al controllo di qualità.

Oggigiorno l'informazione ottenuta è poi strutturata, archiviata e continuamente aggiornata, nelle basi di dati di una nuvola di sistemi informativi geografici e/o territoriali, capaci di gestire i sistemi in sé, nonché di rispondere bene a richieste, molteplici e differenziate, da parte di utenti, semplici od evoluti, siano essi specialisti di qualche settore o comuni profani. Innegabile è il vantaggio delle potenzialità offerte dalle rivoluzioni informatica, automatica e digitale (che ha cambiato il mondo, assieme alla conquista dello spazio), anche se permangono tuttora gravi problemi di compatibilità, per l'evolversi rapidissimo delle tecnologie (mentre si leggono ancora libri del cinque/seicento).

Ho pensato di esporti per iscritto e illustrarti in questo stesso libro un metodo di natura particolare, grazie al quale sarai in grado di venire a capo di problemi matematici grazie alla meccanica. Sono convinto che questo metodo sia utile per trovare le dimostrazioni dei teoremi; infatti alcune cose che inizialmente ho trovato grazie al metodo meccanico, le ho poi dimostrate geometricamente, perché lo studio con questo metodo non fornisce una dimostrazione effettiva (Archimede di Siracusa, Metodo – op. cit.).

[22] La parola: conclusioni, è usata per nominare l'ultimo paragrafo della prima parte, come le parole: riflessioni e considerazioni, sono usate all'inizio e nel mezzo di questa parte. Circa il significato intimo della parola: conclusione, a giudizio di coloro che scrivono, può solo avere il carattere essenziale della provvisorietà, essendo oltretutto strettamente legata al tempo ed al luogo dove è usata.

Un discorso, qui conclusivo, che riporta invece proprio all'inizio di qualsiasi trattazione sulla statistica (e sul Trattamento delle Osservazioni), verte sui due concetti di probabilità ed inferenza, e sulla loro genesi storica. Infatti mentre la formalizzazione dei concetti è piuttosto recente (e si situa addirittura alla fine dell'800, per quanto riguarda l'inferenza statistica), la genesi storica trova la sua origine già nel mondo antico, fra la Grecia classica ed il mondo ellenistico, per arrivare al mondo romano che acquisisce il portato culturale dei primi due (dopo le sue prodigiose conquiste territoriali, fra la tarda Repubblica ed il primo Impero). A riguardo, giova ricordare le tre definizioni classiche di probabilità:

- geometrica di Laplace (alla fine '700), giocoforza limitata ad un piccolo numero di eventi indistinguibili, formalmente identici e ben individuati;
- frequentista di Von Mises (all'inizio del '900), sicuramente affascinante, ma tautologica, in quanto vera solo in probabilità (e talvolta in media) e conseguentemente inadatta a definire la probabilità stessa;
- assiomatica di Kolmogorov (a metà del '900), rigorosa da un punto di vista matematico, anche se del tutto astratta e senza alcun riferimento alle probabilità materiali.

In questo modo, in particolare, sulla scorta dell'accettazione, pressoché universale, della terza definizione di probabilità, diventa importante come si assegnano le probabilità concrete, potendole derivare proprio dalle prime due definizioni, grazie a:

- le simmetrie geometriche, nel caso di un piccolo numero di eventi indistinguibili, e varie altre assunzioni matematiche, anche sulla base di considerazioni fisiche (o di altra natura);
- le frequenze empiriche, nel caso di prove ripetute, più e più volte,

ma avendole altresì assunte, anche arbitrariamente, quali probabilità soggettive, solo in base all'interesse a guadagnare, contro il rischio di perdere, come autorevolmente proposto da Bruno De Finetti, matematico e statistico insigne, nonché logico e filosofo della scienza.
Tuttavia ben più antica è la nascita del concetto di probabilità e di quello di inferenza, strettamente collegato e dipendente al/dal primo. Infatti essi sono citati, nel De oratore, opera retorica di Marco Tullio Cicerone che, a sua volta, li attribuisce al filosofo stoico Carneade. Infatti:

- probabilità deriva dall'aggettivo latino $probabilis$ che traduce il termine greco $\pi\iota\vartheta\alpha\nu o'\varsigma$;
- induzione deriva dal sostantivo latino $inductio$ che traduce il termine greco $\varepsilon'\pi\alpha\gamma\omega\gamma\eta'$,

avendo stabilito la sinonimia fra induzione ed inferenza, sulla base della sinonimia fra i verbi latini $d\bar{u}co$ e $f\breve{e}ro$ (in italiano: portare) che, aggiunta la proposizione in , significano: portare dentro, ovvero riflettere e giudicare.
Da ultimo, occorre sottolineare il forte legame fra probabilità ed inferenza, in quanto raccolti i dati ed elaborati con le note relazioni della statistica descrittiva, qualsiasi giudizio sui risultati ottenuti e poi ogni successiva elaborazione (con le metodologie e le procedure dell'analisi multivariata o della teoria della stima, oppure con l'analisi fine, possibile derivando modelli appropriati dalla teoria dei processi stocastici) dipende dall'inferenza statistica, per mettere a confronto le stime ottenute con i valori di riferimento, grazie alla scelta di distribuzioni di probabilità, opportune ed adatte a modellare il comportamento statistico dei dati. Infatti solo così si procede alla validazione dei dati e dei modelli, senza la quale la statistica descrittiva è solo una collezione di numeri.

PARTE II – DISEGNARE IL MONDO [23]

La mappa che rivela il mondo interiore

Non è che la passione per le mappe si possa tanto spiegare, a meno di non ricorrere a imbarazzanti excursus sul proprio personale modo di sconfiggere mostri. Tuttavia si può in qualche modo ricostruire – capire com'è fatta – e allora, almeno nel mio caso, la cosa più semplice è tirare fuori una foto della *mappamundi* di Hereford. Sarebbe ovviamente più brillante tirare fuori la mappa vera e propria: ma, appunto, giace bella protetta nella cattedrale di Hereford al confine tra Inghilterra e Galles, a essere precisi in una biblioteca. Non te la lasciano portare via facilmente: è lì da settecento anni.
Poiché il mondo, talvolta, ha la sua coerenza, la *mappamundi* di Hereford non è disegnata su una pergamena, ma sulla pelle di un vitello, cosa abbastanza assurda da qualsiasi parte tranne lì, dove è nata una delle razze bovine più famose e pregiate del mondo. Si riconosce ancora il collo dell'animale, in alto, e la colonna vertebrale che corre verso il basso sull'asse centrale: poco più che un'ombra, ma la memoria dell'animale è chiarissima. Per capire che razza di oggetto è, va annotato che la pelle è alta più di un metro e mezzo e larga quasi un metro e mezzo. Non era una cosa che piegavi e ti mettevi in tasca, ecco. D'altronde, sulla sua superficie c'era la cosa più grande al mondo: il mondo.
Non bisogna però immaginare una mappa come quelle a cui siamo abituati, diciamo, da Colombo in poi. Qui si tratta di Medioevo: non erano così semplici, ai tempi. Per quella gente lì fare una mappa del mondo com'era – un resoconto della realtà fisica – sarebbe stato un progettino inspiegabile, di scarse ambizioni e in definitiva futile. Quel che voleva fare il Riccardo era qualcosa di molto più grandioso: c'era una certa visione del mondo, nella testa dell'uomo medievale, e quella visione lui si mise a vergare sulla pelle di vitello. Era una visione generata dalla Rivelazione, dai testi sacri, dalle leggende, dalla fantasia, dalla pazzia e da qualche viaggetto. Una faccenda complicata. Non te la cavavi disegnando il profilo esatto dell'Adriatico, o imbroccando il punto esatto dell'Everest (be' non si chiamava così, allora, ovviamente). Anzi quelli erano dettagli che importavano fino a un certo punto. Quel che lui voleva fare era stirare su una superficie piana, appena conciata, i fantasmi della mente medievale: è più facile rimettere un profumo in una boccetta dopo che è uscito, …
Ci riuscì, comunque, e la cosa gli costò un lavoro che è facile immaginare esasperante. Come si vede dalle foto, è un complesso di cartografia, illustrazioni, simboli, disegnini e scritte. Molte scritte. Ci sono più di mille didascalie. Ci sono mostri, animali, amene scenette di vita quotidiana (cannibali che fanno il pranzo, tipo), città montagne mari fiumi. Il mondo è diviso in tre (Asia, Europa e Africa) e gli importava così poco della geografia vera e propria che i due nomi di Europa e Africa li hanno scambiati. Ma quello che per noi sarebbe un errore vergognoso, non lo è poi così tanto in una mappa in cui, per dire, ci sono Sicilia e Sardegna ma anche Sodoma e Gomorra: non c'è distinzione apprezzabile tra posti in cui puoi vivere e posti sanciti dall'immaginario religioso. Fatte le debite proporzioni sarebbe come trovare New York di fianco a Paperopoli su Google Maps (ho detto fatte le debite proporzioni). Alla fine, quello che può aiutare a capire che razza di mappa era, è un dettaglio tra tanti, il più adorabile di tutta la faccenda: è una mappa del mondo in cui trovate anche il paradiso, quello perduto, l'Eden, il giardino incantato di Adamo e Eva. E' in alto, è la cosa più in alto che c'è. Il messaggio era chiaro: è lì che tendiamo, è lì che vogliamo andare, è quella la terra promessa. Semplice.
D'altronde è tutto tremendamente incasinato, ma in realtà anche molto semplice e chiaro: Gerusalemme è nel centro esatto della mappa, e man mano che ti allontani trovi un'umanità sempre più incerta, poi oscura, poi mostruosa. Se non prendi la via rettilinea dell'ascesa (in alto, verso est, perché la mappa è orientata così, con l'est in alto, eredità pagana, il sole come inizio di tutto, il dio sole), se non prendo la via diretta dell'ascesa e raggiungo il Paradiso, quel che mi aspetta è scivolare verso l'inferno diffuso che abita i margini del mondo. Lì si scatena il fantastico mondo dei mostri medievali, rispetto al quale il nostro illuminismo, che i mostri li nomina invece che fonderli nella fiaba, mostra tutta la sua miseria. Popoli con bocca e occhi sulle spalle, Manticore con il volto umano e la coda da scorpione, gente che butta i neonati in pasto ai serpenti, per non parlare dei mostruosi discendenti di Iafet, figlio di Noè, dal nome bellissimo: Gog e Magog. In tutto questo, però, c'è anche Verona, per dire.
Allora inizia a diventare evidente perché la mappa di Hereford può aiutare a capire chi, come me, dà di matto per le mappe. Quella pelle di vitello mette a fuoco con formidabile esattezza almeno quattro ragioni per non considerarci dei pazzi.

- Uno. Le mappe, le carte geografiche, i mappamondi non sono tanto rappresentazioni del mondo com'è, ma del mondo come l'uomo lo pensa. Dunque, apparentemente servono a navigare, a viaggiare, a

[23] Oltre la metà della seconda parte è ripresa quasi integralmente dalla narrazione in tre puntate di Geografie di Alessandro Baricco, pubblicate nel Supplemento domenicale Robinson di La Repubblica (27 novembre, 4 e 11 dicembre 2016), con l'intento di ibridare politica, cultura umanistica e cognizioni scientifiche.

portare una carovana al di là del deserto e una chiatta fino alla foce del fiume: ma in realtà servono a viaggiare nel cervello degli umani, e spesso sono la radiografia del loro cuore.

- ❑ Due. Le mappe sono sintesi, e in questo senso, sono un movimento muscolare, fisico, animale. Sono, sempre, una contrazione, che fa fuori un sacco di mondo per stringerne una porzione e inchiodarla in modo che non possa scappare. Le mappe sono una zampata da animale spaventato, e ogni mappa lascia il segno dei suoi artigli sulle nostre paure: in particolare su quella di perderci, la più feroce che c'è.
- ❑ Tre. Le mappe non fanno distinzione tra mondo fisico e mondo percepito: usano indizi che provengono da tutt'e due le fonti. Anche le più esatte non sono esatte, non possono esserlo, e questo dà loro una vibrazione di incertezza: quella vibrazione è il nido in cui gli umani covano l'uovo dell'immaginazione. Per dirla in termini oggi di moda, le mappe sono uno di quegli oggetti in cui la realtà rivela la sua essenza più autentica, quella di essere un miscuglio di fatti e *storytelling*: il risultato di un'operazione che somma cose che accadono e il nostro modo di raccontarle. Le mappe sono un manuale sulla realtà scritto per deficienti.
- ❑ Quarto. Le mappe sono belle. Alle volte bellissime. Alle volte struggenti. Alle volte poetiche. Alle volte epiche. Alle volte spettacolari. Alle volte surreali. In ogni caso sono belle, Io sono praticamente sempre. In ciò rovesciano uno dei luoghi comuni più radicati tra gli umani di una certa cultura: credono, quelli, e insegnano, che la bellezza porta alla conoscenza. Se non addirittura alla verità. Le mappe stanno lì a dimostrare invece il contrario: che la conoscenza porta alla bellezza. Che il sapere produce eleganza. Che lo sforzo di mettere in fila ciò che si sa disegna alla fine una figura bella. Chiunque ama le mappe cova questa convinzione sotterranea: ci riconosciamo da lontano, e davanti a molte cose abbiamo lo stesso sorriso appena accennato, di chi la sa più lunga seppure in modo mite e silenzioso.

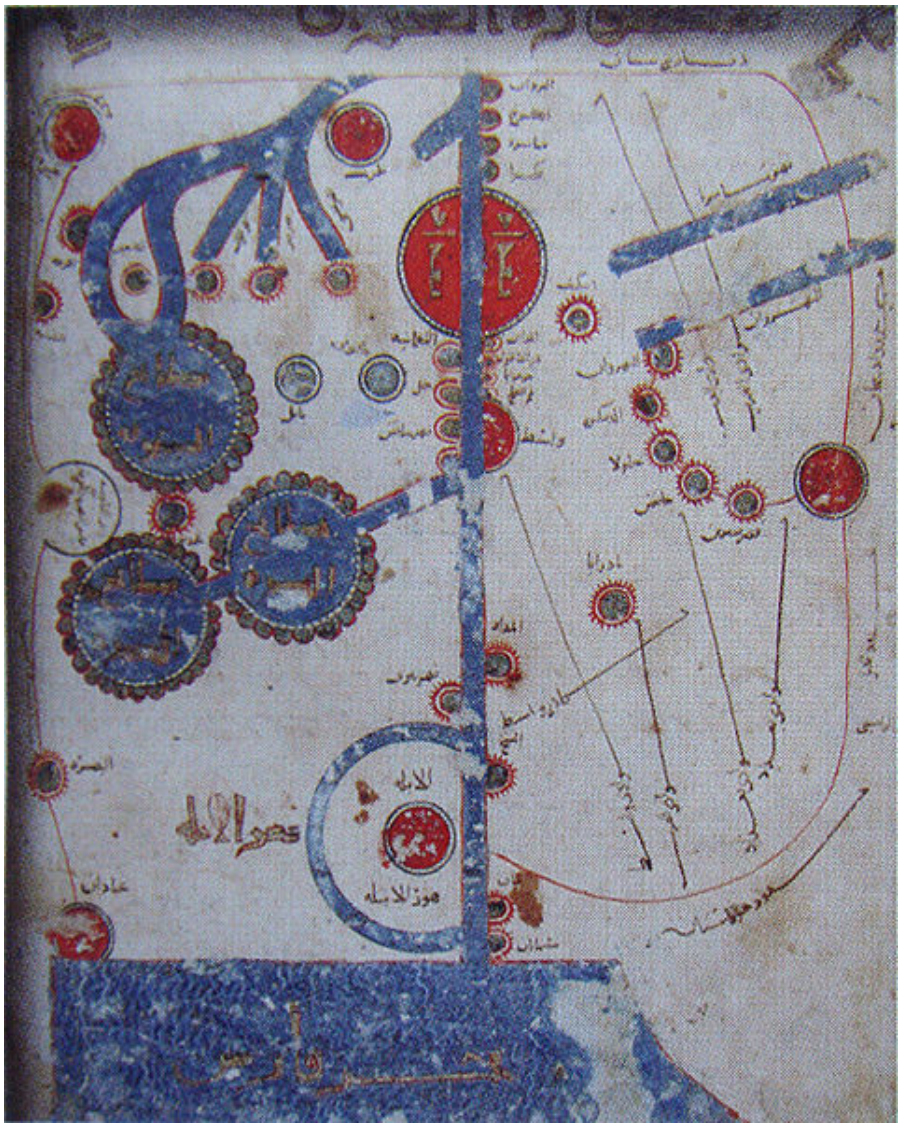
Mappa di Hereford [24] (Cattedrale di Hereford [25])

[24] Disegnata da Richard di Haldingham, verso la fine del XIII secolo.
[25] Cittadina dell'Inghilterra.

La mappa persiana ci guida nella metro

Si diceva che le mappe ritraggono non tanto il mondo, quanto il cervello degli umani che lo abitano; in particolare scannerizzano in modo favolistico e molto preciso il rapporto che gli umani intrattengono con la verità: uno dei giochi in cui tutti dimostriamo una sconfinata astuzia, nonché un'ammirevole propensione al delirio.
Detto questo potrei andare avanti per ore a fare esempi, ma invece ne faccio uno solo, benché luminoso. Al Istakhri è un nome che pochi conoscono, in Occidente, e naturalmente anche io lo ignoravo fino a quando una specie di geniale maniaco delle mappe (ora sta disegnando quella dell'aeroporto di Doha, per dire) non me l'ha pietosamente fatto conoscere. Al Istakhri era un cartografo e viaggiatore persiano del X secolo d.C. Di lui non si sa praticamente nulla tranne il fatto che, forse, fu il primo al mondo a documentare l'esistenza dei mulini a vento: struggente. Io, personalmente, trovo fantastico il suo nome, di cui ho il piacere di fissare qui la splendida versione estesa: Abu Ishaq Ibrahim Muhammad al- Farisi al- Karkhi al- Istakhri. Bellissimi sono anche i titoli dei due libri per cui va famoso (nel mondo islamico, ovviamente). Uno si intitola Libro delle contrade e dei reami, e già ha un bel suono. Ma quello splendido è l'altro: "Le forme dei climi". Si tratta di testi che parlano di terre, regioni, zone, province, laghi, monti, mari: in allegato, come una sorta di bonus track neanche poi tanto necessario, offrivano delle mappe: così, a linimento della notoria asprezza della vita, immagino.
Non sono mappe qualunque, o in ogni caso non sono le mappe che ci aspetteremmo con la nostra mente occidentale. La caratteristica più evidente è che sembrano infantili. Profilando un po' meglio la sensazione, si scopre che evidentemente non cercano di disegnare la realtà del mondo, quanto piuttosto una certa immagine mentale del mondo, quella che potrebbe formarsi nella mente di un bambino. In questo pèrdono di esattezza e guadagnano in sintesi, bellezza, chiarezza. L'altra caratteristica immediatamente riconoscibile è l'inclinazione a riportare tutto a forme semplici e geometriche: le città sono tutte cerchi colorati, o triangoli, o stelle a quattro punte; le linee son quasi sempre diritte o si piegano in archi eleganti; i fiumi tendono a essere linee parallele. Come si sa, il mondo non è fatto in modo così ordinato e elegante, ma al Istakhri evidentemente non pensava che restituirne la complessità fosse il suo compito: da lui la gente si aspettava qualcosa che riportasse il caos della realtà alla semplicità di un'idea, di uno schema mentale. In un certo senso, mi viene da dire, arava la Terra: con fatica e genialità passava l'aratro dell'intelligenza per domare il campo, convertirlo a un ordine geometrico e strappargli dei solchi ove sarebbe stato finalmente possibile esaminare. La conoscenza in sé, pura e semplice, non gli interessava: gli interessava un sapere che rendesse utilizzabile la realtà. Ecco perché semplificava, sintetizzava, ordinava. Lavorava la Terra.
Un indizio sorprendente di ciò che aveva in testa è il fatto che nelle sue mappe non siano importanti le distanze e in fondo nemmeno le dimensioni. Di per sé è un dettaglio delirante: un cartografo che non si interessa alle misure è come un macellaio vegetariano. Tuttavia, la cosa ha un suo aspetto di genialità: per lui non era tanto importante la distanza fra una città e l'altra, quanto la sequenza di città che potevi incontrare viaggiando, per esempio, verso sud. Con una bella intuizione, uno studioso (occidentale, stranamente) ha sintetizzato questo tipo di atteggiamento in questo modo: le mappe di al Istakhri non erano fatte per guidare il cammino dei viaggiatori mentre viaggiavano, quanto per fargli memorizzare la sequenza del viaggio prima di iniziarlo. Lo capite il tratto geniale? Lui fabbricava immagini mentali che si potevano imprimere nella fantasia e nella memoria: una sorta di orientamento primario, animale. Una originaria forma di possesso del mondo. Se ricordate la di al Istakhri pubblicata oggi: le inesattezze sono ovunque, di qua e di là, ma provate a chiedervi quale delle due mappe vi dà un'immagine utilizzabile del mondo, qualcosa che potete tramandare a vostro figlio, quella che attacchereste sul muro della vostra camera: la mappa capace di stringere l'idea del mondo. Non c'è santo, vince il persiano.
Molti, molti anni dopo, usando lo stesso tipo di assurda inesattezza, e lo stesso sguardo infantile, un ingegnere inglese che si chiamava Henry Beck disegnò quella che a tutt'oggi è la mappa più stampata nella storia delle mappe: quella della metropolitana di Londra. Lo fece nel 1931, seguendo tre regole teoricamente delinquenziali: la distanza tra due stazioni era sempre uguale, i percorsi delle varie linee non rispecchiavano la realtà ma andavano solo diritte o giravano secondo pochi angoli molto belli e puliti (45, 90 e 135 gradi), nella mappa non doveva apparire nessun riferimento a cosa c'era in superficie (fece eccezione per il Tamigi, che peraltro semplificò facendolo girare, come i trenini, con angoli belli e puliti). Lui non lo sapeva, ma era pura scuola al Istakhri (in realtà si era ispirato ai circuiti elettrici: non c'è più poesia). Entrambi (il persiano del X secolo e l'inglese del XX) avevano capito che memorizzare una cosa inesatta è più utile che dimenticarne una esatta; che la realtà può essere dominata solo riportandola a schemi riassuntivi, sintetici e belli; e infine, che non ci si perde quando si ha un report inesatto della realtà, ma quando se ne ha uno troppo esatto per essere capito, memorizzato, e tramandato.
Ora, vedete: è la stessa cosa che noi umani pensiamo della nostra vita. Dimenticate le mappe, e pensate alla vita, alla vita soltanto. Benché di tanto in tanto ci accada di avere bisogno di una certa esattezza, noi per sopravvivere procediamo a forza di schemi riassuntivi, sintetici e belli, consapevoli che solo così possiamo cavarcela. Prendiamo lo scambio di battute "Mi ami?", "Certo, tesoro", e ammiriamone la sconfinata, luminosa vaghezza, imprecisione, mancanza di dettaglio, evanescenza. Forse l'unica parola relativamente

esatta è l'ultima. Tutto il resto è una mappa di al Istakhri. Usare il verbo amare e disegnare il Golfo Persico come lo faceva lui è la stessa cosa. Così come la splendida parola "certo" è possibile solo a prezzo di contrarre le immense possibilità della vita alla pulizia bellissima di un unico angolo possibile, quello retto. Quanto al "mi", neanche al Istakhri, che immaginava il mondo come una padella circondata da un unico mare circolare, osava sparare approssimazioni così ridicole.
In questo senso dicevo che le mappe ci svelano come siamo fatti noi, non il mondo. Potete capire adesso perché poi uno si ritrova a spenderci dietro una parte non insignificante del proprio tempo libero. …
Per non parlare poi di tutto ciò che si incontra, per caso, inseguendo le mappe. I fegatelli, per così, dire, le frattaglie. Sentite questa. In realtà pare che al Istakhri non abbia mai inventato niente. I suoi due libri e tutte le sue mappe li aveva già redatti un altro, prima di lui. Si chiamava Abu Zayd al Balkhi. Nulla di suo però si è salvato dalla distruzione e dall'oblio, quindi la sua opera (geniale) la conosciamo solo per le copie, un po' arricchite e forse migliorate, fatte da al Istakhri. E fin qui, va be'. Succede. Ma scatta il fegatello quando scopri che questo al Balkhi faceva il cartografo solo con la mano sinistra — nei weekend, diciamo — perché con la mano destra era occupato a fare la vera cosa infinitamente geniale per cui è ricordato: è stato il primo medico dell'Islam a mettere a fuoco il concetto di malattia psichica. Viveva nel IX secolo e scriveva trattati sull'ansia e l'angoscia! Curava i mali psicosomatici e gli attacchi di panico, santocielo! E, giuro, aveva capito cos'era la depressione (ce n'è di due tipi, diceva: quella che deriva da un fallimento e quella che deriva non si sa da cosa: bellissimo). ... Se sei un medico e mille anni dopo che sei morto Bezos mette i tuoi libri in saldo il black friday, hai spaccato, hombre. Per noi la lezione è chiara, per quanto ancora tutta da imparare: disegna in quel modo il Golfo Persico e entrerai nella tua mente così a fondo che saprai curarla. Irresistibile.

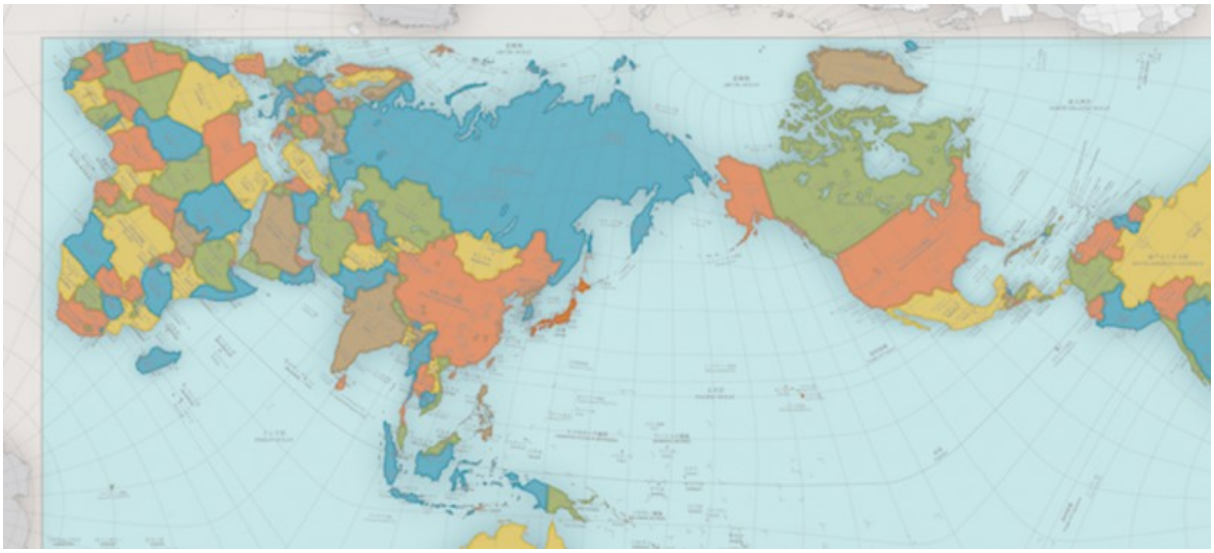


Mappa di Al-Istakhri (National Library, Il Cairo)

La mappa perfetta che smonta il mondo

C'è questo premio giapponese, si chiama Good Design Award. Lo danno tutti gli anni, e non è proprio un premietto: se entri nella loro lista sei uno che ha fatto qualcosa di speciale, quell'anno. Segnalano centinaia di cose, basta che abbiano effettivamente un design che rende il mondo migliore, più bello, più umano, più armonico, che ne so: un bel design. Si va dai rubinetti agli occhiali, passando per case prefabbricate e telescopi. Vale tutto. Ogni anno, a parte una valanga di segnalazioni, scelgono un oggetto, uno solo, che veramente li fa impazzire, e gli danno quello che loro chiamano il Grand Award. Nel 2015 hanno premiato una sedia a rotelle (in effetti bellissima). L'anno prima un robot. Be', ecco cosa hanno premiato quest'anno.
Una mappa.
Una mappa del mondo.
In effetti è una mappa meravigliosa, e vale la pena che adesso ve la mettiate sotto gli occhi e vi godiate il suo movimento di danza, l'irresistibile mossa con cui spalanca nello spazio il mondo come se fosse il lembo di un foulard colorato, al vento. Mentre ve la godete, spiego un paio di cosette.
In effetti, la proiezione della superficie della Terra (grosso modo sferica) su un foglio piatto (della forma e grandezza che volete) è matematicamente impossibile. Per questo, da secoli, cartografi e matematici ci provano in tutte le maniere, ottenendo risultati ora comici, ora poetici, ora ideologici ma comunque sempre, inesorabilmente, imprecisi. Va detto che in queste specie di corrida, una è la proiezione che da secoli gli umani considerano quella ufficiale, quella condivisa da tutti, quella "giusta", quella che stava attaccata al muro nella vostra classe delle medie. La pubblicò, nel 1569, un geniale cartografo e matematico fiammingo che si chiamava Mercatore. Non sto a spiegare che metodo usò, ma una cosa va capita: dovendo sbagliare (non se ne poteva fare a meno) lui sbagliò in un modo che rispecchiava esattamente il cervello e le ambizioni di quelli che lo pagavano: gli olandesi, ma più in generale gli europei. Infatti vedete l'Europa giusto in centro, quasi che il resto del mondo ne fosse un accidentale corollario, o tutt'al più un'utile prospettiva di allargamento. Per ragioni che non sto a dire, la proporzione fra i continenti è falsa, sempre a favore dell'Europa, che sembra bella grande (non lo è). L'Africa è ridotta non di poco, il Sudamerica pure. In generale la proiezione di Mercatore è più accurata nelle zone intorno all'equatore, cioè là dove si stava estendendo l'imperialismo europeo: man mano che se ne allontana, tende a rimpicciolire, a riassumere. Va anche ricordato, che ai tempi, l'Antartide non l'avevano ancora scoperta, era giusto una vaga ipotesi: mancava un continente, in pratica. Detto questo, la carta di Mercatore il suo lavoro l'ha fatto, e bene: descriveva un mondo ben bilanciato, con un suo centro, una sua simmetrica eleganza, una solidità rassicurante e una immobilità che suggeriva una certezza: le cose stavano così e non sarebbero mai più cambiate.
La mappa premiata dai giapponesi è l'esatto contrario. Non riesci a guardarla senza il sospetto che, se ti distrai un attimo, la ritrovi cambiata. Sembra una mappa in movimento. Sembra un frame di una mappa che sta in qualche modo ruotando. Inutile che vi ricordi come questa è esattamente l'idea che gran parte del mondo ha, oggi, a proposito del mondo: qualcosa che sta ruotando, e che sarebbe impossibile fermare. Come dicevo, le mappe ritraggono gli umani molto più che il mondo. Questa non fa eccezione. Naturalmente, en passant, rimette a posto l'Europa, piccolina, appesa in alto a sinistra; più che alla terra guarda ai mari, restituendo loro molta della loro reale importanza; riporta a un ruolo di protagonista i ghiacci, che un tempo erano una specie di inutile cornice e ora, sciogliendosi, possono invece essere la possibile origine di una catastrofe che ci seppellirà. Ma a parte tutto questo – che ha a che vedere con le ideologie, con le paure, e con le convinzioni degli umani di oggi – ancora più importante mi sembra quello che predica la sua idea di bellezza, di eleganza, di armonia: essa deriva dal movimento, e non da una situazione di equilibrio. Più di quanto possiate pensare, è questa l'inclinazione esatta in cui quella mappa cessa di essere una mappa e diventa, tout court, uno specchio: e pronuncia noi. Riassumerei così: in quella mappa vediamo registrate tre convinzioni che senza saperlo abbiamo maturato in questi ultimi anni: la bellezza non c'entra con la quiete, la realtà è composta più di vuoti (mari e ghiacci) che di pieni (la terra abitata), la verità non ha bisogno di un centro, di un fondamento, ma di uno spavaldo sviluppo orizzontale. Pensa quante cose sono scritte in quella cosa rettangolare e colorata.
(Ne aggiungo una, piuttosto attuale, di questi tempi: prendetela come un *bonus track*, appena abbozzato: bisogna prendere alla lettera il precetto per cui ormai ha valore e esiste solo ciò che è in movimento, e smettere di pensare che, in politica, esistano ancora da qualche parte, dei conservatori: sono estinti. Tutti predicano il cambiamento, si sarà notato: e la gente non vota più per premiare o bocciare, ma per rovesciare quel che c'è, qualsiasi cosa sia: si assicura così quella continua rotazione di fondo di cui si sente, non a torto, il guardiano superiore e da cui si aspetta, non a torto, consolazione e progresso).
Ah, l'uomo che ha fatto quella mappa è un giapponese, si chiama Hajime Narukawa. E' un architetto e in Rete trovate una bella *Ted conference* in cui vi spiega tutto. Tra l'altro capirete che il suo progetto è anche più geniale di quel che sembra. Perché in realtà lui, col suo sistema (*AuthaGraph*, si chiama), ha creato come un'immensa tavola in cui il mondo è ripetuto infinite volte: sta a voi, poi, ritagliare la porzione che vi interessa, rigirarla come volete. Insomma è ancora più mobile di quel che sembra. E' uno strumento: lui l'ha

usato, tra l'altro, per fare una sequenza di mondi in cui è scritta non la geografia ma la Storia del mondo: inutile dire che farei cose anche molto volgari, pur di vederla da vicino.
Da vicino, invece, dopo essermi goduto per un po' la mappa di Narukawa, mi sono andato a rivedere, non so esattamente perché, ma come spinto da un istinto insanabile, la bellissima mappa del mondo che compare nelle Etimologie di Isidoro di Siviglia, un vescovo spagnolo del Sesto secolo che si era messo in testa di salvare tutto il sapere dall'invasione dei barbari (o almeno questa è la storia che ci raccontiamo: probabilmente sognava di fondere il sapere degli antichi con quello cristiano e con quello delle nuove popolazioni che si stavano macinando il mondo). Insomma, c'è questa mappa del mondo, ed è commovente. E' una mappa T-O, come si dice: nel senso che il Mediterraneo è fatto a forma di T (una croce, guarda caso) che divide con un gesto preciso tre continenti: Asia, Europa, Africa. Il tutto è circondato da un cerchio, l'Oceano. La mappa è orientata con l'Est in alto (è orientata nel vero senso della parola). E' di una sintesi, e di un ordine, struggenti. Se vi sembra vagamente infantile, o comicamente imprecisa, o schifosamente ignorante, non siete nati per leggere questo articolo. (Sappiate comunque che, a livello della mappatura della nostra vita – chi siamo, cosa desideriamo, di cosa abbiamo paura – la maggior parte di noi è a livello di Isidoro di Siviglia, vorrei che fosse chiaro. Ma simultaneamente, lo si sarà notato, possiamo saltuariamente impostare le cose alla Narukawa, azionando il sistema *AuthaGraph*. Siamo adorabili.) Io la osservo, poi guardo quella di Narukawa, poi torno a vedere quella di Isidoro, e così, per un po', andando avanti e indietro. Non so cosa darei per conoscere una risposta degna alla seguente domanda: quant'è costato, esattamente, arrivare da lì a là? Ammesso che comunque ne valesse la pena, quanto ci è costato?
No, non sto parlando di soldi.



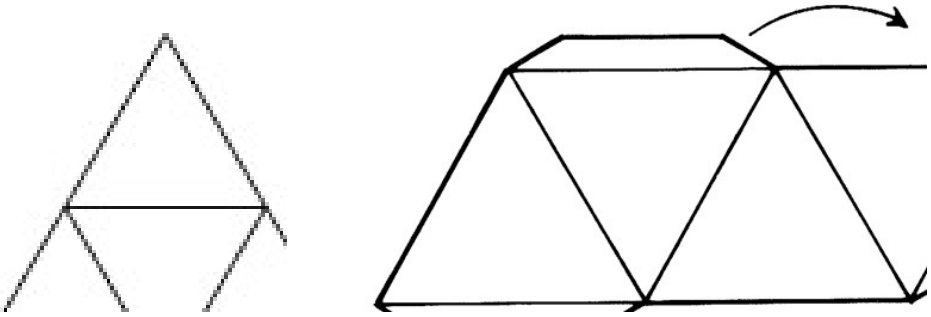
Mappa di Narukawa (AuthaGraph World Map)

La carta geografica di Narukawa è costruita usando la geometria degli origami che permettono più facili passaggi da 2D a 3D (e viceversa), nonché la soluzione di problemi cubici (oltre quelli quadratici e lineari, risolubili già con riga e compasso, nella geometria di Euclide). Questo planisfero disorienta un po', a prima vista, ma conserva intatte tutte le proporzioni dei mari e dei continenti: è una mappa curiosa, ma molto accurata, che si può ripiegare in un mappamondo (di conseguenza, questa carta è equivalente e certamente non conforme, né isogonica, data l'impossibilità di soddisfare insieme le due condizioni). Inoltre come già detto nel testo di Alessandro Baricco, l'Europa è posta ad un estremo, in alto a sinistra; tuttavia anche questa collocazione è arbitraria. Infatti la mappa è centrata sull'Oceano Pacifico ed il taglio del mappamondo corre lungo l'Oceano Atlantico, lasciando ad ovest del taglio ed a destra nella mappa: l'Islanda, le Canarie e le altre isole dell'Oceano Atlantico. Ovviamente il taglio sarebbe potuto essere lungo l'Oceano Pacifico, a partire dallo Stretto di Bering e poi giù tra il Giappone e le Hawaii, dividendo la Polinesia, a meno di cambiare obliquamente la direzione del taglio, per arrivare così fino all'Isola di Pasqua.

Di seguito, sono esposti i dettagli costruttivi, ben illustrati anche nelle due figure:

- ❑ il globo terrestre è suddiviso in novantasei regioni quadrangolari;
- ❑ le regioni sono mappate su un tetraedro, riportando su questo le aree delle superfici terresti e marine;
- ❑ il tetraedro è aperto ottenendo triangolo piano, oppure un parallelogramma;
- ❑ la presentazione del planisfero in forma di rettangolo richiede il taglio dell'ultima faccia triangolare ed il suo trasporto davanti alla prima [26] (di cui non si fa tuttavia alcun cenno, nel testo di Alessandro Baricco);
- ❑ la ricomposizione solida del planisfero (ma a partire dal parallelogramma) ricostruisce il mappamondo.

Costruzione e sviluppo della mappa di Narukawa



Sviluppo piano e ricostruzione di un tetraedro

[26] Addirittura una particolare trasformazione affine può conservare l'equivalenza delle superfici (e conseguentemente un taglio e trasporto, senza deformazioni), così come una trasformazione di similitudine le conserva, se questa è una congruenza. Circa invece la conservazione delle proprietà di conformità e di isogonia, non essendo possibili in una carta equivalente, nessun problema aggiuntivo pone una qualsiasi trasformazione affine, oltreché tagli e trasporti.

Ancora di seguito, sono riportate le due mappe, citate nelle precedenti presentazioni, ovvero la carta T-O di Isidoro di Siviglia (scrittore e teologo, nella Spagna visigota) e la mappa della metropolitana di Londra.

Carta T-O di Isidoro di Siviglia

Mappa della metropolitana di Londra

Le mappe che disegnano i mondi dei morti [27]

A mo' di esempio, nel prosieguo, è illustrata una moderna rappresentazione dei tre regni (Inferno, Purgatorio e Paradiso) della Divina Commedia di Dante Alighieri; peraltro una rappresentazione già effettuata in tempi passati, come dall'architetto ed umanista fiorentino Antonio Manetti (sulla quale ha poi modo di pronunciarsi anche Galileo Galilei) e, a complemento di quanto esposto, è riportata l'Ode a Satana di Giosuè Carducci.

L'unica certezza di questo mondo era incisa sopra l'ingresso dei molti ossari antichi: "Voi siete ore come noi eravamo un tempo; noi siamo ora come voi sarete".Però questa fine ci sembra inconcepibile. Immaginare il mondo senza di noi è immaginare una fase senza la nostra presenza, uno spazio senza i nostri occhi, le nostre mani, la nostra voce. Com'è possibile? Che senso può avere una vita in cui noi non viviamo? Probabilmente è questo il motivo per cui abbiamo deciso, molto tempo fa, che per noi non ci sarebbe stata una fine definitiva e irrimediabile. Al contrario: abbiamo deciso che, dopo che gli occhi avrebbero smesso di vedere e le mani avrebbero smesso dì toccare e la voce sarebbe rimasta senza parole perché il respiro sarebbe cessato, saremmo continuati a esistere in una sospirata eternità. In un regno al di là di questo mondo, in un'altra geografia differente, avremmo continuato a vedere e a tastare e a risplendere nei secoli dei secoli.
Uno dei cartografi di questi regni senza fine era Octave Delepierre, avvocato belga, collezionista di libri, diplomatico e scrittore del Settecento. La sua curiosità era onnivora. I soggetti dei suoi numerosi libri spaziano dai significati simbolici della rosa alle biografie di pittori fiamminghi, dal concetto di parodia nell'antica Grecia al *Roman de Renart* e alla leggenda di *Till Eulenspiegel*. Tre anni prima di morire in Inghilterra, nel 1879, Delepierre pubblicò a Londra, in un'edizione limitata di 25 copie, un trattato filosofico intitolato *L'Enfer décrit par ceux qui l'ont vu* (L'inferno descritto da chi l'ha visto), in cui passa in rassegna una serie di visioni meno note dell'inferno, e una in particolare (la *Visio Tnugdali*, scritta a Ratisbona da Marcus, un monaco irlandese del XII secolo) che Delepìerre immagina come antesignana di quella di Dante. Il libro di Delepierre è una cronaca affascinante, divertente ed erudita di varie visioni infernali che derivano, come suggerisce l'erudito belga, da un'idea di Aristotele per cui "l'eternità è uno degli appetiti della nostra anima e uno dei concetti verso cui le passioni sono attratte con più forza".
Nelle nostre prime storie, l'Aldilà è semplicemente un luogo, né migliore né peggiore dei luoghi che abbiamo conosciuto da vivi. Nell'*Epopea di Gilgamesh*, per esempio, il luogo in cui andiamo dopo il nostro passaggio sulla Terra non è altro che la Terra dei Morti, un luogo al di là del mare che nessuno può attraversare due volte. Gli esseri inmortali e gli spettri dei nostri morti vivono lì, ma non ci dicono nulla su ciò che fanno durante la toro eternità forzata.
Più di duemila anni dopo, Esiodo immagina che in quell'Aldilà, che lui chiama Isole dei Beati, eroi e uomini buoni vivono immuni al dolore, godendo tre volte l'anno dei frutti più dolci della terra. Omero era più dettagliato; la Terra dei Morti sta sotto la terra, non sopra, e li le anime volteggiano nell'aria come le foglie d'autunno, e a volte si fermano a parlare con quei rari esploratori che, come Odisseo, si recano lì per incontrarle. La vita ultraterrena, però, non le rende felici: quando Odisseo racconta all'anima di Achille che tra i vivi è onorato come un dio, Achille risponde con rabbia che preferirebbe essere uno schiavo vivo, che si spezza la schiena per un altro uomo, piuttosto che regnare nell'Ade tra i morti senza respiro.
Per i nostri antenati inquieti, questo luogo mal definito non era abbastanza. Forse pensavano che dopo una vita di buone o cattive azioni ci meritavamo qualcosa di meglio (o di peggio) di un atrio riccamente decotto in attesa di un treno che non arriverà mai. E così cominciammo a escogitare categorie e sottocategorie dell'aldilà, con una parte quartieri privilegiati e zone residenziali dove le anime che sono state brave cantano in coro celeste, e dall'altra quartieri malfamati e baraccopoli dove gli autobus vengono dati alle fiamme e la gente presa a sprangate.

- Per gli induisti, ai beati viene assegnato uno spazio presieduto dalla divinità che hanno debitamente adorato e che li inonderà di piaceri; i peccatori, che sanno di aver sbagliato, dovranno sopportare una tortura particolare per ogni parte del corpo, inferta con il ferro, con il fuoco, con creature velenose, con animali selvatici, con uccelli carnivori.
- Secondo i taoisti, premi e castighi esistono ma sono illusori, perché tutto è illusione: i beati non hanno bisogno di ricompense e il peccatore, ingannato dalle apparenze, crede che il dolore sia reale.
- Per gli Inca, il paradiso era un luogo privo delle sofferenze sopportate sulla terra, e l'inferno un luogo in cui queste sofferenze venivano patite, ma senza tregua né speranza.

[27] Integralmente ripreso dal racconto di Alberto Manguel (saggista argentino – canadese), La Repubblica, lunedì 27 febbraio 2017: Inferno – da Dante agli induisti guida all'oltremondo per sapere come saremo (la costruzione di una realtà dopo la morte nasce con noi e attraversa miti, letteratura e religioni), perché le mappe vanno sempre oltre il mondo, dall'infinitamente piccolo all'infinitamente grande, fino ai confini possibili del sogno e dell'immaginazione.

- L'Islam crede che i fedeli godranno di foreste verdi e pascoli ameni, e il loro cuore sarà appagato; ma l'infedele brucerà in un fuoco eterno. Nell'XI secolo al-Ghazali descrisse l'inferno non come un luogo, ma come un mostro gigantesco divoratore di anime, (scrisse che quando Allah gli chiede se è sazio a sufficienza, l'inferno risponde sempre: “Come non ce ne è più?”).

Dante descrisse l'inferno come il regno in cui i peccatori costruiscono e soffrono le proprie pene, e il paradiso come un luogo di felicità uguali per tutte le anime, qualunque sia il loro grado di beatitudine. A questi, come sappiamo, aggiunse il purgatorio, dove versioni differenti delle pene dell'inferno sono tollerate di buon grado, con la consapevolezza che non è più possibile peccare.
Altri hanno immaginato paradiso e inferno come i frutti delle nostre aspettative. Ne *La leggenda dei secoli* di Victor Hugo, ognuno di noi crea l'inferno partendo dal proprio senso di colpa: “La tenebra è uno specchio scuro nel quale il dannato vede i suoi misfatti; dappertutto si erge il suo rimorso; lungo il tetro cammino ognuno vede il suo crimine; lo stesso spettro fa dire a Nerone: ‘Madre mia!’ e gridare a Caino: ‘Fratello!’”. In questo spirito, non è difficile immaginare paradiso e inferno come una sorta di *prèt-à-porter*. “Il paradiso”, ha detto Sant'Agostino, “è ovunque siamo felici”. Aldous Huxley ha risposto che nella nostra vita quotidiana siamo così malati e stanchi che la maggior parte di noi s’immagina il paradiso come una casa di riposo.
E l'inferno? Per le notti in cui vi rigirate nel letto, inveendo contro i presidenti che vi raccontano bugie, i ministri che negano un'istruzione ai vostri figli, finanzieri che vi derubano de vostri guadagni, gli estremisti che vogliono farvi subire i capricci della loro follia blasfema, gli industriali che inquinano l’aria che respirate e l'acqua che bevete, i mercanti che minano vostri valori artistici ed etici, vi offro questa consolazione: l'inferno esiste. In questo luogo meraviglioso, i mercanti cadranno sotto una pioggia di fuoco, costretti ad ascoltare per l'eternità brani interminabili di best seller spazzatura; gli industriali siederanno, con sudiciume fino agli occhi, sul fondo di una cloaca velenosa fabbricata da loro; .gli estremisti saranno costretti a vagare all'infinito e in solitudine dentro gli incubi che essi stessi hanno creato; i finanzieri, con i loro completi costosi e attillati, patiranno la fame e la sete, mentre produttori di *foie gras* li ingozzeranno a forza di banconote; i ministri, trasformati in scarabei stercorari, saranno costretti a spingere enormi palle dei loro stessi escrementi fino alla cima di montagne colossali; e i nostri leader politici... be', mi fermo qui. Come osservava Delepierre; perfino l'inferno ha i suo limiti.
La nostra difficoltà a concepire il mondo senza di noi, e il nostro bisogno di immaginare alternative alla nostra assenza, ci ha trasformato in cartografi, che disegnano regni splendidi e prodigiosi in cui trascorreremo il futuro. Ma la verità è che il nostro unico futuro possibile è il nostro passato. Noi siamo, e saremo, nelle menti di coloro che verranno dopo di noi, quello che siamo stati e quello che abbiamo fatto, come le iscrizioni degli ossari ci ricordano. Niente ci definirà, se non le persone che un tempo eravamo, e le parole che un tempo abbiamo pronunciato, e le cose belle e le cose brutte che un tempo abbiamo fatto. Dal primo momento in cui abbiamo capito di essere vivi, abbiamo iniziato a costruire il luogo che ci conserverà da morti nella memoria altrui, e a scrivere l'epitaffio con cui saremo riconosciuti quando non saremo più qui. La verità è che siamo già i nostri fantasmi. Ecco perché questi regni ultraterreni ci sono cosi familiari.

<u>Ode a Satana</u>

A te, de l’essere
Principio immenso
Materia e spirito,
Ragione e senso;

Mentre ne’ calici
Il vin scintilla
Sì come l’anima
Ne la pupilla;

Mentre sorridono
La terra e il sole
E si ricambiano
D’amor parole,

E corre un fremito
D’imene arcano
Da’ monti e palpita
Fecondo il piano;

A te disfrenasi
Il verso ardito,

Te invoco, o Satana,
Re del convito.

Via l’aspersorio,
Prete, e il tuo metro!
No, prete, Satana
Non torna in dietro!

Vedi: la ruggine
Rode a Michele
Il brando mistico,
Ed il fedele

Spennato arcangelo
Cade nel vano.
Ghiacciato è il fulmine
A Geova in mano.

Meteore pallide,
Pianeti spenti,
Piovono gli angeli
Da i firmamenti.

Ne la materia
Che mai non dorme,
Re dei i fenomeni,
Re de le forme,

Sol vive Satana.
Ei tien l’impero
Nel lampo tremulo
D’un occhio nero,

O ver che languido
Sfugga e resista,
Od acre ed umido
Pròvochi, insista.

Brilla de’ grappoli
Nel lieto sangue,
Per cui la rapida
Gioia non langue,

Che la fuggevole

Vita ristora,
Che il dolor proroga,
Che amor ne incora.

Tu spiri, o Satana,
Nel verso mio,
Se dal sen rompemi
Sfidando il dio

De' rei pontefici,
De' re cruenti;
E come fulmine
Scuoti le menti.

A te, Agramainio,
Adone, Astarte,
E marmi vissero
E tele e carte,

Quando le ioniche
Aure serene
Beò la Venere
Anadiomene.

A te del Libano
Fremean le piante,
De l'alma Cipride
Risorto amante:

A te ferveano
Le danze e i cori,
A te i virginei
Candidi amori,

Tra le odorifere
Palme d'Idume,
Dove biancheggiano
Le ciprie spume.

Che val se barbaro
Il nazareno
Furor de l'agapi
Dal rito osceno

Con sacra fiaccola
I templi t'arse
E i segni argolici
A terra sparse?

Te accolse profugo
Tra gli dèi lari
La plebe memore
Ne i casolari.

Quindi un femineo
Sen palpitante
Empiendo, fervido
Nume ed amante,

La strega pallida
D'eterna cura
Volgi a soccorrere
L'egra natura.

Tu a l'occhio immobile
De l'alchimista,
Tu de l'indocile
Mago a la vista,

Del chiostro torpido
Oltre i cancelli,
Riveli i fulgidi
Cieli novelli.

A la Tebaide
Te ne le cose
Fuggendo, il monaco
Triste s'ascose.

O dal tuo tramite
Alma divisa,
Benigno è Satana;
Ecco Eloisa.

In van ti maceri
Ne l'aspro sacco:
Il verso ei mormora
Di Maro e Flacco

Tra la davidica
Nenia ed il pianto;
E, forme delfiche,
A te da canto,

Rosee ne l'orrida
Compagnia nera,
Mena Licoride,
Mena Glicera.

Ma d'altre imagini
D'età più bella
Talor si popola
L'insonne cella.

Ei, da le pagine
Di Livio, ardenti
Tribuni, consoli,
Turbe frementi

Sveglia; e fantastico
D'italo orgoglio
Te spinge, o monaco,
Su 'l Campidoglio.

E voi, che il rabido
Rogo non strusse,
Voci fatidiche,
Wicleff ed Husse,

A l'aura il vigile
Grido mandate:
S'innova il secolo,
Piena è l'etate.

E già già tremano
Mitre e corone:
Dal chiostro brontola
La ribellione,

E pugna e prèdica
Sotto la stola
Di fra' Girolamo
Savonarola.

Gittò la tonaca
Martin Lutero;
Gitta i tuoi vincoli,
Uman pensiero,

E splendi e folgora
Di fiamme cinto;
Materia, inalzati;
Satana ha vinto.

Un bello e orribile
Mostro si sferra,
Corre gli oceani,
Corre la terra:

Corusco e fumido
Come i vulcani,
I monti supera,
Divora i piani;

Sorvola i baratri;
Poi si nasconde
Per antri incogniti,
Per vie profonde;

Ed esce; e indomito
Di lido in lido
Come di turbine
Manda il suo grido,

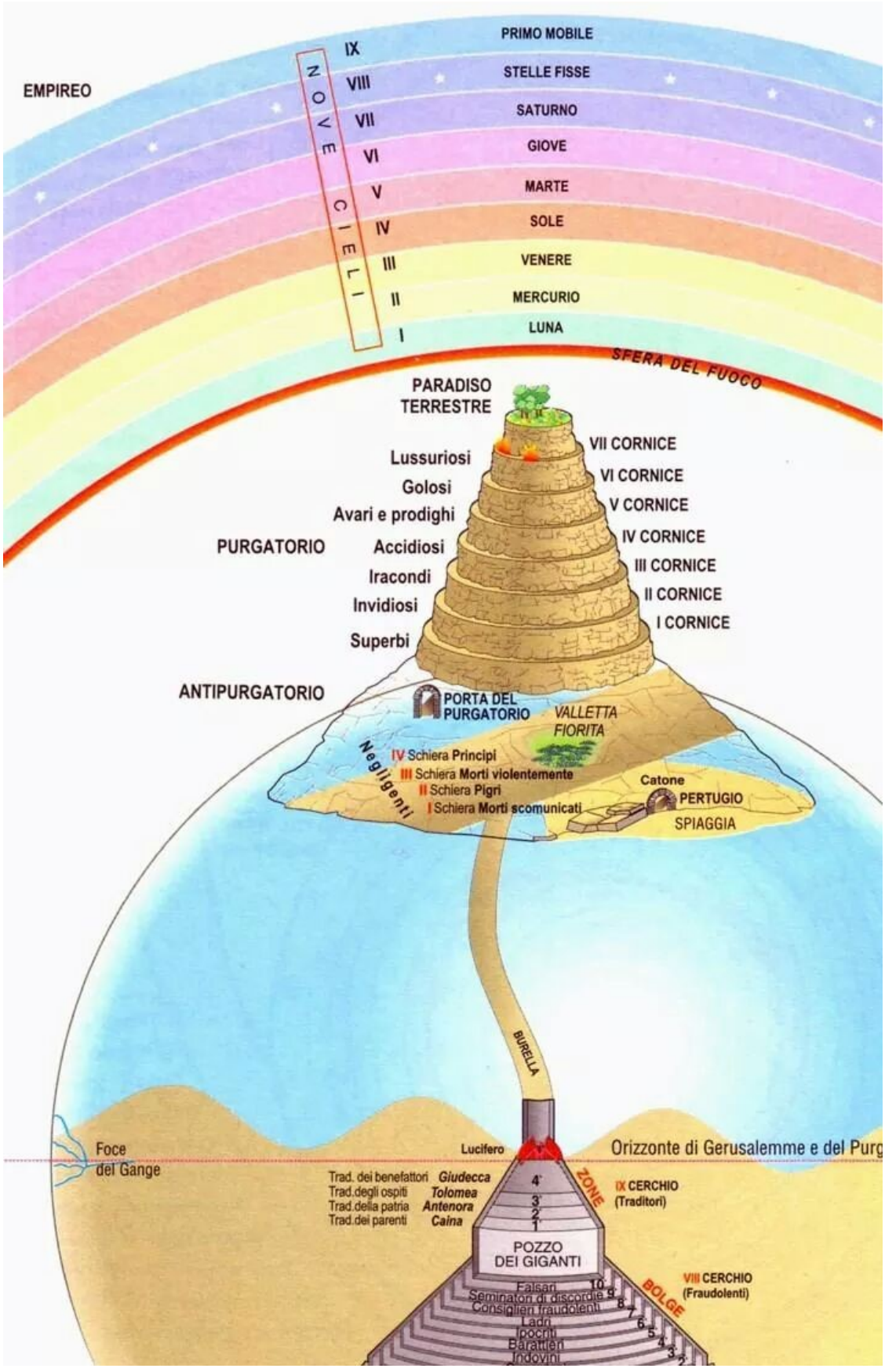
Come di turbine
L'alito spande:
Ei passa, o popoli,
Satana il grande.

Passa benefico
Di loco in loco
Su l'infrenabile
Carro del foco.

Salute, o Satana,
O ribellione,
O forza vindice
De la ragione!

Sacri a te salgano
Gl'incensi e i voti!
Hai vinto il Geova
De i sacerdoti

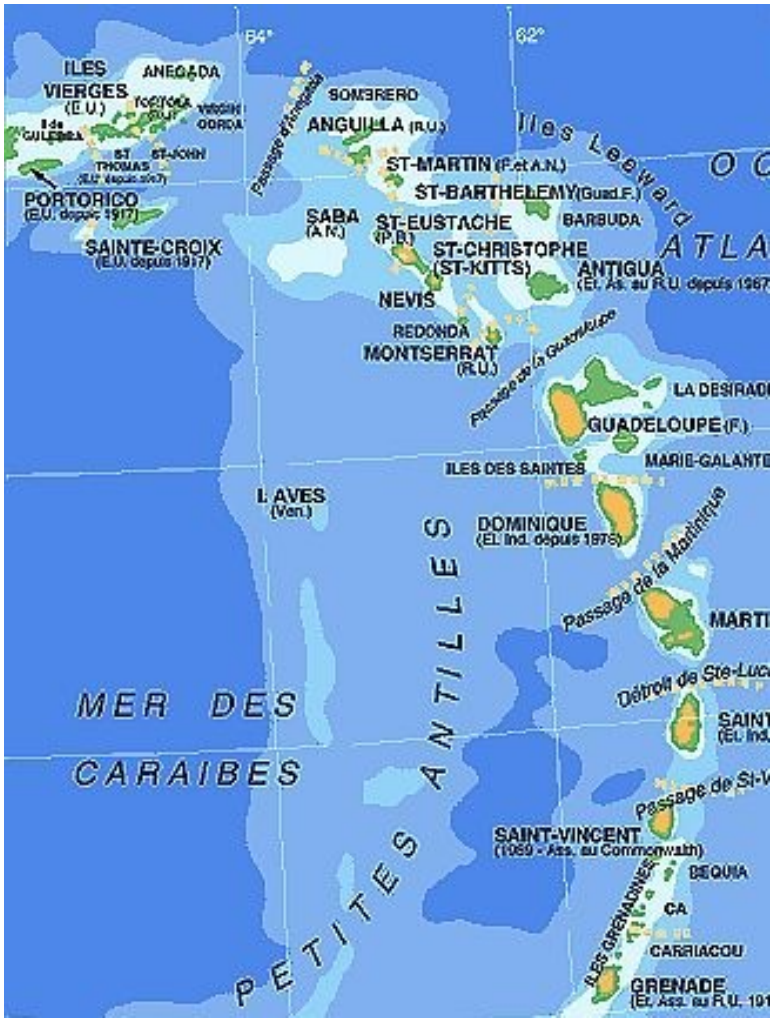
(Giosuè Carducci
– settembre 1863)



Mappa dei tre regni (Inferno, Purgatorio e Paradiso) della Divina Commedia di Dante Alighieri

Infine un problema aperto è riconoscere l'origine delle longitudini, fissata dall'astronomo Ipparco di Nicea, nel mondo antico (greco ellenistico). Infatti l'ipotesi delle Canarie, sostenuta da Claudio Tolomeo, nel mondo antico (ellenistico romano) trova errata la loro latitudine e la forma dell'Africa, mentre supporle nelle Isole Sottovento delle Piccole Antille sembra sorprendentemente risolvere ogni problema.

Isole Canarie



Isole Sottovento (Piccole Antille)

Per completezza, si ricorda che l'origine delle longitudini è posta all'Isola del Ferro (alle Canarie), dal 1634 (anche se questa collocazione non è molto precisa), ed a Greenwich (nei pressi di Londra), dal 1885. Infatti queste scelte permettono rispettivamente di fissare a 20° est la longitudine di Parigi e di tracciare la linea del cambio di data lungo l'Oceano Pacifico, fra il Giappone e le Hawaii, a partire dallo Stretto di Bering, seppure dividendo in due la Polinesia francese.

Ritornando invece alla questione dell'origine antica delle longitudini, la scelta delle Isole Sottovento evita di collocare le Canarie all'interno dell'Africa e conseguentemente di dover disegnare l'Africa occidentale rastremata, quasi come l'India. Inoltre essendo presente nell'elenco dei siti antichi anche Thule, la stessa è collocata sulla costa orientale delle Groenlandia, già popolata a quell'epoca, e non in Islanda, allora ancora spopolata e rimasta tale fino alla conquista/colonizzazione vichinga.

D'altra parte, muovere siti famosi nel mondo antico non è certamente un'eccezione. Ad esempio, le Colonne d'Ercole sono lo Stretto di Gibilterra, per tutto il mondo antico, classico e tardo, e così per tutto il Medioevo, ma sono il Canale di Sicilia (con le famosissime Scilla e Cariddi, nello Stretto di Messina) nel primo mondo antico, ancora leggendario. In questo modo, Atlantide non è una piccola isola dell'Oceano Atlantico, ma la Sardegna (cui la Corsica, l'Elba e le Baleari, da vicino o più lontane, fanno corona).

Ritornando nuovamente alla questione dell'origine antica delle longitudini, la scelta delle Isole Sottovento dà enfasi a riconoscere accresciute capacità nautiche fenicie e cartaginesi: non solo il periplo dell'Africa (come narrato da Erodoto), ma anche la traversata dell'Oceano Atlantico, sfruttando i venti: gli Alisei, per il viaggio di andata, e gli Antialisei, per quello di ritorno (come poi fatto da Cristoforo Colombo, con le sue tre famosissime caravelle: Nina, Pinta e Santa Maria).

Questa costatazione apre altresì all'ipotesi di un contatto fra il mondo antico occidentale ed il mondo antico centro americano e, in particolare, con i Maya. Infatti arrivati alle Antille, di certo, più semplice è continuare il viaggio, nel Mar dei Caraibi, fino a raggiungere le coste orientali del Centro America e/o dell'America Latina. Allora certi sviluppi paralleli della/e cultura/e non comprendono solo una continuità geografica dall'Estremo Oriente, per l'Asia Meridionale, fino al bacino del Mediterraneo, ma sono ben più vasti.

Pertanto la cultura Maya diventa meno un'eccezione, nel contesto del mondo americano precolombiano, ma costituirebbe un interessante ponte culturale, per qualche periodo, felicemente apertosi. Inoltre l'invenzione dell'America, da parte dello stesso Ipparco di Nicea (per spiegare le differenti maree fra gli Oceani Indiano ed Atlantico), non sarebbe più un'invenzione fisico-naturalistica, ma la registrazione di una scoperta geografica, a seguito di almeno uno o verosimilmente più viaggi di esplorazione e commercio.

Una considerazione conclusiva attiene invece al metodo della ricerca storica e dell'esposizione scientifica. Infatti la ricerca storica si fonda non solo sui documenti (archeologici ed archivistici), ma anche su ipotesi di teorie scientifiche che possono essere corroborate (non dimostrate) dai suddetti documenti, oppure confutate da altri documenti, inoppugnabilmente avversi. In questo modo, quanto esposto riporta due teorie (l'origine alle Antille ed Atlantide come la Sardegna), fin qui corroborate e non ancora falsificate.

D'altra parte, tutta la ricerca scientifica si basa su teorie, come congetture, originate dai primi esperimenti e sostenute dalle prime teorie ingenue, che sono corroborate dagli altri esperimenti, senza che alcuno possa dimostrare alcunché, in attesa che altri esprimenti avversi, opportunamente validati, siano confutazione delle stesse teorie e fungano da primi esperimenti, per nuovi sviluppi. Talvolta poi più teorie possono addirittura coesistere, per l'impossibilità di tradurre una nell'altra, quasi per una sorta disdicevole di incomunicabilità [28].

[28] Spesso fatti storici e politici, nonché chiusure ideologiche o religiose possono esserne la causa o quantomeno una concausa.

PARTE III – TROVATE LE SOLUZIONI SONO CAMBIATI I PROBLEMI

La crisi dell'umanità europea e la filosofia [29]

In questa conferenza oserò compiere il tentativo di suscitare un nuovo interesse per il tema, tanto discusso, della crisi europea, e di sviluppare l'idea storico-filosofica (il senso teleologico) dell'umanità europea. Se riuscirò a mostrare la funzione essenziale che devono esercitare in questo senso la filosofia e tutte le sue ramificazioni, cioè le nostre scienze, riuscirò anche a mostrare la crisi europea in una nuova luce.

Prendiamo un esempio alla portata di tutti, la differenza tra la medicina scientifica e la cosiddetta «terapia naturalista». Se quest'ultima, nella vita popolare, sorge da un'empiria ingenua e dalla tradizione, la medicina scientifica deriva dall'applicazione di nozioni scientifiche puramente teoriche, quelle che concernono la corporeità umana, innanzitutto dell'anatomia e della fisiologia. Ma queste, a loro volta, si basano sulle scienze esplicative fondamentali della natura in generale, sulla fisica e sulla chimica.

Passiamo ora a considerare, invece che la corporeità, la spiritualità umana, il tema delle cosiddette scienze dello spirito. Qui l'interesse teorico si rivolge esclusivamente agli uomini in quanto persone, alla loro vita e alle loro attività personali, e, correlativamente, ai risultati delle loro operazioni. Vivere una vita personale significa vivere in quanto io e in quanto noi, accomunati in un orizzonte comune. Vivere entro comunità che possono assumere forme molto diverse, semplici e articolate, come la famiglia, la nazione, le formazioni sopranazionali. Qui il termine vita non ha un senso fisiologico e sta semplicemente a significare una vita attiva, rivolta verso uno scopo, una vita capace di produrre formazioni spirituali: in senso lato, una vita che crea cultura nella unità di una storicità. Tutto ciò costituisce il tema delle varie scienze dello spirito. Evidentemente le differenze che corrono tra una vigorosa fioritura e il rachitismo, o, possiamo dire, tra la salute e la malattia, valgono anche per i popoli, per gli stati. Perciò ci si può chiedere: come mai in questo senso non si è mai giunti a una medicina scientifica, a una medicina delle nazioni e delle comunità sopranazionali? Le nazioni europee sono ammalate, la stessa Europa, si dice, è in crisi. Le «terapie naturaliste» non mancano di certo. Anzi, siamo addirittura sommersi da un diluvio di esuberanti e ingenue proposte di riforma. Ma come mai le scienze dello spirito, che pure sono così largamente sviluppate, non sono in grado di esercitare quelle funzioni che le scienze della natura esercitano in modo esemplare nella loro sfera?

Coloro che hanno familiarità con le scienze moderne non si troveranno in difficoltà a fornire una risposta. La grandezza delle scienze naturali sta nel fatto che esse non si accontentano dell'empiria intuitiva; per esse la descrizione della natura costituisce soltanto un passaggio metodico alla spiegazione esatta, in definitiva alla spiegazione fisico-chimica. Esse ritengono che le scienze “meramente descrittive” ci vincolano alla finitezza del mondo circostante terrestre. La scienza naturale matematica esatta abbraccia invece, grazie al suo metodo, le infinità, nelle loro realtà e nelle loro possibilità reali. Essa intende il dato intuitivo come un'apparizione meramente soggettiva e relativa, e insegna a indagare la natura intersoggettiva (“obiettiva”) attraverso un'approssimazione sistematica, nell'incondizionata generalità dei suoi elementi e delle sue leggi. Insieme, essa insegna a spiegare tutte le concrezioni già date intuitivamente, gli uomini, gli animali, “oppure” i corpi celesti in base all'essere ultimo; insegna cioè a indurre, dalle singole apparizioni fattualmente date, le possibilità e le probabilità future. La portata e la precisione di queste induzioni vanno al di là di tutta l'empiria vincolata all'intuizione. Nell'epoca moderna, come effetto di una conseguente elaborazione delle scienze esatte, si è verificata una vera e propria rivoluzione nel dominio tecnico della natura.

Del tutto diversa è disgraziatamente (nel senso di quella concezione che già abbiamo imparato a conoscere) la situazione metodica delle scienze dello spirito; e ciò per ragioni intrinseche. La spiritualità umana si fonda sulla *physis* umana; tutta la vita psichica dei singoli uomini si fonda sulla loro corporeità; tutte le comunità hanno le loro radici nei corpi dei singoli uomini che ne fanno parte. Dunque, perché sia possibile una spiegazione realmente esatta dei fenomeni delle scienze dello spirito, e, conseguentemente, una prassi scientifica di portata pari a quella che le spetta nella sfera naturale, gli studiosi delle scienze dello spirito non dovrebbero considerare lo spirito meramente come tale, bensì risalire alle sue radici corporee e spiegarle mediante la fisica e la chimica esatte. Ma questo tentativo fallisce già rispetto all'individuo, per la complessità della necessaria indagine psicofisica esatta, e fallisce a maggior ragione di fronte alle grandi comunità storiche (e su questo punto è impossibile intravedere un cambiamento entro il tempo che ci è dato prevedere). Se il mondo fosse una costruzione costituita da due sfere di realtà, per così dire, di uguale diritto, la natura e lo spirito, e se nessuna delle due sfere avesse un privilegio metodico e oggettuale, allora la situazione sarebbe completamente diversa. Ma soltanto la natura può essere considerata un mondo per sé concluso, soltanto le scienze naturali possono astrarre conseguentemente da tutti gli elementi spirituali e indagare la natura puramente come tale. Viceversa, lo scienziato che si interessa puramente allo spirito e che opera una conseguente astrazione dalla natura, non si trova dì fronte a un “mondo” in sé concluso, provvisto di una propria omogeneità, a un mondo che possa diventare tema di una scienza pura e universale

[29] Selezione dal testo della Conferenza tenuta da Edmund Husserl, al Kulturbund di Vienna, il 7 maggio 1935, sul significato della crisi dell'Europa, aprendo la trattazione con l’osservare il successo delle scienze della natura e l'insuccesso delle scienze dello spirito.

parallela alla scienza pura della natura. Perché la spiritualità animale, la spiritualità delle “anime” umane e animali a cui rimanda qualsiasi altra spiritualità, si fonda singolarmente e causalmente sulla corporeità. Si capisce così come lo scienziato interessato puramente alla spiritualità come tale non possa andare di là dalla descrizione, da una storiografia dello spirito, e come rimanga così vincolato alle finitezze intuitive. Per dimostrarlo basta un esempio qualsiasi. Uno storico, per es., non può parlare della storia dell'antica Grecia senza considerare la geografia greca, l'architettura greca, senza tenere conto anche della corporeità delle sue costruzioni, ecc. Tutto ciò sembra evidente.
Ma come può esserlo se tutti i punti di vista che si esprimono in queste argomentazioni si basano su fatali pregiudizi, se hanno addirittura contribuito a determinare la malattia europea? Sono convinto e spero anche di riuscire a dimostrare che è questa una delle ragioni essenziali per cui lo scienziato moderno ritiene perfettamente ovvio che la possibilità di fondare una scienza in sé conclusa e generale dello spirito non vada nemmeno presa in considerazione.

Il mondo-della-vita non è il mondo delle scienze della natura

Ma per giungere a una chiara posizione del nostro problema, del problema europeo, occorre soffermarsi un po' su questo punto, cercare di risalire alle radici di quell'argomentazione che lì per lì sembrava veramente evidente. Lo storico, lo studioso dello spirito e della cultura in tutte le sue sfere, ha certamente, tra i suoi fenomeni, la natura fisica; per tornare al nostro esempio, la natura dell'antica Grecia. Ma questa natura non è la natura nel senso delle scienze; è bensì ciò che per gli antichi greci valeva come natura, quella che si apriva di fronte ai loro occhi, la realtà naturale nella dimensione del mondo-della-vita. Più precisamente: il mondo storico circostante dei greci non è il mondo obiettivo nel senso delle scienze; è bensì la loro “rappresentazione del mondo”, è cioè la validità soggettiva del mondo, con tutte le realtà incluse in questa validità, tra l'altro: gli dèi, i dèmoni, ecc.
Il concetto di mondo circostante può essere applicato esclusivamente nell'ambito della sfera spirituale. Il fatto che noi viviamo in un nostro particolare mondo circostante, che ad esso vanno tutte le nostre preoccupazioni e i nostri sforzi, rientra puramente nella sfera dello spirito. Il nostro mondo circostante è una formazione storica in noi e nella nostra vita storica. Perciò non c'è nessun motivo per cui chi tematizza lo spirito puramente come tale debba perseguire una spiegazione che vada al di là della sua sfera. In generale: considerare la natura che vale nella prospettiva del mondo-della-vita come un che di estraneo allo spirito e fondare le scienze dello spirito sulle scienze naturali, presumendo di renderle esatte, è un controsenso.
Inoltre è stato completamente dimenticato che le scienze naturali (come tutte le scienze in generale) sono costituite da una serie di operazioni spirituali, quelle compiute dagli scienziati attraverso la loro collaborazione. Come tali esse rientrano, come tutti gli altri eventi spirituali, in un ambito che deve essere spiegato dal punto di vista delle scienze dello spirito. Non è forse un controsenso, un circolo vizioso, spiegare l'evento storico “scienza naturale” dal punto di vista delle scienze naturali, ricorrendo alla scienza della natura o alle leggi della natura, le quali, in quanto operazione spirituale, rientrano esse stesse nel problema?
Abbagliati dal naturalismo (per quanto lo combattano a parole), gli studiosi delle scienze dello spirito hanno addirittura trascurato di porre il problema di una scienza universale e pura dello spirito, dì perseguire una teoria dell'essenza dello spirito come tale, una teoria che aderisca all'incondizionata generalità della spiritualità nei suoi elementi e nelle sue leggi e che abbia l'unico scopo di attingere spiegazioni scientifiche assolutamente autonome.

La forma spirituale dell'Europa

Le precedenti considerazioni ci permettono di assumere l'atteggiamento più adatto a fare del nostro tema, l'Europa spirituale, un problema rientrante puramente nelle scienze dello spirito e a trattarlo innanzitutto dal punto di vista della storia dello spirito. Come già abbiamo detto all'inizio, questa indagine rivelerà una sorprendente teleologia propria soltanto dell'Europa, una teleologia strettamente connessa alla nascita della filosofia e delle sue ramificazioni, alle scienze dell'antica Grecia. Già ora ci rendiamo conto che si tratterà di chiarire l'origine più profonda del pericoloso naturalismo, oppure, che è lo stesso, del dualismo moderno dell'interpretazione del mondo. Solo così verrà finalmente in luce il senso peculiare della crisi dell'umanità europea.
Poniamo questo problema: come si caratterizza la forma spirituale dell'Europa? Non geograficamente, non dal punto di vista della carta geografica, come se fosse possibile circoscrivere su questa base gli uomini che vivono sul territorio europeo e considerarli l'umanità europea. In un senso spirituale rientrano nell'Europa i Dominions inglesi, gli Stati Uniti, ecc., ma non gli esquimesi e gli indiani che ci vengono mostrati nei baracconi delle fiere, o gli zingari vagabondi per l'Europa. Il titolo Europa allude evidentemente all'unità di una vita, di un'azione, di un lavoro spirituale, con tutti i suoi fini, gli interessi, le preoccupazioni e gli sforzi, con le sue formazioni finali, i suoi istituti, le sue organizzazioni. Entro questa unità gli uomini agiscono raccolti in multiformi società di grado diverso, nella famiglia, nella tribù, nelle nazioni, in una comunione interiore e spirituale, e, come ho detto, nell'unità di una forma spirituale. Perciò, alle persone, alle associazioni di persone e a tutte le loro operazioni culturali riconosciamo un carattere vincolante.

“La forma spirituale dell'Europa” – ma di che cosa si tratta? Si tratta di mostrare l'idea filosofica immanente alla storia dell'Europa (dell'Europa spirituale), oppure, che è lo stesso, la sua immanente teleologia, che, dal punto di vista dell'umanità universale in generale, si rivela con la nascita e con l'inizio dello sviluppo di una nuova epoca dell'umanità; di un'epoca in cui l'umanità vuole e può vivere ormai soltanto nella libera costruzione della propria esistenza, della propria vita storica, in base alle idee della ragione, in base a compiti infiniti. ...

Accingiamoci ora a questa scoperta. L'Europa spirituale ha un luogo di nascita. Non parlo di un luogo geografico, di un paese, per quanto anche questo senso sia legittimo; parlo di una nascita spirituale che è avvenuta in una nazione, o meglio per merito di singoli uomini e di singoli gruppi di uomini di questa nazione. Questa nazione è l'antica Grecia del VII e del VI secolo a.C. Qui si delinea un *nuovo atteggiamento* di alcuni uomini verso il mondo circostante. Da questo atteggiamento derivò una formazione spirituale di un genere completamente nuovo, la quale si trasformò rapidamente in una forma culturale sistematicamente conclusa. I Greci la chiamarono filosofia. Nella sua traduzione esatta, questo termine non significa altro che scienza universale, scienza del cosmo, della totalità di tutto ciò che è. Ben presto nasce l'interesse per il tutto, e perciò ben presto si pone il problema del divenire e dell'essere nel divenire, del suo particolarizzarsi in forme generali e nelle regioni dell'essere. Così la filosofia si ramifica, la scienza una si trasforma in una serie di scienze particolari.

Per quanto possa sembrare paradossale, io considero la nascita della filosofia, di una filosofia che include tutte le scienze, il fenomeno originario dell'Europa spirituale. Le considerazioni che seguono, per quanto brevissime, risolveranno ben presto l'apparente paradosso.

Filosofia, scienza: questi termini stanno a indicare una classe particolare di formazioni spirituali. Il movimento storico che ha assunto lo stile di una forma normativa disposta all'infinito; ma questa forma non può essere indotta attraverso una mera osservazione morfologica esteriore delle sue vicende. Il costante orientamento secondo una norma inerisce intrinsecamente alla vita intenzionale delle singole persone, e perciò delle nazioni e delle particolari società e, infine, all'organismo delle nazioni europee accomunate. Non esplicitamente a tutte le persone e a quelle personalità di grado più alto che si costituiscano attraverso gli atti intersoggettivi: esso inerisce loro intrinsecamente in quanto è un andamento necessario dello sviluppo e della diffusione dello spirito specifico di norme universalmente valide. Ciò implica insieme una costante riplasmazione di tutta l'umanità, retta da idee che hanno cominciato a manifestarsi in piccole e piccolissime cerchie. Le idee, queste nuove e sorprendenti formazioni di senso prodotte da singole persone, le infinità intenzionali, non sono come le cose reali nello spazio, le quali, per gli uomini in quanto persone, non significano ancora qualche cosa per il semplice fatto di presentarsi nel campo della loro esperienza. Con la semplice concezione delle idee l'uomo diventa a poco a poco un uomo nuovo. Il suo essere spirituale entra nel movimento di una progressiva trasformazione. Questo movimento avviene fin dall'inizio nella comunicazione; nel proprio ambito di vita, ridesta un nuovo stile di esistenza personale e, nella comprensione altrui, un nuovo divenire. In esso (e più tardi anche al di là di esso) si diffonde innanzitutto una nuova umanità, un'umanità che, pur vivendo nella finitezza, vive protesa verso i poli dell'infinità. Si delinea così un nuovo modo di accomunamento e una nuova forma di comunità, la cui vita spirituale, nella comunione dell'amore per le idee, per la produzione di idee e per la normatività ideale, porta in sé l'orizzonte di un futuro infinito; l'orizzonte di un'infinità di generazioni che si rinnovano nello spirito delle idee. Tutto ciò avviene dunque dapprima nello spazio spirituale di una singola nazione, della Grecia; è lo sviluppo della filosofia e delle comunità filosofiche. Contemporaneamente sorge in questa nazione uno spirito culturale generale, che attrae nella sua orbita l'intera umanità, e si delinea così una progressiva evoluzione, la forma di una nuova storicità.

Per mostrare il senso preciso di questi brevi cenni e per renderli comprensibili, occorre risalire all'origine storica dell'umanità filosofica e scientifica, chiarire su questa base il senso dell'Europa e, perciò, il nuovo genere di questa storicità, questo sviluppo di nuovo genere, che assume un particolare rilievo rispetto alla storia generale.

<u>I caratteri peculiari della filosofia</u>

Cerchiamo di chiarire innanzitutto la sorprendente peculiarità della filosofia, che si dispiega in sempre nuove scienze particolari. Confrontiamola con le altre forme culturali che già esistevano nell'umanità pre-scientifica, l'artigianato, la coltivazione della terra, la cultura legata all'abitazione, ecc. Tutte queste forme indicano classi di prodotti culturali e i metodi per produrli con successo. Del resto esse hanno un'esistenza soltanto effimera nel mondo circostante. D'altra parte i prodotti scientifici, una volta attinto un metodo sicuro per produrli, hanno un genere d'essere completamente diverso, una diversa temporalità. Non si consumano mai, sono definitivi; una produzione reiterata non produce mai qualcosa di uguale, tutt'al più qualcosa di usabile in modo uguale; attraverso un numero qualsiasi di atti produttivi della stessa persona e di un numero qualsiasi di altre persone si produce identicamente la stessa cosa, identica quanto al senso e alla validità. Le persone congiunte in una reciproca comprensione attuale esperiscono inevitabilmente ciò che esse stesse hanno prodotto come identico a ciò che è stato prodotto dai loro compagni attraverso uguali atti produttivi. In altre parole: l'esito dell'attività scientifica non è un che di reale bensì di ideale.

Ancora: i risultati raggiunti, validi, la verità, servono da materiale per la possibile produzione di idealità di grado più alto, e così sempre di nuovo. Nell'ambito di un interesse teoretico sviluppato, qualsiasi risultato assume preliminarmente il senso di un conseguimento meramente relativo, serve da tramite a fini sempre nuovi, di grado sempre più alto, in una infinità che si preannuncia come un campo universale di lavoro, come il "settore" della scienza. Il termine scienza significa dunque l'idea di un'infinità di compiti, di cui un certo numero finito è stato assolto e ha assunto una permanente validità. Questo numero finito costituisce insieme una base di premesse per un orizzonte infinito di compiti, per l'unità di un compito onnicomprensivo.
Ma tutto questo va ancora integrato da un'importante osservazione. Nella scienza, l'idealità dei singoli risultati operativi, delle verità, non significa la mera possibilità di riprodurle previa identificazione del senso e della verificazione: l'idea di verità nel senso della scienza deriva (e di ciò riparleremo) dalla verità della vita pre-scientifica. La verità scientifica vuol essere una verità incondizionata. Ciò implica una certa infinità, che attribuisce a qualsiasi verifica fattuale e a qualsiasi verità il carattere di una mera approssimazione relativa disposta appunto in un orizzonte infinito, di cui la verità in sé costituisce, per così dire, il punto lontano all'infinito. Correlativamente questa infinità inerisce anche alla "essente reale" in senso scientifico e alla validità "generale" per "chiunque", per tutti i soggetti delle fondazioni che vanno compiute; non si tratta ormai più di un "chiunque" nel senso finito della vita pre-scientifica. ...
A questo punto possiamo trovarci di fronte alla facile obiezione che la filosofia e la scienza non sono qualcosa che caratterizzi soltanto i greci e che sia nato soltanto con loro. Gli stessi greci riferiscono dei saggi egiziani, dei babilonesi, ecc., e di fatto avevano imparato molto da loro. Oggi possediamo tutta una serie di lavori sulla filosofia indiana, cinese, ecc. che potrebbero venir considerate sullo stesso piano di quella greca, una cristallizzazione storica particolare nell'ambito di un'unica e medesima idea culturale. Naturalmente gli elementi comuni non mancano. Tuttavia bisogna evitare che la generalità meramente morfologica occulti le profondità intenzionali, non bisogna diventar ciechi di fronte alle differenze essenziali e di principio.
Prima di tutto già l'atteggiamento dei rispettivi "filosofi", l'orientamento universale dei loro interessi, sono radicalmente diversi. Qua e là si può constatare un interesse universale per il mondo, che da ambedue le parti, e quindi anche presso le "filosofie" indiane, cinesi e simili, può portare a una conoscenza universale del mondo. Questo interesse si manifesta dunque nel modo di un interesse vitale professionale, in comprensibili motivazioni, e porta a comunità professionali, nelle quali si tramandano e si rinnovano di generazione in generazione i risultati generali. Ma soltanto presso i greci questo interesse vitale universale ("cosmologico") assume la forma, essenzialmente nuova, di un atteggiamento puramente "teoretico", e si manifesta, per motivi intrinseci in una forma comunitaria, nella comunità corrispondentemente nuova dei filosofi, degli scienziati (dei matematici, degli astronomi, ecc.). Si tratta di uomini che, non nell'isolamento bensì nella comunione, l'uno per l'altro e quindi attraverso un lavoro interpersonale nella comunità, perseguono ed elaborano una "theoria", nient'altro che una "theoria"; con l'allargamento della cerchia dei collaboratori e nella successione delle generazioni di ricercatori, l'ampliamento e il perfezionamento della "theoria" diventano un fine della volontà, un compito infinito e a tutti comune. L'*atteggiamento teoretico* ha le sue origini storiche tra i greci. ...

Atteggiamento pratico e atteggiamento teoretico

Ma qui occorre un'analisi più approfondita. Quegli uomini che compiono questo rivolgimento, in quanto uomini nella loro comunità universale di vita (nella loro nazione), continuano anche ad avere i loro interessi naturali, ciascuno i propri; questi interessi non possono andare perduti semplicemente attraverso un rivolgimento, perché per gli individui ciò significherebbe cessare di essere ciò che sono, ciò che sono divenuti a partire dalla nascita. Quindi, in ogni caso, il rivolgimento non può essere che un rivolgimento temporaneo; esso può avere una durata abituale e costante attraverso tutta la vita soltanto in quanto costituisce una decisione incondizionata della volontà di riprendere, per periodi di tempo limitati e tuttavia intimamente unitari, lo stesso atteggiamento e di mantenere validi e attivi i nuovi interessi che gli ineriscono, attraverso questa continuità che congiunge intenzionalmente i discreti temporali, e di realizzarli in corrispondenti formazioni culturali.
Qualcosa di analogo a ciò che avviene nelle professioni che si presentano nella vita naturalmente originaria della cultura, con le loro temporalità professionali periodiche che interrompono la vita usuale e la sua concreta temporalità (le ore di servizio dei funzionari, ecc.).
Qui esistono due possibilità. Gli interessi inerenti al nuovo atteggiamento possono voler servire o agli interessi naturali della vita, o, ed è in sostanza lo stesso, alla prassi naturale; in questo caso il nuovo atteggiamento è a sua volta un atteggiamento pratico. Questo atteggiamento non può avere che un senso analogo a quello del politico, che, in quanto funzionario nazionale, mira al benessere comune e quindi, nella sua prassi, si propone di servire al benessere di tutti (e mediatamente anche al proprio). Ciò rientra ancora nell'ambito dell'atteggiamento naturale, il quale, per essenza, si differenzia per i diversi tipi di membri della società e che è di fatto diverso per coloro che reggono la comunità e per i "cittadini" -- sia gli uni sia gli altri intesi naturalmente nel senso più ampio. In ogni modo quest'analogia suggerisce come l'universalità di un atteggiamento pratico, in questo caso: di un atteggiamento rivolto verso l'intero mondo, non significhi affatto necessariamente un interessarsi e un occuparsi di tutti i dettagli e di tutte le totalità particolari che rientrano

nell'ambito del mondo, perché ciò sarebbe indubbiamente impensabile. Ma di fronte a questo atteggiamento pratico di grado più alto esiste un'altra possibilità essenziale di cambiamento dell'atteggiamento naturale generale (che fra poco esemplificheremo richiamandoci al tipo dell'atteggiamento mitico-religioso), esiste cioè l'atteggiamento teoretico – e lo chiamiamo così perché da esso, nel corso di uno sviluppo necessario, emana la "theoria" filosofica, la quale diventa un fine autonomo, un campo di interessi. L'atteggiamento teoretico, per quanto sia a sua volta un atteggiamento professionale, è del tutto non-pratico. Esso si fonda quindi su un'*epoché* volontaria da qualsiasi prassi, e perciò anche da qualsiasi prassi di grado più alto che, nell'ambito della vita professionale, si proponga di servire alla dimensione naturale. ...

Ora, per comprendere più a fondo la scienza greco-europea (in termini universali: la filosofia) e la sua differenza di principio dalle "filosofie" orientali, a cui sembrava possibile assegnare un uguale valore, è necessario osservare più da vicino l'atteggiamento pratico-universale proprio di queste filosofie anteriori alle scienze europee, e chiarirlo nel suo senso mitico-religioso. È un fatto noto, e insieme una necessità essenziale, che un'umanità che vive naturalmente – prima della nascita e della diffusione della filosofia greca e di una considerazione scientifica del mondo – include motivi mitico-religiosi e una prassi mitico-religiosa. L'atteggiamento mitico-religioso si produce semplicemente quando il mondo diventa tematico in quanto totalità, praticamente tematico; il mondo: cioè quel mondo che vale concretamente e tradizionalmente per una certa umanità (per es. una nazione), la quale lo appercepisce miticamente. Nell'atteggiamento mitico-naturale rientrano innanzitutto, non soltanto gli uomini e gli animali e altri esseri subumani e subanimali, ma anche esseri sovrumani. Lo sguardo che li abbraccia tutti nella loro totalità è uno sguardo pratico; ma ciò non significa che l'uomo, il quale nella vita naturale diretta è sempre attualmente interessato a particolari realtà, possa mai far sì che tutto assuma improvvisamente per lui un uguale rilievo pratico. Ma in quanto l'intero mondo risulta per lui dominato da forze mitiche, e nella misura in cui il destino umano è immediatamente o mediatamente dipendente da questo dominio, è possibile che la prassi susciti una considerazione mitico-universale del mondo, che nutre a sua volta un interesse pratico. È evidente che ad essere motivati a questo atteggiamento mitico-religioso sono innanzitutto i sacerdoti, un clero che amministra gli interessi mitico-religiosi, la loro tradizione e la loro unitarietà. Questo clero elabora e diffonde un "sapere" linguisticamente definito attorno alle forze mitiche (concepite in un modo che, in senso lato, possiamo dire personale). Questo sapere assume spontaneamente la forma di una speculazione mitica, la quale, concretandosi nelle convinzioni di un'interpretazione ingenua, finisce per riplasmare lo stesso mito. Naturalmente lo sguardo puntato sul mito mira anche costantemente a tutto il resto del mondo, che è appunto dominato da potenze mitiche, agli esseri umani e subumani che gli ineriscono (i quali del resto, ancora fluidi nel loro essere peculiare ed essenziale, sono aperti all'assorbimento di momenti mitici), ai modi in cui queste potenze regolano gli eventi del mondo, ai modi in cui esse stesse si riuniscono unitariamente in un ordinamento superiore di potenza, al modo in cui, attraverso funzioni, e attraverso funzionari, creano, operano, decretano un destino. Ma tutto questo sapere speculativo ha lo scopo di servire all'uomo per i suoi fini umani, per plasmare la propria vita nel mondo nel modo più felice possibile, per preservarlo dalla malattia, da un destino avverso, dalla miseria e dalla morte. È chiaro che in questa concezione e in questa conoscenza mitico-pratica del mondo possono presentarsi anche nozioni sul mondo effettivo che devono essere ritenute scientifiche, nozioni che derivano da una conoscenza scientifico-sperimentale del mondo. Ma nel loro contesto di senso esse sono e rimangono nozioni mitico-pratiche, ed è errato, è una falsificazione di senso parlare, educati come siamo al pensiero scientifico nato in Grecia e rielaborato nella scienza moderna, di una filosofia e di una scienza (di un'astronomia, di una matematica) indiane, cinesi, e interpretare l'India, Babilonia, la Cina in un senso europeo.

Da questo atteggiamento universale, ma mitico-pratico, si stacca decisamente l'atteggiamento "teoretico", non-pratico in tutti i sensi, l'atteggiamento del *thaumázein*, a cui i grandi pensatori della prima fase conclusiva della filosofia greca, Platone e Aristotele, fanno risalire l'origine della filosofia. L'uomo è preso dalla passione per una considerazione e per una conoscenza del mondo che si stacca da tutti gli interessi pratici e che, nell'ambito circoscritto delle sue attività conoscitive e nei tempi ad esse dedicati, non persegue e non produce altro che una pura teoria. In altre parole: l'uomo diventa uno spettatore disinteressato, un osservatore del mondo nel suo complesso, diventa un filosofo; o meglio: su questa base la sua vita si apre alla motivazione, che è possibile soltanto in questo atteggiamento, per nuovi fini e metodi di pensiero, per cui infine sorge la filosofia ed egli diventa un filosofo.

Naturalmente la nascita dell'atteggiamento teoretico, come tutto ciò che diviene storicamente, ha una sua motivazione di fatto nel contesto concreto degli accadimenti storici. Occorrerebbe dunque chiarire, da questo punto di vista, il modo in cui, dall'orizzonte di vita dell'umanità greca del VII secolo e dal suo commercio con le grandi e coltissime nazioni del suo mondo circostante, potesse prodursi l'atteggiamento di questo *thaumázein* e come potesse divenire abituale nei singoli. Rinunciamo ad approfondire questo punto; ci preme piuttosto cercare di comprendere la motivazione, la via lungo la quale poté avvenire quel conferimento, quella creazione di un senso che di un mero rivolgimento, oppure di un mero *thaumázein*, poteva fare una "theoria" – un fatto storico che deve avere tuttavia la sua essenza. Occorre chiarire l'evoluzione che va dalla "theoria" originaria, da una considerazione completamente "disinteressata" del mondo (e che avviene nell'*epoché* da tutti gli interessi pratici), da una conoscenza del mondo in base a un

mero sguardo universale, alla “theoria” della scienza vera e propria, ambedue i termini mediati dalla contrapposizione tra la *dóxa* e l'*epistéme*. All'inizio, l'interesse teoretico in quanto è evidentemente una modificazione della curiosità, la quale ha a sua sede originaria nella vita naturale e può essere sia l'inizio di una “vita seria”, un effetto di interessi di vita originariamente costituiti, oppure un modo di guardarsi attorno per gioco, una volta che sono stati soddisfatti i bisogni attuali della vita e sono trascorse le ore di attività professionale. La curiosità (che qui non è altro che un “vizio” abituale) è anche una modificazione, una forma particolare di interesse che si sottrae agli interessi vitali, che li lascia cadere.
In questo atteggiamento l'uomo considera innanzitutto la molteplicità delle nazioni, la propria e quelle straniere, col loro mondo circostante ovviamente valido, con le loro tradizioni, i loro dèi, i loro dèmoni, le loro potenze mitiche. Questa sorprendente contrapposizione rivela la differenza tra la rappresentazione del mondo e il mondo reale e pone il nuovo problema della verità; non il problema della verità quotidiana vincolata alla tradizione, bensì di una verità identica e valida, non più accecata dalla tradizione, della verità in sé. All'atteggiamento teoretico del filosofo inerisce dunque preliminarmente la decisione di dedicare costantemente la sua vita futura, la sua vita nel senso universale, alla “theoria”, a costruire gradualmente la conoscenza teoretica infinita. …
Abbiamo così delineato nelle sue linee essenziali, per quanto un po' schematicamente, quella motivazione storica, la quale poteva far sì che un paio di greci stravaganti dessero l'avvio a una trasformazione dell'esistenza umana e di tutta la sua vita culturale, dapprima all'interno della loro nazione e poi in quelle vicine. Ciò mostra chiaramente anche come su queste basi potesse sorgere una formazione sopranazionale di tipo assolutamente nuovo. Alludo naturalmente alla forma spirituale dell'Europa. L'Europa non è più un aggregato di nazioni contigue che si influenzano a vicenda soltanto attraverso il commercio e le lotte egemoniche, bensì uno spirito nuovo che deriva dalla filosofia e dalle scienze particolari che rientrano in essa, lo spirito della libera critica e della libera normatività, uno spirito impegnato in un compito infinito, che permea tutta l'umanità e crea nuovi e infiniti ideali! Ideali per i singoli uomini, nelle loro nazioni, e ideali per le nazioni stesse. Infine questi ideali infiniti valgono anche per la sintesi sempre più vasta delle nazioni, una sintesi in cui ciascuna nazione, proprio per il fatto di perseguire il proprio compito ideale nello spirito dell'infinità, offre alle altre ciò che ha di meglio. Attraverso questa offerta e la sua accettazione si amplia e si innalza la totalità sopranazionale, con tutte le società che si articolano in essa, colma dello spirito di un compito superiore e articolato in una molteplice infinità, l'unico tuttavia che sia infinito. In questa società totale idealmente orientata, la filosofia e il suo specifico compito infinito esercitano una funzione determinante; la funzione di una considerazione libera e universalmente teoretica che abbracci anche tutti gli ideali e l'ideale totale: dunque l'universo di tutte le norme. La funzione che la filosofia deve costantemente esercitare all'interno dell'umanità europea è una funzione di guida per tutta l'umanità.

La razionalità e l'errato razionalismo

Ma ben presto ci troviamo di fronte a fraintendimenti e a riserve che, mi sembra, attingono la loro forza di suggestione ai pregiudizi di moda e alla loro fraseologia.
Ciò che abbiamo detto non si propone per caso di salvare l'onore di quel razionalismo che nel nostro tempo ottiene così pochi consensi, dell'illuminismo, di un intellettualismo smarrito in una teoria estranea al mondo, con tutte le sue conseguenze negative, una vuota saccenteria, lo snobismo intellettualistico? Ciò che abbiamo detto non nasconde forse il proposito di riprodurre un errore fatale, la convinzione che la scienza possa rendere saggio l'uomo, che essa sia chiamata a creare un'umanità autentica, superiore al suo destino e soddisfatta? Chi sarà disposto, oggi come oggi, ad accettare queste convinzioni?
Quest'obiezione ha indubbiamente una relativa legittimità riguardo allo stadio di sviluppo che l'Europa aveva raggiunto tra il XVII secolo e la fine del XIX. Ma non può investire il senso specifico della mia trattazione. Anzi sono convinto che io, il presunto reazionario, sono molto più radicale e molto più rivoluzionario di coloro che oggi si bardano di un radicalismo meramente verbale.
Anch'io sono persuaso che la crisi europea affonda le sue radici in un razionalismo erroneo. Ma ciò non significa che la razionalità come tale sia una calamità o che rivesta un'importanza soltanto subordinata per l'umanità. La razionalità: nel senso più alto e autentico in cui noi ne parliamo, nel senso di quell'ideale originario che si delineò nell'epoca classica della filosofia greca, la razionalità esigeva indubbiamente ancora molti chiarimenti, molte riflessioni; nella sua forma matura, essa è chiamata a guidare tutti gli sviluppi successivi. D'altra parte noi ammettiamo volentieri (e da questo punto di vista l'idealismo tedesco ci ha preceduti di molto) che lo stadio di sviluppo della *ratio* costituito dal razionalismo del periodo illuministico era un errore, per quanto un errore comprensibile.
Il termine ragione è un titolo molto ampio. Secondo la buona vecchia definizione, l'uomo è un essere razionale, e in questo senso anche il selvaggio è un uomo e non un animale. Ha i suoi scopi e agisce razionalmente, riflette alle possibilità pratiche. Le opere e i metodi, la cui razionalità può sempre di nuovo essere compresa, penetrano nella tradizione. Ma così come l'uomo, compreso il selvaggio, rappresenta, rispetto all'animale, un nuovo grado dell'animalità, la ragione filosofica rappresenta un nuovo grado dell'umanità e della ragione. Ma il grado di un'esistenza umana retta dalle norme ideali di un compito infinito, il grado dell'esistenza *sub specie aeterni*, è possibile soltanto nell'assoluta universalità, quell'universalità che

è implicita fin dall'inizio nell'idea della filosofia. La filosofia universale e tutte le singole scienze costituiscono sì un fenomeno parziale nell'ambito della cultura europea. Ma è implicito nel senso stesso della mia esposizione che questo fenomeno è come il suo cervello fungente, dal cui normale funzionamento dipende la salute e l'autenticità della spiritualità europea. L'umanità giunta a un grado più alto di spiritualità umana, giunta alla ragione, esige dunque un'autentica filosofia. …

Ma per quanto riguarda il nostro problema, il problema della crisi, occorre ora mostrare come poté accadere che la "epoca moderna", per secoli orgogliosa dei propri successi pratici, sia arrivata a una situazione di crescente insoddisfazione, sia giunta a sentire la negatività della propria situazione. Tutte le scienze si sentono a disagio, in definitiva avvertono il disagio metodico. Ma il nostro disagio europeo, anche se non viene capito, concerne moltissime persone.

Tutti questi problemi derivano dall'ingenuità per cui la scienza obiettiva ritiene che ciò che essa chiama mondo obiettivo sia l'universo di tutto ciò che è, senza badare al fatto che la soggettività che produce la scienza non può venir conosciuta da nessuna scienza obiettiva. Colui che è stato educato alle scienze della natura ritiene ovvio che tutta la sfera meramente soggettiva debba venir esclusa e che il metodo delle scienze naturali, presentandosi nei modi della rappresentazione soggettiva, sia obiettivamente determinato. Perciò, anche nei riguardi della sfera psichica, egli persegue una verità obiettiva. Ciò equivale a presumere che la sfera soggettiva esclusa dal fisico, appunto in quanto psichica, debba essere indagata dalla psicologia, e poi, naturalmente, dalla psicologia psicofisica. Ma il naturalista non si rende conto che il costante fondamento del suo lavoro concettuale, che nonostante tutto è soggettivo, è il suo mondo circostante della vita, che egli presuppone costantemente il mondo-della-vita in quanto terreno, in quanto campo di lavoro, e che soltanto su di esso hanno un senso i metodi di pensiero, i suoi problemi. Chi sottopone alla critica, chi cerca di chiarire quella poderosa compagine metodica che dal mondo circostante intuitivo porta alle idealizzazioni della matematica e che lo interpreta come un essere obiettivo? La rivoluzione di Einstein investe le formule della fisica idealizzata e ingenuamente obiettiva. Ma non ci dice nulla sul modo in cui le formule in generale, l'obiettivazione matematica in generale, assumono un senso sullo sfondo della vita e del mondo circostante intuitivo; perciò Einstein non riforma lo spazio e il tempo entro cui si svolge la nostra vita vivente.

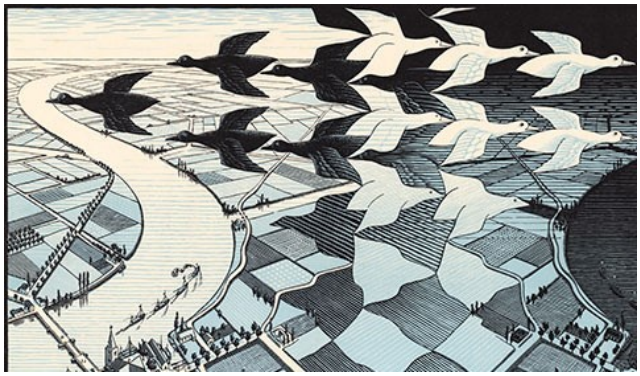
La scienza naturale matematica è una meravigliosa tecnica per compiere induzioni di un'efficienza, di una probabilità, di una precisione, di una calcolabilità tali che un tempo erano insospettabili. In quanto operazione essa è uno dei trionfi dello spirito umano. Ma la razionalità dei suoi metodi e delle sue teorie è soltanto relativa. Essa presuppone la posizione del fondamento, il quale si sottrae a una reale razionalità. In quanto la tematica scientifica dimentica completamente il mondo circostante intuitivo, questa sfera meramente soggettiva, dimentica anche il soggetto operante, non tematizza lo scienziato stesso. (Ma così, da questo punto di vista, la razionalità delle scienze esatte si pone sullo stesso piano della razionalità delle piramidi d'Egitto.)

Indubbiamente, a partire da Kant, abbiamo una nuova teoria della conoscenza; d'altra parte esiste una psicologia, che pretende all'esattezza scientifica e vuol essere la scienza generale e fondamentale dello spirito. Ma le nostre speranze di una reale razionalità, cioè di una vera intuizione evidente, vanno deluse anche qui. Gli psicologi non si accorgono di non rientrare, in quanto scienziati operanti, insieme al loro mondo circostante della vita, nel proprio tema. Non si accorgono di presupporre preliminarmente e necessariamente se stessi in quanto uomini accomunati nel loro mondo circostante e nel loro tempo storico, e che proprio per questa ragione si propongono di raggiungere una verità in sé, valida per chiunque. Sulla base dell'obiettivismo, la psicologia non è in grado di tematizzare l'anima nel suo senso peculiare, cioè l'io che agisce e patisce. …

Conclusione

Cerchiamo di esprimere il concetto fondamentale della nostra esposizione: quella "crisi dell'esistenza europea" di cui oggi tanto si parla, e che è documentata da innumerevoli sintomi di dissoluzione, non è un oscuro destino, non è una situazione impenetrabile; essa diventa comprensibile e trasparente sullo sfondo di quella *teleologia della storia europea* che la filosofia è in grado di illuminare. Ma la premessa di questa comprensione è che si riesca innanzitutto a cogliere il nucleo essenziale e centrale del fenomeno "Europa". Per penetrare il groviglio della "crisi" attuale, era indispensabile elaborare il *concetto Europa* in quanto *teleologia storica di fini razionali infiniti*; era indispensabile mostrare come il mondo europeo sia nato da idee razionali, cioè dallo spirito della filosofia. La crisi poté così rivelarsi come un *apparente fallimento del razionalismo*. Ma la causa del fallimento di una cultura razionale sta – come abbiamo detto – non nell'essenza del razionalismo stesso ma soltanto nella sua *manifestazione esteriore, nel suo decadere* a "naturalismo" e a "obiettivismo".

La crisi dell'esistenza europea ha solo due sbocchi: il tramonto dell'Europa, nell'estraniazione rispetto al senso razionale della propria vita, la caduta nell'ostilità allo spirito e nella barbarie, oppure la rinascita dell'Europa dallo spirito della filosofia, attraverso un eroismo della ragione capace di superare definitivamente il naturalismo. Il maggior pericolo dell'Europa è la stanchezza. Combattiamo contro questo pericolo estremo, in quanto "buoni europei", in quella vigorosa disposizione d'animo che non teme nemmeno



Maurits Cornelis Escher [30], Giorno e notte (xilografia)

Maurits Cornelis Escher, Mano con sfera riflettente (litografia)

Maurits Cornelis Escher, Planetoide doppio (xilografia)

[30] I grafici e le incisioni di Maurits Cornelis Escher sono un commento, attento ed eloquente, a tanta filosofia e matematica moderne.

una lotta destinata a durare in eterno; allora dall'incendio distruttore dell'incredulità, dal fuoco soffocato della disperazione per la missione dell'Occidente, dalla cenere della grande stanchezza, rinascerà la fenice di una nuova interiorità di vita e di una nuova spiritualità, il primo annuncio di un grande e remoto futuro dell'umanità: perché soltanto lo spirito è immortale.

Sui problemi futuri della matematica [31]

Chi di noi non sarebbe felice di sollevare il velo dietro il quale si nasconde il futuro per gettare uno sguardo sui progressi della nostra Scienza e sui segreti del suo sviluppo durante i secoli futuri? Nel campo così fecondo e vasto della Scienza Matematica, quali saranno gli obiettivi verso cui si impegneranno le migliori intelligenze matematiche delle generazioni a venire? Quali nuovi metodi e quali nuovi fatti in questo campo ci rivelerà il nuovo secolo?

La storia insegna che lo sviluppo della Scienza è continuo. Noi sappiamo che ogni epoca ha i suoi problemi che l'epoca successiva risolve o spazza via come sterili e sostituisce con altri nuovi. Se vogliamo avere un'idea della probabile evoluzione delle conoscenze matematiche nell'immediato futuro, dobbiamo far scorrere mentalmente le domande rimaste ancora aperte e fermare l'attenzione su quei problemi che la Scienza di oggi pone e per i quali aspettiamo dal futuro la soluzione. Il momento che stiamo vivendo, sulla soglia del ventesimo secolo, mi sembra molto adatto a una tale revisione dei problemi; la chiusura di un'epoca non solo ci invita a guardare indietro nel passato, ma pure indirizza i nostri pensieri verso il futuro ignoto.

È innegabile che alcuni ben determinati problemi abbiano giocato un grande ruolo nel progresso della Scienza Matematica in generale e che essi abbiano avuto una grande influenza sul lavoro del singolo ricercatore. Fintanto che una branca della Scienza offre una grande varietà di problemi, fino ad allora essa è viva; la mancanza di problemi ne prefigura l'estinzione o la cessazione dello sviluppo indipendente. Proprio come ogni impresa umana insegue determinati obiettivi, così anche la ricerca matematica esige i suoi problemi. È nella loro soluzione che il ricercatore si mette alla prova, trova nuovi metodi e nuove prospettive, e conquista un orizzonte più ampio e più libero.

È difficile e spesso impossibile giudicare in anticipo il valore di un problema: il riconoscimento finale dipende dai risultati che la Scienza ne ricava. Tuttavia, ci si può chiedere se esistono criteri generali che individuano un buon problema matematico.

Un vecchio matematico francese disse: "Una teoria matematica non può essere considerata completa finché non la si è chiarita al punto da poterla spiegare alla prima persona che incontrate per strada". Questa chiarezza e facilità di comprensione, qui richiesta con tanta determinazione per una teoria matematica, io la richiederei ancora di più per un problema matematico che voglia essere perfetto: ciò che è chiaro e facile da capire ci attrae, ciò che è complicato ci respinge.

Per attrarci, un problema matematico deve essere difficile, ma non completamente inaccessibile, se non vogliamo che se la rida dei nostri sforzi. Anzi, dovrebbe essere una guida sul cammino intricato che porta a verità nascoste e, alla fine, dovrebbe ricompensare i nostri sforzi con la gioia che ci viene dall'averne trovato una soluzione.

I matematici dei secoli passati si dedicavano alla soluzione di problemi difficili con zelo appassionato. Ne riconoscevano il valore. Vi ricordo solo *il problema della brachistocrona* di Johann Bernoulli. L'esperienza insegna, così si esprime Bernoulli nella pubblicazione di questo problema, che le menti elevate sono spinte a lottare per il progresso della Scienza soprattutto da problemi difficili e allo stesso tempo utili; lui stesso spera dunque di meritare i ringraziamenti del mondo matematico se, seguendo l'esempio di uomini come Mersenne, Pascal, Fermat, Viviani e altri ancora, sottopone agli analisti illustri del suo tempo un problema con cui possono, come con una pietra di paragone, verificare il valore dei loro metodi e misurare la loro forza. Il calcolo delle variazioni deve la sua origine a questo problema di Bernoulli e a problemi analoghi.

Fermat aveva affermato, come è noto, che l'equazione diofantea

$$x^n + y^n = z^n \quad (x,\ y \text{ e } z \text{ numeri interi})$$

è irrisolvibile, tranne che per alcuni casi evidenti.

Il *Problema di dimostrare questa impossibilità* ci offre un esempio straordinario di come un problema così particolare e apparentemente poco importante possa essere d'ispirazione e avere conseguenze nella Scienza. È infatti il problema di Fermat che ha portato Kummer a introdurre il concetto di numero ideale [32] e a scoprire l'unicità della scomposizione in fattori primi ideali degli elementi di un corpo ciclotomico – teorema che oggi, nella sua generalizzazione a tutti i campi algebrici operata da Dedekind e Kronecker, è diventato il

[31] Selezione dal testo della Conferenza tenuta da David Hilbert al 2° Congresso Internazionale dei Matematici, Parigi 6 – 12 agosto 1900, concernente i famosi 23 problemi (allora irrisolti).

[32] La definizione di numero ideale (redatta a cura degli autori del presente lavoro) è riportata dopo la conclusione del testo di questa Conferenza.

fatto centrale della moderna teoria dei numeri e la cui importanza si estende all'Algebra e alla Teoria delle funzioni, ben oltre i confini della Teoria dei Numeri.
Passando a un settore molto diverso della ricerca, vi ricordo il *Problema dei tre corpi*. Poincaré, nel tentativo di riprendere da capo questo difficile problema e di avvicinarsi a una sua soluzione, ha scoperto metodi fecondi e principi di vasta portata in Meccanica celeste, che oggi sono riconosciuti e applicati anche nella pratica dell'Astronomia.
Questi due problemi - quello di Fermat e quello dei tre corpi - ci sembra quasi che occupino due poli opposti nell'insieme dei problemi: il primo, libera invenzione della pura ragione, il secondo, posto dagli astronomi e necessario per la comprensione dei più semplici fenomeni fondamentali della natura.
Spesso accade anche che lo stesso problema particolare trovi applicazione nei settori più diversi della conoscenza matematica. Così, per esempio, il *Problema delle geodetiche* svolge un ruolo importante e storicamente significativo nei fondamenti della Geometria, nella teoria delle curve e delle superfici, in meccanica e nel calcolo delle variazioni. Sullo stesso fronte, nel suo libro sull'*Icosaedro*, F. Klein ha mostrato molto bene il peso che il *Problema dei poliedri regolari* ha nella Geometria elementare, nella teoria dei gruppi e delle equazioni, e nella teoria delle equazioni differenziali lineari.
Per mettere in luce l'importanza di certi problemi, ricorderò che Weierstrass considerava un dono della Provvidenza l'aver incontrato, agli inizi della carriera scientifica, un problema a cui lavorare talmente importante come il *Problema di inversione di Jacobi*.
Avendo ricordato l'importanza in generale dei problemi in Matematica, passo a cercare di capire da dove questa Scienza li tragga. Sicuramente, in ogni ramo della Matematica, i primi e più antichi problemi scaturiscono dall'esperienza e sono suggeriti dal mondo dei fenomeni esterni. Anche le regole delle *operazioni sui numeri interi* sono state scoperte in questo modo fin dai primi momenti della civiltà umana, in modo del tutto simile a come ancora oggi il bambino impara l'applicazione di queste leggi in modo empirico. Lo stesso vale per *i primi problemi di Geometria*: problemi posti nell'antichità, come la duplicazione del cubo, la quadratura del cerchio; ma anche i problemi che si sono presentati per primi nella teoria della risoluzione delle equazioni numeriche, nella teoria delle curve e del calcolo differenziale e integrale, nel calcolo delle variazioni, nella teoria delle serie di Fourier e nella teoria del potenziale - per non parlare dell'abbondanza e della ricchezza dei problemi della Meccanica, dell'Astronomia e della Fisica.
Ma, nello sviluppo di un ramo della matematica, la mente umana, incoraggiata dal successo delle soluzioni che ha trovato, prende coscienza della propria indipendenza. Crea da se stessa problemi nuovi e fecondi, nella maniera più felice, spesso senza un'influenza dall'esterno apprezzabile, soltanto per associazione logica, per generalizzazione e particolarizzazione, separando e di nuovo riunendo idee. E' lei stessa a porre le nuove domande.
E' così che sono nati il *Problema dei numeri primi* e gli altri problemi della teoria dei numeri, la teoria di Galois delle equazioni, la teoria degli invarianti algebrici, quella delle funzioni abeliane e automorfe; in realtà *quasi tutte le questioni più delicate delle teorie moderne dei numeri e delle funzioni* sono nate in questo modo.
Nello stesso tempo, mentre il potere creativo della pura ragione è al lavoro, il mondo esterno fa sentire di nuovo la sua influenza, ci impone nuove domande nate dall'esperienza reale, apre nuovi campi della Matematica; allora, mentre cerchiamo di far rientrare nuovi settori della conoscenza nel regno del puro pensiero, troviamo spesso la risposta a vecchi problemi irrisolti e quindi, contemporaneamente, facciamo progredire di molto le vecchie teorie. E mi sembra che sia proprio su questi scambi ricorrenti tra pensiero ed esperienza che si appoggiano le numerose e sorprendenti analogie, e quell'armonia apparentemente prestabilita, che il matematico così spesso percepisce nelle domande, nei metodi e nelle idee dei vari rami della sua Scienza.
Esaminiamo ora brevemente quali requisiti generali deve avere la soluzione di un problema matematico. Come prima cosa, io metterei la correttezza della soluzione che deve essere ottenuta per mezzo di un numero finito di passaggi e che deve basarsi su un numero finito di ipotesi contenute nella formulazione del problema ed espresse sempre con precisione. Questa deduzione logica attraverso un numero finito di operazioni esprime semplicemente l'esigenza di rigore nel ragionamento. Infatti l'esigenza di rigore, che è diventata oggi di un'importanza proverbiale in Matematica, corrisponde a una necessità filosofica universale della nostra comprensione; e, d'altra parte, è solo se questo bisogno viene soddisfatto che i problemi mostrano la loro fecondità e la loro portata. Un nuovo problema, soprattutto quando viene dal mondo dell'esperienza esterna, è come un giovane ramoscello, che cresce e porta frutto solo quando viene innestato, con tutte le cure previste dall'arte del giardiniere, sul tronco vecchio, cioè sulle conoscenze matematiche che già possediamo.
Del resto, sarebbe un errore credere che il rigore nella dimostrazione sia nemico della semplicità. Al contrario, molti esempi mostrano che il metodo più rigoroso è anche il più semplice e più facile da comprendere. Proprio lo sforzo per raggiungere il rigore ci costringe sempre a trovare dimostrazioni più semplici e spesso apre la strada a metodi più fecondi rispetto ai vecchi metodi che erano meno rigorosi. Così la teoria delle curve algebriche ha subito delle semplificazioni incontestabili e ha raggiunto una maggiore unità grazie ai metodi più rigorosi della teoria delle funzioni e all'introduzione di considerazioni

trascendenti ausiliarie. E ancora, la dimostrazione che è possibile applicare le quattro operazioni aritmetiche elementari alle serie di potenze nonché differenziarle e integrarle termine a termine, ha semplificato tutta l'Analisi. E in particolare ciò vale per la teoria dell'eliminazione, per quella delle equazioni differenziali e per i teoremi di esistenza contenuti in quest'ultima. Ma l'esempio più eclatante a favore di quanto sto dicendo è il Calcolo delle variazioni. Affrontare la prima e la seconda variazione degli integrali definiti richiedeva calcoli estremamente complessi, e i metodi utilizzati dagli antichi matematici mancavano a questo proposito del rigore necessario. E' Weierstrass colui che, per primo, ci ha mostrato la via verso un nuovo e sicuro fondamento del Calcolo delle variazioni. Al termine di questa conferenza, mostrerò brevemente, prendendo come esempi l'integrale semplice e l'integrale doppio, come, seguendo la strada aperta da Weierstrass, si semplifichi in maniera sorprendente il Calcolo delle variazioni. Farò vedere che, nella dimostrazione delle condizioni necessarie e sufficienti per l'esistenza di un massimo o di un minimo, il calcolo della variazione seconda e una parte dei faticosi ragionamenti relativi alla prima variazione sono del tutto superflui, per non parlare del grande progresso che è legato all'eliminazione della restrizione a variazioni tali che le derivate delle funzioni varino di poco.

Pur insistendo sul rigore nella dimostrazione come una necessità per la soluzione completa di un problema, vorrei, d'altra parte, contrastare il parere secondo il quale solo i concetti dell'Analisi, o anche solo quelli dell'Aritmetica, sono suscettibili di una trattazione del tutto rigorosa. Io ritengo totalmente sbagliata questa opinione, sostenuta di tanto in tanto da uomini eminenti.

Una concezione così restrittiva di rigore avrebbe presto portato ad ignorare tutti i concetti derivanti dalla Geometria, dalla Meccanica e dalla Fisica; sbarrerebbe la via a tutto ciò che viene dal mondo esterno, e infine, come ultima conseguenza, porterebbe al rifiuto delle idee di continuo e di numero irrazionale. Quale fonte vitale per la Scienza Matematica sarebbe chiusa con la soppressione della Geometria e della Fisica matematica! Al contrario, io penso che ovunque nascano idee matematiche, sia in Filosofia (dalla teoria della conoscenza) che in Geometria e in Fisica, subito sorge il problema dei principi alla base di queste idee e di come fondarli su un sistema semplice e completo di assiomi, così che l'esattezza delle nuove idee e la loro applicabilità nulla abbiano da invidiare alle classiche definizioni dell'Aritmetica.

A nuovi concetti corrispondono, necessariamente, nuovi simboli; dobbiamo scegliere questi ultimi in modo tale che ci ricordino i fenomeni che sono stati all'origine dei nuovi concetti. Così le figure geometriche sono simboli che ci ricordano l'intuizione dello spazio ed è così che ogni matematico le usa. Chi non usa insieme alla doppia disuguaglianza

$$a > b > c$$

l'immagine di tre punti uno dopo l'altro su una retta come rappresentazione geometrica del termine "fra"? Chi non fa uso di disegni di segmenti e di rettangoli racchiusi uno dentro l'altro, quando si tratta di dimostrare in maniera rigorosa un difficile teorema sulla continuità delle funzioni o sull'esistenza di punti di accumulazione? Chi potrebbe fare a meno della figura del triangolo, del cerchio con il suo centro, o della figura formata da tre assi perpendicolari? E chi rinuncerebbe alla rappresentazione dei vettori, o ai disegni di famiglie di curve o superfici con i loro inviluppi, immagini che giocano un ruolo così importante in Geometria, nei fondamenti del Calcolo delle variazioni e in altre branche della Matematica pura?

I segni e i simboli dell'Aritmetica sono figure e le figure geometriche sono formule disegnate; nessun matematico potrebbe fare a meno di queste formule disegnate più di quanto potrebbe fare a meno, nei calcoli, delle parentesi o di altri simboli analitici.

L'uso dei simboli geometrici per una dimostrazione rigorosa presuppone l'esatta conoscenza e la padronanza completa degli assiomi che stanno alla base di quelle figure; affinché queste figure geometriche possano essere incorporate nel tesoro comune dei segni matematici, è necessaria un'indagine assiomatica rigorosa del loro contenuto intuitivo. Proprio come sommando due numeri, uno deve mettere le cifre una sotto l'altra nel giusto ordine e applicare correttamente le regole di calcolo, cioè gli assiomi dell'Aritmetica, così le operazioni sui simboli geometrici devono essere determinate per mezzo degli assiomi della Geometria e delle loro combinazioni.

L'accordo tra il pensiero geometrico e quello aritmetico è mostrato anche da questo: nelle ricerche aritmetiche, così come nelle considerazioni geometriche, di solito non ripercorriamo a ritroso ogni passo della catena del ragionamento fino agli assiomi. Anzi, in particolare nel primo approccio a un problema aritmetico (ma è lo stesso per un problema geometrico), usiamo una successione di ragionamenti rapida, inconsapevole, non ancora definitiva, con una fiducia assoluta in una certa sensibilità aritmetica e nell'efficacia dei simboli aritmetici; senza questa fiducia non potremmo progredire in Aritmetica più di quanto potremmo farlo in Geometria se non sapessimo vedere nello spazio. Come esempio di una teoria aritmetica che opera in modo rigoroso con idee e simboli geometrici, posso citare il lavoro di Minkowski, *Die Geometrie der Zahlen* [33].

[33] H. Minkowski: *Die Geometrie der Zahlen*. Teubner, Leipzig, 1896.

Alcune osservazioni sulle difficoltà che i problemi matematici possono offrire, e sui mezzi per superarle, possono trovare posto qui in modo naturale.
Se non riusciamo a risolvere un problema matematico, spesso il motivo sta nella nostra incapacità a individuare il punto di vista più generale da cui il problema che abbiamo di fronte appare solo come anello di una catena di problemi collegati tra loro. Dopo aver individuato questo punto di vista, non solo il problema diventa più accessibile alla nostra indagine, ma, di più, entriamo in possesso di un metodo che è applicabile anche ad altri problemi dello stesso tipo. Cito, come esempi, l'introduzione fatta da Cauchy dei cammini complessi di integrazione e, nella teoria dei numeri, l'introduzione del concetto di numeri ideali da parte di Kummer [34]. Questo modo di trovare metodi generali è senza dubbio il più accessibile e il più sicuro. Chi cercherà metodi senza avere in mente un problema preciso in generale cercherà invano.
Nell'affrontare problemi matematici, la specializzazione gioca, io credo, un ruolo più importante della generalizzazione. Forse in molti casi in cui si cerca invano la risposta a una domanda, la causa del fallimento sta nel fatto che i problemi più semplici e più facili di quello che si sta affrontando non sono stati risolti del tutto o non completamente. Tutto sta, dunque, nel trovare questi problemi più facili e nel risolverli per mezzo di metodi il più completi possibile e di concetti che possano essere generalizzati. Questa norma è uno degli espedienti più importanti per superare le difficoltà in matematica e mi sembra che sia utilizzata quasi sempre, anche inconsapevolmente.
A volte capita che si cerchi una soluzione sotto ipotesi insufficienti o mal comprese e che, per questo motivo, non si raggiunga l'obiettivo. Allora si tratta di mostrare l'impossibilità di una soluzione con le ipotesi date o interpretate. Gli antichi ci hanno dato i primi esempi di dimostrazioni di impossibilità di questo tipo; hanno provato così che il rapporto tra l'ipotenusa e il cateto di un triangolo rettangolo isoscele è irrazionale. Nella Matematica moderna, la questione dell'impossibilità di trovare determinate soluzioni svolge un ruolo centrale; è da questo punto di vista, ovvero dimostrandone l'impossibilità, che problemi antichi e difficili, come la dimostrazione dell'assioma delle parallele, la quadratura del cerchio o la risoluzione per radicali delle equazioni di quinto grado hanno finalmente trovato soluzioni pienamente soddisfacenti e rigorose, sebbene in una direzione diversa da quella che originariamente ci si aspettava.
E' probabilmente questo il fatto importante che insieme ad altre ragioni filosofiche fa nascere la convinzione (che ogni matematico condivide, ma che nessuno ha ancora avvalorato con una dimostrazione) che ogni problema matematico debba necessariamente avere una soluzione precisa, o sotto forma di una vera e propria risposta alla domanda posta, o con la dimostrazione dell'impossibilità della sua risoluzione e quindi il conseguente fallimento di tutti i tentativi. Prendiamo un problema irrisolto qualsiasi, come la questione dell'irrazionalità della costante C di Eulero-Mascheroni, o l'esistenza di un numero infinito di numeri primi della forma

$$2^n + 1$$

Per quanto questi problemi ci possano sembrare inavvicinabili e per quanto noi risultiamo impotenti di fronte ad essi, abbiamo, comunque, la ferma convinzione che potremo risolverli con un numero finito di passaggi puramente logici.
Questo assioma della risolubilità di ogni problema è una caratteristica peculiare solo del pensiero matematico, o è una regola generale insita nella natura della mente, per la quale tutte le domande che ci poniamo devono avere una risposta? Perché anche in altre discipline scientifiche si incontrano vecchi problemi che sono stati risolti in modo molto soddisfacente e molto utile per la Scienza attraverso la dimostrazione della loro impossibilità. Ad esempio il problema del moto perpetuo. Dopo aver cercato invano di costruire una macchina del moto perpetuo, si scoprì che le relazioni che avrebbero dovuto sussistere tra le forze della natura se una tale macchina fosse esistita erano impossibili [35]; e il problema così trasformato ha portato alla scoperta della legge di conservazione dell'energia, che, a sua volta, ha spiegato l'impossibilità del moto perpetuo nella maniera originariamente pensata.
Questa convinzione della risolubilità di ogni problema matematico è per noi un grande incentivo durante il lavoro. Sentiamo risuonare dentro di noi un invito continuo: ecco il problema, cerca la soluzione. La puoi trovare con la sola ragione. Mai un matematico sarà ridotto a dire: "*Ignorabimus"*.
La riserva di problemi in matematica è inesauribile, e non appena un problema è risolto, numerosi altri si fanno avanti al suo posto.
Qui di seguito provo, a sostegno di quanto ho detto finora, a suggerire alcuni problemi, tratti da diversi settori della matematica, lo studio dei quali potrà concorrere al progresso della Scienza.
Diamo un'occhiata ai principi dell'Analisi e della Geometria. Le conquiste più suggestive e importanti del secolo scorso in questi campi sono, secondo me, la formulazione aritmetica del concetto del continuo nelle

[34] Una lunga digressione, al termine del testo della Conferenza di Hilbert, riporta una definizione dei numeri ideali (a riguardo, cfr. http://www.bitman.name/math/article/666).
[35] Cfr. Helmholtz, Ueber die Wechselwirkung der Natnrkräefte und die darauf bezüglichen neuesten Ermittelungen der Physik. Vortrag gehalten Köigsberg, 1854.

opere di Cauchy, Bolzano e Cantor, e la scoperta della Geometria non euclidea da parte di Gauss, Bolyai, Lobachevsky.
Quindi io attirerò la vostra attenzione in primo luogo su alcuni problemi che appartengono a questi campi.

1. Il problema di Cantor sulla potenza del continuo [36].
2. Sulla non contraddittorietà degli assiomi dell'Aritmetica.
3. L'uguaglianza dei volumi di due tetraedri aventi la stessa base e la stessa altezza.
4. Problema della retta come cammino di lunghezza minima tra due punti.
5. Sulla nozione dei gruppi continui di trasformazioni di Lie senza l'ipotesi della differenziabilità delle funzioni che definiscono il gruppo.
6. Trattazione matematica degli assiomi della fisica.
7. Irrazionalità e trascendenza di alcuni numeri.
8. Problemi sui numeri primi.
9. Dimostrazione della più generale legge di reciprocità in un campo di numeri.
10. La risolubilità di un'equazione diofantea.
11. Forme quadratiche con numeri algebrici qualsiasi come coefficienti.
12. Estensione del teorema di Kronecker sui corpi abeliani a un dominio di razionalità algebrica qualsiasi.
13. Impossibilità della risoluzione dell'equazione generale di settimo grado attraverso funzioni di due soli argomenti.
14. Dimostrazione della finitezza di alcuni sistemi di funzioni.
15. Fondazione rigorosa della Geometria enumerativa di Schubert.
16. Problemi di topologia delle curve e delle superfici algebriche.
17. Rappresentazione come somme di quadrati di forme definite.
18. Tassellazione dello spazio mediante poliedri congruenti.
19. Le soluzioni dei problemi regolari del calcolo delle variazioni sono necessariamente analitiche?
20. Il problema di Dirichlet nel caso generale.
21. Dimostrazione dell'esistenza di equazioni differenziali lineari aventi un gruppo di monodromia assegnato.
22. Relazioni analitiche espresse in maniera uniforme attraverso funzioni automorfe.
23. Ulteriori sviluppi dei metodi del Calcolo delle variazioni.

I problemi citati sono semplicemente degli esempi, ma sono già sufficienti per mostrare quanto sia ricca, varia ed estesa la Matematica di oggi, e ci portano a domandarci se la Matematica abbia in sorte il destino di quelle discipline che si sono divise in rami separati, i cui rappresentanti si comprendono appena tra di loro e i cui legami diventano sempre più deboli. Non lo credo né me lo auguro. La Matematica è, secondo me, un tutto indivisibile, un organismo la cui vitalità è condizionata dalla connessione tra le sue parti. In realtà, quale che sia la diversità delle conoscenze matematiche nei vari dettagli, abbiamo ancora una chiara coscienza della similitudine del processo logico, del legame tra le idee matematiche così come delle numerose analogie tra le diverse parti di questa Scienza. Notiamo anche che, più una teoria matematica si sviluppa, più la sua esposizione guadagna in armonia e unità e più vengono scoperti legami insospettabili fra di essa e branche della Scienza che prima le erano lontane. Così succede che, con l'estensione della Matematica, il suo aspetto organico non si perde ma, anzi, si manifesta sempre più chiaramente.
Ma – noi ci chiediamo – con questa estensione della conoscenza matematica, per il singolo ricercatore non diventerà alla fine impossibile abbracciare tutti i settori di questa Scienza? Come risposta, mi limito a osservare quanto profondamente si sia radicato nelle Scienze Matematiche il fatto che ogni sviluppo vada di pari passo con l'invenzione di strumenti più rigorosi e di metodi più semplici che, mentre aiutano a comprendere le teorie più antiche e ad abbandonare sviluppi diventati inutili, permettono di orientarsi nelle branche della Matematica più facilmente che in qualsiasi altra Scienza.
Il carattere di unità della Matematica è l'essenza stessa di questa Scienza. La Matematica è il fondamento di tutte le conoscenze esatte dei fenomeni naturali. Affinché possiamo raggiungere questo grande obiettivo, possa il nuovo secolo portare in dono alla Matematica maestri geniali e discepoli entusiasti e determinati [37].

[36] La descrizione, data da Hilbert di questo primo problema, è riportata al termine del testo di questa Conferenza (di tutti gli altri problemi, si elencano solo i titoli).
[37] All'approssimarsi dell'anno 2000, altri sette problemi (detti *Millennium problems*) sono posti all'attenzione dei matematici, dall'Istituto matematico Clay (sito a Cambridge – Massachusetts).

1. P contro NP.
2. Congettura di Hodge.
3. Congettura di Poincaré (risolto).
4. Ipotesi di Riemann.
5. Teoria quantistica di Yang-Mills.
6. Equazioni di Navier-Stokes.
7. Congettura di Birch e Swinnerton-Dyer.

Problema [38]	Breve descrizione	Stato attuale del problema
1	L'ipotesi del continuo, cioè determinare se esistono insiemi la cui cardinalità è compresa tra quella dei numeri interi e quella dei numeri reali.	Risoluzione in parte accettata
2	Si può dimostrare che l'insieme degli assiomi dell'aritmetica è consistente?	Risoluzione in parte accettata
3	Dati due poliedri dello stesso volume, è possibile tagliare entrambi nello stesso insieme di poliedri più piccoli?	Risolto
4	Costruire tutte le metriche in cui le rette sono geodetiche.	Troppo vago
5	Tutti i gruppi continui sono automaticamente gruppi differenziali?	Risoluzione in parte accettata
6	Assiomatizzare tutta la fisica.	Troppo vago
7	Dati un numero a algebrico ($\neq 0$ e $\neq 1$) e b un numero irrazionale, il numero a^b è sempre trascendente?	Risolto Parzialmente
8	Dimostrare l'ipotesi di Riemann.	Aperto
9	Generalizzare la legge di reciprocità in un qualunque campo numerico algebrico.	Risoluzione in parte accettata
10	Trovare un algoritmo che determini se una data equazione diofantea in n incognite abbia soluzione.	Dimostrato irresolubile
11	Classificare le forme quadratiche nel caso di coefficienti in un campo di numeri algebrico.	Risolto
12	Estendere il Teorema di Kronecker-Weber sulle estensioni abeliane dei numeri razionali ad estensioni abeliane di campi numerici arbitrari.	Aperto
13	Risolvere l'equazione generale di settimo grado utilizzando funzioni con due soli argomenti.	Risolto
14	Determinare se l'anello degli invarianti di un gruppo algebrico che agisce su un anello di polinomi è sempre finitamente generato.	Risolto
15	Fondazione rigorosa del calcolo enumerativo di Schubert.	Risoluzione in parte accettata
16	Topologia delle curve e delle superfici algebriche.	Troppo vago
17	Determinare se le funzioni razionali non negative possono essere espresse come quozienti di somme di quadrati.	Risolto
18	Esiste una tassellazione dello spazio anisoedrale? Qual è il più denso impacchettamento di sfere?	Risolto
19	Le soluzioni dei problemi variazionali regolari sono sempre analitiche?	Risolto
20	Tutti i problemi variazionali con determinate condizioni al contorno hanno soluzione?	Risolto
21	Dimostrazione dell'esistenza di equazioni differenziali lineari aventi un prescritto gruppo di monodromia.	Risoluzione in parte accettata
22	Uniformizzazione delle relazioni analitiche per mezzo di funzioni automorfe.	Risoluzione in parte accettata
23	Sviluppare ulteriormente il calcolo delle variazioni.	Troppo vago

Il problema di Cantor sulla potenza del continuo [39]

Due sistemi, cioè due insiemi, di numeri reali ordinari (o di punti) sono, secondo Cantor, *equivalenti* o *della stessa potenza*, quando si può stabilire fra essi un corrispondenza tale che a ciascun numero dell'uno debba corrispondere uno ed un solo numero dell'altro. Le ricerche di Cantor su questi insiemi rendono probabile la validità del seguente teorema che fin qui, nonostante i più grandi sforzi, non è stato dimostrato.

> Ogni sistema di numeri reali in numero infinito, cioè ogni insieme infinito di numeri (o di punti), è equivalente all'insieme di tutti i numeri interi naturali $1, 2, 3, ecc.$ oppure è equivalente all'insieme di tutti i numeri reali, e conseguentemente al continuo, cioè ai punti di un segmento; *dal punto di vista dell'equivalenza, non ci sarebbero che due insiemi di numeri: l'insieme numerabile ed il continuo.*

[38] Fonte Wikipedia – Problemi di Hilbert: https://it.wikipedia.org/wiki/Problemi_di_Hilbert.
[39] Ancora pressoché integralmente, tratto dalla sopraccitata Conferenza di Hilbert.

Da questo teorema, seguirebbe anche che il continuo rappresenta la potenza immediatamente superiore alla potenza degli insiemi numerabili. La dimostrazione di questo teorema sarebbe allora come un nuovo ponte gettato fra gli insiemi numerabili ed il continuo.
Cito ancora un'affermazione molto importante di Cantor che ha un rapporto molto stretto con l'enunciato precedente e che ne potrebbe rappresentare la chiave della dimostrazione.

> Un sistema qualunque di numeri reali è detto *ordinato* quando di due numeri qualsiasi dell'insieme si è convenuto quale è il precedente e quale il seguente; di più, questa convenzione deve essere tale che, se un numero a precede un numero b ed il numero b precede, a sua volta, un numero c, allora bisognerà guardare a come precedente c. L'ordine *naturale* dei numeri di un sistema è quello per il quale si guarda ad un numero piccolo come precedente un numero più grande che a sua volta sarà ritenuto come seguente il primo. C'è, come è facile vedere, un'infinità d'altre maniere per ordinare i numeri di un sistema.

Ora se consideriamo un ordinamento in un sistema numerico e, fra questi numeri, consideriamo un sistema particolare di numeri, sistema che viene chiamato *sistema* o *insieme parziale*, anche questo insieme parziale risulta ordinato. Cantor considera un tipo particolare di insiemi ordinati che egli chiama insiemi *ben ordinati*; ciò che caratterizza questi insiemi è il fatto che, non solo nell'insieme stesso, ma anche in tutti gli insiemi parziali, esiste un numero che precede tutti gli altri. L'insieme dei numeri interi 1, 2, 3, $ecc.$, nel suo ordine naturale, è evidentemente un insieme ben ordinato. Invece l'insieme dei numeri reali, cioè il continuo, nell'ordine naturale, non è un insieme ben ordinato. Infatti consideriamo l'insieme parziale formato dai punti di un segmento, senza il punto iniziale; è chiaro che questo insieme parziale non ha alcun elemento che precede tutti gli altri. Si presenta allora la domanda: l'insieme di tutti i numeri potrebbe essere ordinato in maniera tale che ogni insieme parziale abbia un elemento che precede tutti gli altri? Detto altrimenti, il continuo può essere concepito come insieme ben ordinato? A questa domanda, Cantor crede che la risposta possa essere affermativa. A me sembra assolutamente auspicabile *ottenere una dimostrazione diretta di questa importante affermazione di Cantor*, ad esempio, definendo un ordine dei numeri tale che, in ogni insieme parziale, si possa avere un numero che precede tutti gli altri.

<u>Definizione e storia dei numeri ideali</u>

Il matematico tedesco Ernst Eduard Kummer trova una dimostrazione dell'ultimo teorema di Fermat, errata perché presuppone l'unicità della scomposizione in fattori primi per interi algebrici della forma: $a+b\sqrt{-q}$, con a, b e $q>0$ interi. Scoperto l'errore ed ossessionato dal problema di questa non unicità, lo risolve, definendo nuovi *fattori primi ideali*, come il massimo comun divisore di coppie di interi della forma suddetta. Più precisamente:

- un ideale primo è definito come il massimo comun divisore tra due interi algebrici primi;
- un numero ideale è il prodotto di ideali primi, cosicché i numeri ideali includono gli interi algebrici e gli interi comuni.

Questi numeri ideali non esistono, nell'ambito dell'algebra usuale, ma estendendo, con essi, il campo degli interi algebrici, si ottiene si ottiene un campo nel quale valgono le normali regole algebriche, per le quattro operazioni, e la scomposizione in fattori primi è unica. Ad esempio:

- la scomposizione di 6, in fattori primi della forma: $a+b\sqrt{-5}$, non è unica, perché si possono eseguire due scomposizioni indipendenti: $6=2\cdot 3=\left(1+\sqrt{-5}\right)\left(1-\sqrt{-5}\right)$,
- ma definendo nuovi numeri come i massimi comuni divisori di coppie di interi algebrici, la scomposizione ridiventa unica (perché si può dimostrare che questi quattro fattori non sono ulteriormente scomponibili e non esistono scomposizioni alternative in ideali primi):

$$6 = MCD\left(2,1+\sqrt{-5}\right)MCD\left(2,1-\sqrt{-5}\right)MCD\left(3,1+\sqrt{-5}\right)MCD\left(3,1-\sqrt{-5}\right)$$

Di fatto, i primi ideali sono definiti tramite i loro multipli; infatti mentre i primi ideali sono rappresentabili solo come i prodotti di massimi comuni divisori, i loro multipli possono essere interi in campo complesso, oppure interi comuni. Un ideale è l'insieme dei multipli di massimi comuni divisori di numeri della forma: $a+b\sqrt{-q}$, e si dice:

- *principale*, se è un insieme di multipli di un ideale primo,
- *non principale*, se è un insieme di multipli di numeri definibili solo come divisori comuni.

Il prodotto di due ideali è definito come l'insieme di tutte le somme di prodotti tra numeri appartenenti ai due ideali ed esiste una stretta corrispondenza tra prodotto di interi e prodotto di ideali. Ad esempio, 10, 20, 40, 80 e 100 appartengono all'ideale ottenuto moltiplicando gli ideali di 2 e 5, perché questi numeri sono esprimibili come somma di prodotti tra multipli di 2 e multipli di 5.

Non sembra esistere un carteggio fra Husserl e Hilbert, ma i due studiosi (un filosofo ed un matematico), da due diversi punti di vista, sembrano in dialogo fra loro, tenuto anche conto della formazione matematica del primo. La loro collocazione temporale, fra la fine dell'800 e l'inizio del '900, in quella temperie data dalla rivoluzione fisica con le teorie della relatività (ristretta e generale), la teoria dei quanti, i progressi in chimica e biologia, la nascita della psicanalisi e la fondazione scientifica della sociologia, li fa due figure fondamentali del pensiero filosofico e scientifico, di quell'epoca e per il secolo a venire, al pari di Eulero e Kant, nel corso del '700, quando gli sviluppi della matematica e della scienza fisica seicentesche, e delle filosofie coeve ed appena successive, portano ad una grande ricapitolazione ed alle famose sintesi critiche.
Cosa possono insegnare due lezioni così alte, come quelle esposte in queste due Conferenze? … di sicuro che nessuna soluzione è trovata per sempre: a volte, perché errata, ma spesso perché superata nel tempo, dal modificarsi dei problemi che l'hanno richiesta. In sintesi, è un appello laico a cercare tutte le soluzioni ora necessarie, ma a saperle ed anche volerle sottoporre a critica, legandole alla/e storia/e ed alla/e geografia/e della/e comunità che le ricerca/no, le trova/no e le persegue/ono. E' altresì la condanna di ogni dogmatismo, seppure predicato da alte cattedre, sia esso: religioso, agnostico od ateo. D'altra parte, la nota kantiana sugli occhiali dell'ideologia verte proprio su quegli imbrogli di linguaggio che impediscono al libero pensiero, laico e tollerante, di circolare e radicarsi.
A mo' di esempio, ritornando nell'ambito della critica dialettica del trattamento delle osservazioni, nella parte a seguire, si illustrano alcune generalizzazioni dei problemi di ottimizzazione, tanto con il metodo classico dei minimi quadrati, quanto tramite procedure robuste (ad esempio, come la minima somma dei moduli). In questo modo, reti con problemi di bilancio ed interpolazioni correlate (fatte regredire insieme) sono risolte, facendo uso di modelli con e senza vincoli di disuguaglianza. Corre comunque il dovere di precisare, come la trattazione a seguire sia puramente didascalica, ancora una volta, rinviando alla letteratura specialistica, per quanto riguarda eventuali teoremi e tutte le dimostrazioni, nonché altre osservazioni, fuori dal contesto di questo lavoro. Giova invece ribadire lo stretto legame, sempre necessario, tra la teoria e la pratica, pena essere la prima astrusa e la seconda insulsa.

Appendice G – Quel mondo classico che svela l'inganno delle parole [40]

Accanto alla conoscenza scientifica e tecnologica, da sempre, il sapere umanistico sostiene l'umanità, nel suo combattere quotidiano, contro il veleno dell'antipolitica e la degenerazione del discorso pubblico, perché tutta la conoscenza non si concilia con il facile consenso e la chiacchiera imperante.

Novum per i classici era sempre qualcosa di dirompente e traumatico:

- "nova" la terra che gli Argonauti cercavano con la loro spedizione sacrilega;
- "novus" l'uomo che per primo nella propria famiglia ricopriva una magistratura;
- "nova" la religione cristiana che in nome della fede interiore rifiutava i riti esteriori della "religio civilis".

Quale è il nostro "novum"?

- Non quello che campeggia su copertine e classifiche;
- non quello delle periodiche proposte politiche che non riescono a interessare né giovani né vecchi;
- non quello dell'amministrazione della cosa pubblica esibita, più che gestita, a colpi di "like";
- non quello della gridata e nominalistica discontinuità;
- e neppure quello della improvvisata originalità, che, come dice Berenson, "è propria degli incapaci".

Queste sono novità che alimentano la cronaca, non il nuovo che fa la storia.

Novum è ben altro:

- è ciò che imprevedibilmente e irreversibilmente segna il destino individuale e collettivo,
- e se non siamo vigili, lo vediamo non in faccia, ma di spalle, quando se n'è già andato.

Il "novum" possiamo coglierlo nell'avvento ormai conclamato di due "barbari", nelle due rivoluzioni che rischiano di mettere in ginocchio il vecchio ordine politico, economico, etico.

- La rivoluzione sociale, ovvero l'arrivo di nuovi popoli in cerca di quella giustizia che noi abbiamo rimosso dal nostro lessico.
- La rivoluzione tecnologica, ovvero l'impero dei media digitali, che porta con sé inedite possibilità ma anche altrettante domande. Questo passaggio dall'analogico al digitale ha segnato – paradossale contrappasso – un salto dalla socialità del noi alla solitudine dell'io.

Per conoscere questo "novum" abbiamo bisogno di politica e di cultura, di statisti (perché diciamo leader?) e di maestri. Figure fuori moda che preferiscono la verità alla consolazione.
Nel Protagora di Platone leggiamo che gli uomini morivano perché si facevano la guerra, perché "conoscevano soltanto la tecnica (*demiourgiké téchne*) ma non l'arte della politica (*politiké téchne*)", la sola che può salvare la vita degli uomini. Cicerone, facendo l'esegesi di quel mito platonico, esalta la parola politica per eccellenza:*res publica*,"la cosa di tutti"; in opposizione alla *res privata*,"la cosa del singolo". Grazie al governo della *res publica*,il *civis* – leggiamo nel Sogno di Scipione [41] – si assicura "un posto riservato in cielo". Perché la politica è la responsabilità più nobile. Messaggio pressoché incomprensibile per noi, arrendevoli al linguaggio sin troppo facile e contronatura dell'antipolitica. Contronatura: perché noi "animali politici" siamo destinati a edificare lan *polis*, e, dice Aristotele, "chi vive fuori dalla comunità civile è o bestia o dio".
L'università, una delle istituzioni più prestigiose e più credibili del Paese, ha oggi una responsabilità non riducibile a codificata ed esangue mission. Noi professori siamo chiamati a professare (*profiteri*) l'etica della competenza e l'etica del rigore intellettuale e morale, che non si concilia con la *doxa* rumorosa, la chiacchiera imperante, il facile consenso.
Due i compiti tra i principali e più urgenti. In primo luogo quello di ricordare la bellezza, la prerogativa e il potere della parola: quel *logos* che ci distingue dagli animali (*a- loga*) e che, nella relazione con l'altro, si fa ponte: *dia-logos* appunto. Oggi la parola rischia di non esserci amica: ridotta a strumento, slogan, merce, finisce per assumere una sciagurata autonomia dalla realtà e di logorarsi in una crisi di entropia. Come

[40] Dalla prolusione del latinista Ivano Dionigi, per l'inaugurazione dell'anno accademico 2016-17 all'Università degli Studi di Roma – Tor Vergata (La Repubblica, lunedì 23 gennaio 2017).
[41] Al termine del sesto libro *De re publica*, Marco Tulio Cicerone narra del sogno di Publio Cornelio Scipione Emiliano (detto Africano minore) nel quale il suo nonno adottivo, Publio Cornelio Scipione Africano (vincitore a Zama del cartaginese Annibale Barca), gli predice successi politici e militari (culminati con la distruzione di Cartagine), ma anche una fine prematura (come già accaduto allo stesso).

lamentava Frontone, un oratore del II sec. d.C., ci accontentiamo delle parole che troviamo "per via": le parole "ovvie" (*obvia*).
Abbiamo bisogno di una ecologia linguistica, che segni la differenza tra "vocaboli" e "parole"; abbiamo bisogno di una pentecoste laica. Perdura l'eco del lamento di Sallustio: "Abbiamo smarrito i veri nomi delle cose"; e ci suona sinistramente familiare l'atto di accusa di un personaggio dell'Agricola di Tacito contro la voracità imperialistica dei Romani: "Il depredare, il massacrare e il rapinare con falsi nomi li chiamano 'impero' (*imperium*), e dove fanno il deserto lo chiamano 'pace' (*pax*)". Uso mai dismesso quello di creare neologismi che sottendono false equivalenze e usi mistificati: pensiamo

- ai nostri "flessibilità" per disoccupazione,
- "economia sommersa" per lavoro nero,
- "guerra preventiva" per aggressione [42].

Nel tempo della retorica totale – dove i colpi di Stato si fanno a suon di parole prima ancora che di armi –, la vera tragedia è che i padroni del linguaggio mandino in esilio i cittadini della parola. In questa prospettiva la filo-logia, "la cura e l'amore per la parola", trascende il significato di disciplina specialistica e si eleva a impegno severo e nobile di ogni uomo che non intenda né censurare né censurarsi. Altro compito dell'università: promuovere un'alleanza tra *humanities* e tecnologie. A chi sostiene che la scienza e le tecnologie sono destinate a scalzare le *humanities* e che i problemi del mondo si risolvono unicamente in termini ingegneristici e orientati al futuro, si dovrà replicare che, se la scienza e le tecnologie hanno l'onere dell'*ars respondendi*, della risposta ai problemi del momento, il sapere umanistico ha l'onere dell'*ars interrogandi*, della domanda. Arte difficile e decisiva, perché ha la responsabilità di ricapitolare e interpellare gli snodi del pensiero: vale ricordare che il paradigma della dimenticanza, che alimenta la tecnica, non può escludere quello della memoria che alimenta le idee; che la cultura deve governare la politica, l'economia e la tecnica; che l'oblio del passato e l'affidamento esclusivo agli algoritmi ci consegnano alla monocultura iper e microspecialistica, quando non addirittura a una sorta di monoteismo tecnologico; che alla scuola spetta formare cittadini digitali consapevoli, come ha fatto con i cittadini agricoli, industriali, elettronici. Ricordare col Petrarca che la condizione dell'uomo europeo è quella di "rivolgere lo sguardo contemporaneamente avanti e indietro" (*simul ante retroque prospiciens*); che la verità: si sottrae al presente e si tende tra "il già" e "il non ancora"; che tramite, memoria, eredità di ieri sono punti di riferimento indispensabili per conoscere e riconoscere i "barbari" di oggi. Proprio i classici possono soccorrerci e aprirci il tempio del tempo: perché – come ha ricordato Umberto Eco – ci allungano la vita; perché – come ci ha illuminati Osip Mandel'stam [43] – il classico deve essere sentito non come ciò che è già stato ma "ciò che ancora deve essere". Perché i classici, al pari della scienza e della tecnologia, hanno il futuro nel sangue.

Pieter Paul Rubens, Quattro filosofi (Galleria Palatina, Firenze)

[42] La stessa parola "trasparenza" nella sua ipertrofia regolamentare non è forse il sintomo di quella cattiva coscienza che s'illude di creare la virtù per decreto? (questa nota è parte integrale della stessa prolusione).
[43] Osip Ėmil'evič Mandel'štam è un poeta, letterato e saggista russo, di origine polacca, vittima delle Grandi purghe staliniane (esponente dell'acmeismo: movimento culturale russo, neoclassico e formalista, in opposizione al simbolismo francese).

PARTE IV – TRATTAMENTO DELLE OSSERVAZIONI

Ottimizzazione con vincoli di uguaglianza e disuguaglianza [44]

I problemi classici di Teoria della stima, quali il metodo dei minimi quadrati e le procedure robuste risolvono equazioni di osservazione (e di pseudo-osservazione, sovrappesate e non), con vincoli di uguaglianza. Tuttavia un'opportuna estensione di questi problemi introduce, nel sistema da risolvere, relazioni, con vincoli di disuguaglianza. In questo modo, il calcolo della soluzione con il criterio della minima somma dei moduli si effettua con il metodo del simplesso, indipendentemente dalla presenza di vincoli di disuguaglianza o meno. Invece il calcolo con il criterio dei minimi quadrati richiede di trasformare lo stesso problema nel cosiddetto problema lineare complementare, grazie alle condizioni di Karush – Kuhn – Tucker.

Come noto il metodo del simplesso risolve problemi in noma L_1, con l'algoritmo proposto da Cottle e Dantzig, ed ottimizzato da Barrodale e Roberts. Invece il problema lineare complementare risolve problemi in norma L_2, trasformati con l'algoritmo proposto da Lemke ed ottimizzato da Ravindran. Questi algoritmi richiedono la positività tanto della soluzione, quanto degli scarti-residui, cosa sempre possibile, del resto (mediante opportuni cambi di segno), trattandosi comunque di relazioni lineari. Per quanto riguarda l'effettiva utilità di questa estensione, molti problemi di trasporto presentano relazioni lineari (addirittura alle differenze prime) e possono essere soggetti anche a vincoli di disuguaglianza.

Infatti la presenza di osservazioni, con una certa incertezza, può suggerire l'effettuazione di controlli ad hoc, ponendo limiti al variare delle stime con vincoli di disuguaglianza. Ad esempio, in Geomatica, sono vincoli di uguaglianza le equazioni ai dislivelli, ma un'eccessiva incertezza può suggerire vincoli sulla successione ordinata di quote. Analogamente controlli seriali possono essere introdotti su altre misure planimetriche e plano-altimetriche, e sulle stime di coordinate. Altri controlli sono poi richiesti dalle misure di monitoraggio, dalla galassia delle immagini, dal mondo dei sistemi informativi geografici, come pure in altri campi, anche lontani dalla Geomatica, dove tuttavia applicazioni geomatiche specifiche portano a scelte simili.

- Modello matematico esteso per la programmazione quadratica:

$$v = Ax + b \qquad \text{con} \qquad x \geq 0 \qquad \text{e} \quad v \geq 0$$
$$\text{essendo} \quad v^T x = 0$$

dove nel termine noto b, sono compresi le osservazioni y^0 ed eventuali valori numerici δ, nella forma: $\delta - y^0$, e il prodotto scalare nullo: $v^T x = 0$, fra i parametri incogniti x e gli scarti residui v, esprime la condizione di ortogonalità, propria del metodo dei minimi quadrati ($\|v\|_2 = min$), che generalizza il teorema di decomposizione ortogonale della varianza.

- Modello lineare complementare per la programmazione quadratica, dato dalle condizioni di Karush – Kuhn – Tucker e risolubile con l'algoritmo di Lemke (come già detto in precedenza, ottimizzato da Ravindran, da un punto di vista informatico):

[44] Questo paragrafo ed il successivo sono parzialmente ripresi da: Alberti S., Mussio L.: Problemi di bilancio. Conferenza Nazionale dell'ASITA, Salerno, 2017.

$$\begin{bmatrix} v \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^T A & A \\ -A & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A^T b \\ b \end{bmatrix}$$

ovvero:

$$w = Cz + d \qquad \text{con} \qquad z \geq 0 \quad \text{e} \quad w \geq 0$$
$$\text{essendo} \quad w^T z = 0$$

cosicché, ai fini del calcolo della soluzione, è necessario costruire solo una matrice "normale" estesa C ed un termine noto "normale" esteso d (notando poi che qui, come in precedenza e nel seguito, i vincoli di disuguaglianza sui parametri e sugli scarti residui permettono di assorbire anche quelli eventualmente presenti in alcune o tutte le equazioni del sistema da risolvere). Invece l'eventuale presenza di una data matrice dei pesi P non pone difficoltà di sorta, bastando solo premoltiplicare tutte le osservazioni e tutti gli altri coefficienti presenti per la radice quadrata dei pesi (operazione elementare, se la matrice dei pesi è diagonale ed altrimenti sempre possibile, rinviando tuttavia ad altri lavori, per i dettagli del caso).

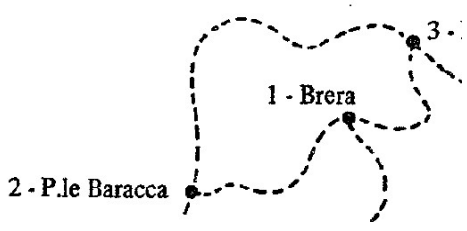
- Modello matematico esteso per la programmazione lineare:

$$v = Ax + b \qquad \text{con} \qquad x \geq 0 \qquad \text{e} \quad v \geq 0$$
$$\text{essendo} \quad \|v\|_1 = min$$

dove valgono le stesse condizioni numeriche della programmazione quadratica, mentre diverse sono le proprietà statistiche. In particolare, non vale il teorema di decomposizione ortogonale della varianza e la sua estensione, al caso multidimensionale, mentre il sistema di equazioni di osservazione (e di pseudo-osservazione, se presenti) si decompone in un primo sistema, di tante equazioni quante incognite, che dà una soluzione unica, senza scarti residui, ed un secondo sistema, delle equazioni rimanenti, scelte in modo tale da rendere minima la norma uno (ed ottenendo la minima somma dei moduli di questi scarti), con l'algoritmo del simplesso di Cottle e Dantzig (che opera sequenzialmente tra questi due sistemi).

Un semplice esempio di una piccola rete di livellazione geometrica nel centro storico della città di Milano è qui ripreso ed esteso, per trasformarlo in un generico problema di trasporto, comprensivo di ingressi ed uscite, modellati come rami aperti, a partire dai quattro nodi della rete. In questo modo, in totale, si hanno otto nodi e dieci lati (di cui quattro aperti), oltre ad una condizione arbitraria di vincolo, sul nodo Brera, per sanare il difetto di rango del sistema di equazioni risultante.

sultano pertanto lineari nelle tre incognit



I risultati ottenuti sono riassunti nelle due seguenti tabelle.

- Modello esteso per la programmazione quadratica:

LINEAR COMPLEMENTARITY ALGORITHM

SOLUZIONE INIZIALE

1	1	23.052	11	1	22.065
2	1	19.811	12	1	16.936
3	1	22.343	13	1	21.255
4	3	16.302	14	1	21.886
5	1	16.302	15	1	16.302
6	1	16.302	16	1	16.302
7	1	16.302	17	1	16.302
8	1	16.302	18	1	16.302
9	1	17.111	19	1	16.302
10	1	16.479			

ITERAZIONE N. 1 SIGMA ZERO 2.958

2	1.233
3	0.530
4	0.221
5	0.132
6	0.001
7	0.102

SOLUZIONE COMPLEMENTARE

1	1	-0.001	0.000	10	1	0.000	0.354
8	2	0.000	5.763 *	11	1	0.000	11.526
6	2	0.000	0.810 *	12	1	0.000	1.267
7	2	0.001	0.177 *	13	1	0.810	9.906
5	1	0.001	0.000	14	1	0.177	11.171
2	2	-0.001	0.810 *	15	1	5.763	0.000
3	2	0.000	0.177 *	16	1	0.000	0.000
4	2	0.000	5.763 *	17	1	0.810	0.000
9	1	0.000	1.619	18	1	0.177	0.000
19	1	5.763	0.000				

N.	SOLUZIONE	RESIDUI			
1	120.000	-0.001	7	119.823	0.000
2	119.190	0.000	8	114.237	0.000
3	119.823	0.000	9		0.000
4	114.237	0.001	10		0.000
5	120.000	0.001	11		0.000
6	119.190	-0.001			

ITEERAZIONE N. 6 SIGMA ZERO 0.001

- Modello esteso per la programmazione lineare:

LEAST ABSOLUTE DEVIATIONS

DATI (COEFFICIENTI E TERMINE NOTO)

1.0	-1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.8094
1.0	0.0	-1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.1774
1.0	0.0	0.0	-1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	5.7633
0.0	-1.0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.6344
0.0	1.0	0.0	-1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	4.9535
0.0	0.0	1.0	-1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	5.5848
1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0000
1.0	0.0	0.0	0.0	-1.0	0.0	0.0	0.0	0.0000
0.0	1.0	0.0	0.0	0.0	-1.0	0.0	0.0	0.0000
0.0	0.0	1.0	0.0	0.0	0.0	-1.0	0.0	0.0000
0.0	0.0	0.0	1.0	0.0	0.0	0.0	-1.0	0.0000

RANGO MATRICE NORMALE 8 N. ITERERAZIONI SIMPLESSO 9
CODICE SOLUZIONE (SOLUZIONE OTTIMALE = 1) 0

N.	SOLUZIONE	RESIDUI
1	120.000	0.000
2	119.191	0.000
3	119.823	0.000
4	114.237	0.002
5	120.000	0.000
6	119.191	-0.001
7	119.823	0.000
8	114.237	0.000
9		0.000
10		0.000
11		0.000

VALORE ASSOLUTO MEDIO 0.000

Alcune precisazioni permettono una lettura migliore dei risultati. Infatti tutti i dati si riferiscono ovviamente ad entrambi gli esempi, dove la quota 120.000 è attribuita al caposaldo di Brera, per rendere realistico il calcolo stesso (essendo questa grossolanamente la quota media della città di Milano). Dopodiché il codice zero, della soluzione in norma uno (al posto del codice uno, riferito ad una soluzione ottimale ed unica) è da attribuirsi all'estrema esiguità degli scarti residui, cosicché la stessa soluzione minima è ottenibile da più percorsi, sul grafo, diversi tra loro.

Tradizionalmente poi nelle discipline del rilevamento, si accompagnano tutte le stime (parametri, scarti residui ed osservazioni compensate) con i loro scarti quadratici medi, per poter dare giudizi statistici sull'accuratezza, precisione ed affidabilità. In questo modo, l'inversione della matrice normale classica e le successive propagazioni della covarianza corredano la soluzione trovata, in norma due, mentre nulla si ha, in norma uno (come sempre). Così ancora una volta, la norma uno fornisce una procedura robusta (del tutto assente, in norma due) e giocoforza è solo preliminare a questa (a sua volta, invece ottimale).

SUBROUTINE ELONE [45]

- ❑ Esecuzione di un ciclo sul numero di incognite, con azzeramento di un vettore e predisposizione di un indicatore delle incognite.
- ❑ Esecuzione di un ciclo sul numero di equazioni, con azzeramento di un vettore e predisposizione di un indicatore delle equazioni (incrementato del numero di incognite).
- ❑ Azzeramento di un indice condizionante, di un terzo vettore e di uno scalare, con successiva addizione al vettore delle singole colonne della matrice disegno ed allo scalare del termine noto.
- ❑ Avvio di un primo ciclo condizionato da un indice, in evoluzione nel ciclo stesso, con modifica preliminare dell'indice condizionante, previa:

  - ❑ azzeramento di un contatore;
  - ❑ inizializzazione ad uno di altri due contatori (riferiti uno alle incognite e l'altro alle equazioni).

- ❑ Ricerca del massimo, in valore assoluto, tra gli elementi del terzo vettore (a partire dal valore raggiunto dal secondo dei due contatori, inizializzati ad uno), purché l'indicatore delle incognite coinvolte sia non maggiore del loro numero.
- ❑ Questo valore individua l'incognita in ingresso e, se il suo valore (con il segno) è negativo:

  - ❑ si cambia il segno del valore, unitamente alla corrispondente colonna della matrice disegno ed all'indicatore della sua incognita.

- ❑ Azzeramento di altri due indici condizionati e di un contatore scalare, con successivo ciclo sul numero delle equazioni (a partire dal valore raggiunto dal primo dei due contatori, inizializzati ad uno), dove:

  - ❑ si incrementa il contatore scalare;
  - ❑ si assegna poi la posizione stessa ad un nuovo indicatore;
  - ❑ si forma un nuovo vettore dividendo, riga per riga, ogni termine noto per il coefficiente della matrice disegno, corrispondente all'incognita in ingresso, purché lo stesso sia maggiore di una soglia di tolleranza prefissata.

- ❑ Avvio di un secondo ciclo condizionato dal secondo indice, in evoluzione nel ciclo stesso, con modifica preliminare dell'indice condizionante, seguito da:

  - ❑ un test sull'eventuale negatività del suddetto contatore scalare (con la conseguente modifica del terzo indice condizionante);
  - ❑ in alternativa, ricerca del minimo valore, solo tra gli elementi già selezionati del nuovo vettore.

- ❑ Questo valore individua l'equazione in uscita (perché già utilizzata); dopodiché:

  - ❑ si decrementa il contatore scalare;
  - ❑ si colloca l'ultimo elemento del nuovo indicatore e del nuovo vettore (prima del decremento) nel posto dell'equazione in uscita.

- ❑ Continuando l'alternativa, si seleziona l'elemento della matrice disegno, nella posizione dell'incognita in ingresso e dell'equazione in uscita, verificando che l'elemento del terzo vettore, corrispondente all'incognita in ingresso (cui sottrarre il doppio dell'elemento selezionato della matrice disegno), sia maggiore di una soglia di tolleranza prefissata.

- ❑ In questo caso, un ciclo sul numero delle incognite (a partire dal valore raggiunto dal secondo dei due contatori, inizializzati ad uno) fa sì che gli elementi del terzo vettore siano diminuiti del doppio del relativo elemento della matrice disegno (preso nella riga dell'equazione in uscita), a sua volta, cambiato di segno. Sempre continuando l'alternativa:

  - ❑ si sottrae allo scalare (predisposto unitamente al terzo vettore) il doppio del termine noto (preso sempre nella riga dell'equazione in uscita), a sua volta, cambiato di segno, insieme al corrispondente indicatore;
  - ❑ si inizializza poi nuovamente il secondo indice condizionante, chiudendo così il ciclo, governato dallo stesso.

[45] La descrizione per punti di questo algoritmo (così come del seguente) spiega l'intera procedura, ma è ancora abbastanza lontana da una loro codifica (che richiede invece il disegno di un flow-chart e la scelta di un codice linguaggio).

- Ancora in questo caso, si esegue poi un passo di inversione gaussiana, scegliendo (quale elemento pivotale) l'elemento della matrice disegno, nella posizione dell'incognita in ingresso e dell'equazione in uscita; dopodiché:

  - si scambiano fra loro l'indicatore dell'equazione in uscita e l'indicatore dell'incognita in ingresso;
  - si incrementa di uno il contatore delle incognite entrate;
  - si scambia, nella matrice disegno (a partire dalla prima incognita, dopo quella in ingresso), la riga dell'equazione in uscita con la riga data dal passo d'inversione eseguito;
  - lo stesso scambio è eseguito anche nel termine noto e nell'indicatore delle equazioni;
  - si inizializza poi nuovamente il primo indice condizionante, chiudendo così il ciclo, governato dallo stesso.

- Il ciclo, governato dal primo indice condizionante, si chiude anche se si sia precedentemente modificato il terzo indice condizionante; in questo caso:

  - si scambia la colonna dell'incognita in ingresso con la colonna dell'ultima incognita selezionata;
  - lo stesso scambio è eseguito anche nel terzo vettore e nell'indicatore delle incognite;
  - si incrementa di uno il contatore delle equazioni entrate;
  - nel caso poi il numero di passi d'inversione e quello di incognite selezionate sia uguale al numero di incognite più uno, il primo indice condizionante è nuovamente modificato.

In questo modo, si conclude la ricerca di una soluzione ammissibile e si inizia la minimizzazione della soluzione, secondo il criterio della minima somma dei moduli.

- Avvio di un ciclo condizionato da un indice, in evoluzione nel ciclo stesso, con modifica preliminare dell'indice condizionante (previa azzeramento dello stesso indice).
- Ricerca del massimo, tra gli elementi del terzo vettore (a partire dal valore raggiunto dal secondo dei due contatori, inizializzati ad uno), purché positivi o minori di meno due (nel qual caso, solo l'elemento sottoposto a test è modificato, con un cambio di segno e sottraendo due).
- Questo valore individua l'incognita in ingresso e poi si procede, solo se esso è maggiore di una soglia di tolleranza prefissata; inoltre se il suo valore è negativo:

  - si cambia il segno del valore (sottraendo due), unitamente alla corrispondente colonna della matrice disegno ed all'indicatore della sua incognita.

- Azzeramento di altri due indici condizionati e di un contatore scalare, con successivo ciclo sul numero delle equazioni (a partire dal valore raggiunto dal primo dei due contatori, inizializzati ad uno), dove:

  - si incrementa il contatore scalare;
  - si assegna la posizione stessa allo stesso nuovo indicatore;
  - si continua poi a formare lo stesso nuovo vettore dividendo, riga per riga, ogni termine noto per il coefficiente della matrice disegno relativo all'incognita in ingresso, purché lo stesso sia maggiore di una soglia di tolleranza prefissata.

- Avvio di un secondo ciclo condizionato dal secondo indice, in evoluzione nel ciclo stesso, con modifica preliminare dell'indice condizionante, seguito da:

  - un test sull'eventuale negatività del suddetto contatore scalare (con la conseguente modifica del terzo indice condizionante);
  - in alternativa, ricerca del minimo valore, solo tra gli elementi già selezionati del nuovo vettore.

- Questo valore individua l'equazione in uscita (perché non utile alla minimizzazione della norma); dopodiché:

  - si decrementa il contatore scalare;
  - si colloca l'ultimo elemento del nuovo indicatore e del nuovo vettore (prima del decremento) nel posto dell'equazione in uscita.

- Continuando l'alternativa, si seleziona l'elemento della matrice disegno, nella posizione dell'incognita in ingresso e dell'equazione in uscita, verificando che l'elemento del terzo vettore, corrispondente all'incognita in ingresso (al quale si sottrae il doppio dell'elemento selezionato della matrice disegno), sia maggiore di una soglia di tolleranza prefissata.

- In questo caso, un ciclo sul numero delle incognite (a partire dal valore raggiunto dal secondo dei due contatori, inizializzati ad uno) fa sì che gli elementi del terzo vettore siano diminuiti del doppio del corrispondente elemento della matrice disegno (preso nella riga dell'equazione in uscita), a sua volta, cambiato di segno. Sempre continuando l'alternativa:

  - si sottrae allo scalare (predisposto unitamente al terzo vettore) il doppio del termine noto (preso sempre nella riga dell'equazione in uscita), a sua volta, cambiato di segno, insieme al corrispondente indicatore;
  - si inizializza poi nuovamente il secondo indice condizionante, chiudendo così il ciclo, governato dallo stesso.

- Ancora in questo caso, si esegue poi un passo di inversione gaussiana, scegliendo (quale elemento pivotale) l'elemento della matrice disegno, nella posizione dell'incognita in ingresso e dell'equazione in uscita;

  - si scambiano fra loro l'indicatore dell'equazione in uscita e l'indicatore dell'incognita in ingresso;
  - si inizializza poi nuovamente il primo indice condizionante, chiudendo così il ciclo, governato dallo stesso.

- Il ciclo, governato dal primo indice condizionante, si chiude anche se si sia precedentemente modificato il terzo indice condizionante; in questo caso:

  - la condizione di fine indica la mancanza di una soluzione accettabile.

- Trovata la soluzione, l'algoritmo si conclude, con un cambio di segno di equazioni, termine noto ed indicatore delle equazioni, se negativo è il rispettivo termine noto; dopodiché:

  - se il valore assoluto degli elementi del terzo vettore è maggiore di una soglia di tolleranza prefissata (come se lo stesso valore, sottratto a due, è maggiore di questa stessa soglia), la soluzione è unica;
  - altrimenti la soluzione è plurima.

- Infine dato che, nel metodo della minima somma dei moduli, tante quante sono le incognite (contenute nel primo vettore), altrettanti sono gli scarti residui nulli, ne deriva che solo gli scarti residui rimanenti possono essere non identicamente nulli (gli uni e gli altri essendo contenuti nel secondo vettore).

SUBROUTINE RAVINDRAN

- Ricerca del minimo, tra gli elementi del termine noto e, se questo è positivo, la soluzione del problema è triviale (ovvero identicamente nulla); in alternativa si avvia la ricerca della soluzione preliminare:

  - cambiando di segno il minimo trovato;
  - sommando questo valore a tutti gli altri elementi del termine noto;
  - assegnando valore meno uno, a tutti gli elementi della colonna, corrispondente al minimo trovato, di una matrice quadrata (in origine unitaria), di dimensione pari al numero delle incognite;
  - assegnando valore intero uno e la posizione del minimo a due indicatori scalari (per la modifica, a passi, della soluzione);
  - formando poi un indicatore delle incognite e di etichette delle stesse, al momento, tutte uguali ad uno, tranne per la posizione del minimo posta uguale a tre;

- Avvio di un primo ciclo condizionato dal valore del minimo, in ovvia evoluzione nel ciclo stesso, che si arresta, se il valore del minimo è reso negativo.

- Azzeramento di un primo indice condizionante.
- Esecuzione di un test sul primo indicatore scalare, cosicché:

  - se questo è uguale ad uno:

    - si modifica il primo indice condizionante;
    - si assegna il numero intero due ad un terzo indicatore scalare ed il valore del secondo indicatore scalare ad un quarto;

- si esegue un ciclo, sul numero delle incognite, sottraendo al valore assoluto del minimo trovato il prodotto di una riga della suddetta matrice quadrata per una colonna della matrice originaria del problema lineare complementare, assegnando i valori trovati agli elementi di un vettore di servizio,

- se questo è uguale a due:

  - si modifica il primo indice condizionante;
  - si assegna il numero intero uno ad un terzo indicatore scalare ed il valore del secondo indicatore scalare ad un quarto;
  - si esegue un ciclo, sul numero delle incognite, assegnando agli elementi di un vettore di servizio gli elementi della colonna della suddetta matrice quadrata, individuata dal quarto indicatore scalare.

- Esecuzione di un secondo test sul primo indice condizionante, cosicché:

  - se questo non è modificato, si procede alla verifica circa l'esecuzione (o meno) di ulteriori passi dell'algoritmo;
  - in alternativa, azzerato un contatore, si azzera un secondo indice condizionante, modificato in corrispondenza del primo elemento positivo del vettore di servizio (questa posizione è altresì assegnata al suddetto contatore);
  - dopodiché si esegue un test sul contatore:

    - se è nullo, l'algoritmo termina, in assenza di una soluzione possibile;
    - altrimenti si aggiorna il valore assoluto del minimo con il quoziente, fra il termine noto ed il vettore di servizio, nella posizione del contatore che diventa il nuovo termine base, per proseguire l'algoritmo.

- Avvio di un ciclo condizionato da un terzo indice, in evoluzione nel ciclo, con modifica preliminare dell'indice condizionante (previa azzeramento dello stesso indice), con:

  - incremento del contatore che se minore od uguale al numero delle incognite ed in presenza di un valore positivo nel vettore di servizio, porta al calcolo di un nuovo quoziente, fra il termine noto ed il vettore di servizio, nella posizione del contatore incrementato;
  - dopodiché se questo quoziente è minore del primo, prende il suo posto e diventa il nuovo termine base, per proseguire l'algoritmo;
  - comunque a valle di questi tre test, si inizializza poi nuovamente il terzo indice condizionante, chiudendo così il ciclo, governato dallo stesso.

- Si esegue poi un passo di inversione gaussiana, scegliendo (quale elemento pivotale) il termine base già selezionato, per proseguire l'algoritmo.
- Si aggiornano i primi due indicatori scalari, cosicché:

  - il primo assume il valore dell'etichetta del termine base;
  - il secondo quello del corrispondente indicatore;

- a loro volta, le etichette e l'indicatore:

  - del termine base, diventano rispettivamente uguali al terzo ed al quarto indicatore scalare;
  - del termine base precedente, rispettivamente uguali ad numero intero uno ed al secondo indicatore scalare.

- Si incrementa il passo d'iterazione e si procede alla verifica circa l'esecuzione (o meno) di ulteriori passi dell'algoritmo, ponendo preliminarmente a zero tutte le incognite con valore negativo e calcolando:

  - gli scarti residui delle equazioni;
  - sigma zero, a partire da questi ultimi,

- ed eseguendo un test sullo stesso che:

  - se decrementato, dà avvio ad un ulteriore passo dell'algoritmo;
  - altrimenti conclude l'algoritmo, fornendo così la soluzione del problema lineare complementare.

Passo di inversione gaussiana con pivot per la Subroutine Elone

- Matrice disegno:

$$a'(i,j) = a(i,j) - a(i,in)\,a(out,j)/a(out,in) \qquad \forall \; i \neq out \; ; \; j \neq in$$

$$a'(out,j) = a(out,j)/a(out,in) \qquad \forall \qquad j \neq in$$

$$a'(i,in) = -a(i,in)/a(out,in) \qquad \forall \; i \neq out$$

$$a'(out,in) = 1/a(out,in)$$

- Termine noto:

$$b'(i) = b(i) - a(i,in)\,b(out)/a(out,in) \qquad \forall \; i \neq out$$

$$b'(out) = b(out)/a(out,in)$$

- Cosiddetto "terzo" vettore:

$$c'(j) = c(j) - c(in)\,a(out,j)/a(out,in) \qquad \forall \qquad j \neq in$$

$$c'(in) = -c(in)/a(out,in)$$

- Cifra di merito (scalare):

$$d' = d - c(in)\,b(out)/a(in,out)$$

Passo di inversione gaussiana con pivot per la Subroutine Ravindran

- Matrice quadrata di servizio (in origine unitaria):

$$a'(i,j) = a(i,j) - a(i\,base,j)\,s(i)/s(i\,base) \qquad \forall \; i \neq i\,base$$

$$a'(i\,base,j) = a(i\,base,j)/s(i\,base)$$

- Termine noto:

$$b'(i) = b(i) - b(i\,base)\,s(i)/s(i\,base) \qquad \forall \; i \neq i\,base$$

$$b'(i\,base) = b(i\,base)/s(i\,base)$$

A riguardo, si noti come il passo dell'inversione gaussiana con pivot sia sempre lo stesso (con l'inversione del termine pivotale, il quoziente della riga coinvolta e, se trattasi di matrice quadrata, della colonna coinvolta ed una sottrazione di un prodotto – quoziente, per tutti gli altri termini). Le diverse espressioni presentate specializzano solo il passo corrente (dell'inversione gaussiana con pivot) alle esigenze specifiche delle subroutine Elone e Ravindran.

Calcolo di una rete con un problema di bilancio

Un interessante bell'esempio di Trattamento delle osservazioni prende in considerazione un problema di bilancio, lineare e poco ridondante, dove le informazioni sono solo ingressi ed uscite (ed un solo ingresso ed una sola uscita, nell'esempio proposto), e dove il reticolo interno (un ottaedro, connesso con i suoi lati e con le diagonali del quadrato centrale) è descritto attraverso fattori di forma (anziché con osservazioni dirette, come usuale nelle discipline del rilevamento).

A riguardo, assunto qui un modello stocastico di pseudo-osservazioni indipendenti e di uguale precisione [46], il modello funzionale adottato ha espressione atta a collegare, per ogni arco esistente, i parametri incogniti, relativi ai nodi (Q_i)del reticolo dato, ai parametri che modellano le pseudo-osservazioni, attraverso i suddetti fattori di forma (nell'esempio proposto, una combinazione lineare con un termine noto e tre parametri lineari, indipendenti tra loro: a, b, c, d): $Q_j - Q_i - \left(a + bS_{ij} + cD_{ij} + dU_{ij}\right) = v_{ij}$.

La soluzione ottimale, data dal metodo di minimi quadrati, minimizza la norma quadratica del vettore degli scarti-residui (v) delle equazioni del sistema, dove è nullo il termine noto dello stesso, per quanto riguarda sia le osservazioni (y) che eventuali dati accessori (b), ed è qui unitaria la matrice dei pesi (P), avendo riunito in un unico vettore (x) i parametri incogniti di questo sistema. La soluzione ottenuta [47] dà le stime di tutti i parametri, gli scarti residui e gli sqm di entrambi, permettendo il calcolo delle osservazioni compensate.

$y = Ax + b$ essendo $v^T P v = min$ (con $v = y_{compensato} - y_{pseudo-osservato}$)

DATI RETICOLO

1	1	2	1.000	1.000	1.000
2	2	3	2.000	3.000	16.000
3	2	4	3.000	5.000	2.000
4	2	5	4.000	7.000	15.000
5	2	6	5.000	9.000	3.000
6	3	4	6.000	11.000	14.000
7	4	5	7.000	13.000	4.000
8	5	6	8.000	15.000	13.000
9	6	3	9.000	16.000	5.000
10	3	5	10.000	14.000	12.000
11	4	6	11.000	12.000	6.000
12	3	7	12.000	10.000	11.000
13	4	7	13.000	8.000	7.000
14	5	7	14.000	6.000	10.000
15	6	7	15.000	4.000	8.000
16	7	8	16.000	2.000	9.000

VINCOLI

1	25.000	8	10.000

[46] Questa scelta è solo usuale e la più semplice; nulla cambia avere pesi (cioè dati pesati ed eventualmente anche correlazioni, fra i dati).

[47] Come noto, il calcolo della soluzione richiede la costruzione della matrice normale e del termine noto normale, a partire dalla matrice disegno e dal termine noto del sistema, nonché l'imposizione dei vincoli, se il sistema presenta un difetto di rango e/o deve tener conto di informazioni esterne (come nell'esempio proposto). Dopodiché gli algoritmi di algebra lineare permettono la soluzione del sistema e l'inversione della matrice normale, fornendo così tutti i dati ed i metadati cercati, di un problema ai minimi quadrati.

METODO DEI MIN. QUADRATI

SOLUZIONE E SQM (NODI E COEFFICIENTI)

1	25.000	0.000
2	19.807	2.422
3	16.876	3.630
4	16.938	3.775
5	16.948	3.629
6	17.120	3.583
7	14.473	2.320
8	10.000	0.000
9	-5.127	2.609
10	0.001	0.270
11	0.329	0.075
12	0.047	0.081

DATI COMPENSATI, RESIDUI [48], SQM E RIDONDANZE LOCALI [49]

1	1	2	-4.750	-0.444	0.222	0.030
2	2	3	-3.383	0.452	0.679	0.277
3	2	4	-3.385	0.516	0.753	0.341
4	2	5	-2.113	-0.746	0.892	0.478
5	2	6	-2.020	-0.666	0.879	0.464
6	3	4	-0.842	0.904	0.851	0.435
7	4	5	-0.655	0.665	0.738	0.328
8	5	6	0.428	-0.256	0.795	0.380
9	6	3	0.381	-0.625	0.463	0.129
10	3	5	0.054	0.018	0.819	0.403
11	4	6	-0.886	1.068	0.917	0.506
12	3	7	-1.307	-1.096	0.983	0.580
13	4	7	-2.153	-0.313	0.973	0.569
14	5	7	-2.668	0.193	0.991	0.591
15	6	7	-3.419	0.772	0.874	0.459
16	7	8	-4.029	-0.444	0.222	0.030

SIGMA ZERO, N. CONDIZIONE 1.290 2.046D+08

Una soluzione robusta è fornita dal metodo della minima somma dei moduli (anche se altre soluzioni robuste possono essere adottate, spesso con un punto di rottura maggiore e comunque capaci di preservare meglio le proprietà ottimali, nei confronti del grosso buono dei dati). Allo scopo, lo stesso sistema è decomposto in un primo sistema, di tante equazioni quante incognite, che dà una soluzione unica, senza scarti-residui, ed un secondo sistema, delle equazioni rimanenti, scelte in modo tale da rendere minima la norma uno:

$$v = Ax + b \qquad \text{essendo } \|v\|_1 = min \quad (\text{con } v = y_{compensato} - y_{pseudo-osservato})$$

[48] Usualmente nelle discipline del rilevamento, gli scarti-residui sono una spia degli eventuali errori di misura e di modello. Invece nei problemi con informazioni solo su ingressi ed uscite, dove un reticolo interno descritto attraverso fattori di forma, i residui solo errori di modelli, in quanto stime di quantità in ingresso che non arrivano all'uscita, ma si fermano lungo gli archi del reticolo stesso.

[49] Come noto, le ridondanze locali servono ad individuare eventuali difetti di affidabilità dello schema di osservazione, mentre il numero di condizione (sotto-riportato) mette in evidenza il buono o cattivo condizionamento del sistema.

SOLUZIONE CON LA MIN. SOMMA DEI MUDULI [50]

RANGO MATRICE NORMALE 12 N. ITERERAZIONI SIMPLESSO 17
CODICE DELLA SOLUZIONE (SOL. OTTIMALE = 1) 1

SOLUZIONE, DATI COMPENSATI E RESIDUI (NODI E COEFFICIENTI)

1	25.000	1	2	-4.419	0.000
2	20.581	2	3	-2.616	0.000
3	17.965	2	4	-3.267	0.000
4	17.315	2	5	-1.633	1.197
5	17.751	2	6	-2.115	0.384
6	18.082	3	4	-0.651	0.000
7	14.607	4	5	-0.963	-1.399
8	10.000	5	6	0.332	0.000

9	-4.731
10	-0.078
11	0.306
12	0.085

9	6	3	-0.117	0.000
10	3	5	-0.215	0.000
11	4	6	-1.412	-2.180
12	3	7	-1.679	1.679
13	4	7	-2.707	0.000
14	5	7	-3.143	0.000
15	6	7	-4.002	-0.527
16	7	8	-4.607	0.000

17 [51]		0.000
18		0.000

VALORE ASSOLUTO MEDIO 1.228

L'esempio proposto presenta un certo interesse, perché formalizza problemi di flusso, di trasporto, di traffico e di circolazione, in generale, presenti nelle discipline ingegneristiche civili ed ambientali, oppure industriali e dell'informazione, come pure in altre materie di scienze della terra o dell'ambiente. Infatti le strutture reticolari prese in considerazioni dai problemi, presenti nelle suddette discipline e materie, sono soprattutto lineari nei parametri dei nodi, così come nei coefficienti di eventuali polinomi di servizio.

Questa constatazione può sembrare sorprendente, data la notevole complessità di molte di queste discipline e materie; tuttavia a differenza delle discipline del rilevamento, date alcune osservabili, in generale, è molto semplice il legame tra queste ed i parametri d'interesse (di solito differenze prime e/o seconde, per quanto riguarda la struttura reticolare, propriamente detta, ed i coefficienti polinomi, per la modellazione geometrica e/o fisica delle stesse osservabili [52]).

[50] Il metodo della minima somma dei moduli fornisce la soluzione cercata, tanto iterativamente, con la strategia dei minimi quadrati ripesati, quanto con l'algoritmo del simplesso di Cottle e Dantzig che opera sequenzialmente, fra i suddetti due sistemi.
[51] Gli ultimi due residui corrispondono alle due equazioni, di osservazione diretta, per i due parametri vincolati di ingresso e di uscita.
[52] Come noto invece, le discipline del rilevamento presentano parecchie equazioni non-lineari, a partire, da distanze ed angoli, per arrivare alle equazioni di collinearità e complanarità della fotogrammetria.

Co-regressione [53]

Il trattamento di osservazioni cross-correlate richiede sempre soluzioni a passi preliminari ed algoritmi e/o procedure un po' più complesse, rispetto ai noti casi semplici, più comuni. A riguardo, ormai classici sono la collocazione cross-correlata ed il co-Kriging, possibili dove una grande quantità di informazione permette di stimare, in precedenza, rispettivamente le funzioni di auto-covarianza e quelle di cross-covarianza, ed i semi-variogrammi semplici e cross-correalti. Invece quando l'informazione, cioè i dati a disposizione, sono in numero piuttosto contenuto, in generale, è possibile calcolare solo una covarianza generale che leghi i dati, a due a due, senza correlarli, né cross-correlarli spazialmente e/o temporalmente (oppure secondo qualche altro parametri ordinatore). Infatti come noto, la consistenza delle stime, per queste funzioni, richiede oltre un centinaio di dati (meglio se alcune centinaia e sicuramente almeno una cinquantina), cosicché in mancanza di questi numeri è solo possibile calcolare regressioni incrociate. D'altra parte, considerazioni di buon senso portano poi proporre il calcolo di una co-regressione, dove tutte le variabili dipendenti sono spiegate in funzione delle stesse variabili indipendenti, tenendo comunque conto della correlazione presente e stimata, in precedenza (tra queste variabili dipendenti). In questo modo, è possibile calcolare i parametri della co-regressione, l'interpolazione dei dati (entrambi con le loro precisioni associate), nonché gli intervalli fiduciari, per effettuare i test statistici necessari, dato un certo modello funzionale, costruito ad hoc un opportuno modello stocastico ed assunto, quale il criterio di stima, il metodo dei minimi quadrati od una determinata procedura robusta:

- ❑ modello funzionale: $\begin{vmatrix} y_1 \\ y_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & A_2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \end{vmatrix}$ dove: $dim(y_1) = m_1$ e $dim(y_2) = m_2$

  $dim(x_1) = x_1$ e $dim(x_2) = n_2$ [54]

- ❑ modello stocastico: $\sigma_0^2 = \hat{\sigma}_0^2$ dove $\hat{\sigma}_0^2$ è la stima ricavata dalla regressione separata della variabile dipendente dominante

  $R_{yy} = \begin{vmatrix} I & D \\ D & I \end{vmatrix}$ dove $d_{i(i+m)}$ [55] è la correlazione fra due var. dipendenti [56]

  cosicché si ha: $R_{yy}^{-1} = \begin{vmatrix} (I - D^2)^{-1} & -D(I - D^2)^{-1} \\ -D(I - D^2)^{-1} & (I - D^2)^{-1} \end{vmatrix}$

- ❑ criteri di stima: $\frac{1}{2}(\hat{y} - y_0)^T Q_{yy}^{-1}(\hat{y} - y_0) + \lambda^T(A\hat{x} - \hat{y}) = min$ metodo dei min. quadrati [57]

  $\frac{1}{2}(\hat{y} - y_0)^T \psi(Q_{yy}^{-1})(\hat{y} - y_0) + \lambda^T(A\hat{x} - \hat{y}) = min$ procedura robusta [58]

[53] Questo paragrafo è parzialmente ripreso da: Alberti S., Mussio L., Poli D., Pozzoli A.: La misura della qualità in geomatica. Conferenza Nazionale dell'ASITA, Cagliari, 2016.

[54] Semplici modifiche permettono di estendere la co-regressione da due a più variabili dipendenti correlate.

[55] La sotto-matrice D è diagonale, non essendo prese in considerazione cross-correlazioni fra variabili.

[56] La stima della correlazione (costante) tra due variabili dipendenti è effettuata a partire dai loro stessi dati.

[57] Il vettore λ contiene i moltiplicatori di Lagrange, necessari per il calcolo di un minimo (od un massimo) vincolato.

[58] La funzione ψ modifica opportunamente la matrice di covarianza delle osservazioni (e quella dei pesi, nel caso di dati incorrelati), al fine di permettere una soluzione iterativa della procedura robusta, tramite l'applicazione non-lineare del metodo dei minimi quadrati.

CO-REGRESSIONE [59]

DATI

1	0.000	62.310	1.070	0.000	11	4.000	54.520	1.150	14.966
2	1.000	60.610	1.290	3.882	12	5.000	51.150	1.250	18.153
3	2.000	57.040	1.460	7.602	13	6.000	44.860	1.270	21.217
4	0.000	65.760	1.410	0.000	14	0.000	57.200	1.120	0.000
5	1.000	64.800	1.400	3.726	15	1.000	53.390	1.200	5.136
6	2.000	60.050	1.460	7.303	16	2.000	50.950	1.250	10.065
7	0.000	59.250	1.040	0.000	17	3.000	49.840	1.300	14.806
8	1.000	66.300	1.110	3.999	18	4.000	48.290	1.330	19.405
9	2.000	54.550	1.120	7.818	19	5.000	45.960	1.380	23.608
10	3.000	54.650	1.200	11.480	20	6.000	40.000	1.410	27.652

COEFFICIENTE DI CORRELAZIONE (1° E 2° GRUPPO) -0.196
SIGMA ZERO REGRESSIONE SEPARATA DOMINANTE 2.885

SOLUZIONE E SQM (1° E 2° GRUPPO)

1	62.481	0.840	1.207	0.840
2	2.024	1.310	-0.040	1.310
3	-1.221	0.309	0.015	0.309

INTERPOLAZIONE (1° E 2° GRUPPO) E TEST T DI STUDENT: 2.140
DATI INTERPOLATI, INTERVALLI FIDUCIARI E SCARTI STANDARD

1	62.481	60.513	64.107	0.077	1.207	-0.727	4.050	0.062
2	59.763	59.195	62.025	0.371	1.225	-0.125	4.091	0.029
3	57.244	55.771	58.309	0.089	1.241	0.191	4.193	0.095
4	62.481	63.963	67.557	1.477	1.207	-0.387	4.390	0.092
5	59.953	63.365	66.235	2.129 *	1.222	-0.035	4.211	0.078
6	57.609	58.689	61.411	1.068	1.236	0.099	4.236	0.098
7	62.481	57.453	61.047	1.455	1.207	-0.757	4.020	0.075
8	59.620	64.896	67.704	2.929 *	1.227	-0.294	3.906	0.051
9	56.979	53.333	55.767	1.054	1.244	-0.097	3.829	0.054
10	54.530	53.274	56.026	0.052	1.259	-0.176	3.983	0.026
11	52.296	52.667	56.373	1.006	1.271	-0.703	4.156	0.055
12	50.428	48.562	53.738	0.354	1.279	-1.338	4.599	0.014
13	48.709	41.420	48.300	2.204 *	1.285	-2.170	5.018	0.008
14	62.481	55.403	58.997	2.379 *	1.207	-0.677	4.100	0.039
15	58.232	51.871	54.909	2.138 *	1.243	-0.319	4.050	0.019
16	54.235	49.343	52.557	1.459	1.277	-0.357	4.141	0.012
17	50.469	47.924	51.756	0.286	1.308	-0.616	4.336	0.004
18	46.874	45.967	50.613	0.671	1.337	-0.993	4.555	0.003
19	43.765	43.327	48.593	1.081	1.360	-1.253	4.750	0.010
20	40.850	37.040	42.960	0.440	1.381	-1.550	4.933	0.015

SIGMA ZERO E TEST CHI**2 2.374 23.014 5.630 26.100

[59] Un esempio, tratto da un problema di ingegneria delle infrastrutture di trasporto, riporta quattro brevi serie di dati, dove la seconda e la terza serie sono messe in regressione con le altre due, risultando inoltre fra loro correlate negativamente, per un valore pari a circa il **20%**. Per questa ragione, queste due serie sono messe in co-regressione con le altre due, tenendo conto di questa correlazione e fissando, come sigma zero, quello della prima regressione separata, considerata dominante. La co-regressione fornisce così le stime dei parametri, con le loro precisioni (nello specifico, tre per ciascuna delle due serie), i corrispondenti valori interpolati, con i relativi intervalli fiduciari (testati con la distribuzione t di Student), gli scarti residui (testati con la distribuzione τ di Thompson) e sigma zero della co-regressione (a sua volta, testato con la distribuzione chi quadrato).

La modellazione topologica 3D ed un esempio reale su vasta scala [60]

La modellazione 3D è sicuramente in auge, ma la stessa è soprattutto oggetto della Computer Graphics e prescinde spesso da un'adeguata analisi delle relazioni topologiche sottostanti. Infatti la Computer Graphics si occupa principalmente di modellare la superficie esterna degli oggetti in esame, anche complessi (concavi e multi-connessi), imponendo poi su questa superficie colori, tessiture ed ombre. Tuttavia una modellazione, non solo grafico geometrica, ma anche topologica rende questi oggetti in esame, perfettamente integrabili in sistemi informativi a referenza spaziale, più ampi.

In questo contesto, anche l'eventuale dipendenza dal tempo, degli oggetti in esame, come pure di altri dati degli stessi sistemi informativi, aggiunge solo una dimensione al problema 3D. Infatti questa dipendenza non rende molto più complessa la modellazione topologica, perché richiede solo di sovrapporre strati su strati, apponendo etichette di attivazione e di disattivazione delle entità coinvolte (cioè di tutti gli oggetti in esame e di tutti gli altri dati). Ovviamente questo discorso prescinde dalla presa in considerazione dello spazio-tempo di Minkowsky (che è interessante solo ad altissime velocità).

Di nuovo alla modellazione topologica 3D, essa è più complessa della tradizionale modellazione topologica 2D, in quanto non può esprimersi con una sola tabella relazionale, a cinque colonne, di archi, caratterizzati da un nodo iniziale ed un nodo finale, e da una regione a sinistra ed una regione a destra. Infatti nello spazio 3D, gli elementi geometrici sono quattro (corpi, aree, linee e punti) che diventano quattro entità topologiche (oggetti, regioni, archi e nodi), laddove lo spazio 2D, cioè il piano, si compone di solo tre elementi geometrici (aree, linee e punti) da cui tre entità topologiche (regioni, archi e nodi).

In questo modo, la topologia 3D deve far ricorso, in modo più esplicito, al principio di dualità, rappresentando gli oggetti e le regioni come nodi duali ed archi duali, e formando una tabella di adiacenza (per ogni regione – arco duale, due oggetti – nodi duali: uno a sinistra ed uno a destra, cioè uno iniziale ed uno finale) analoga alla tabella di incidenza (per ogni arco, due nodi, uno iniziale ed uno finale, come è evidente dalla geometria del problema). Dopodiché resta il problema di costruire la topologia della connessione fra archi e regioni, ovvero fra archi ed archi duali.

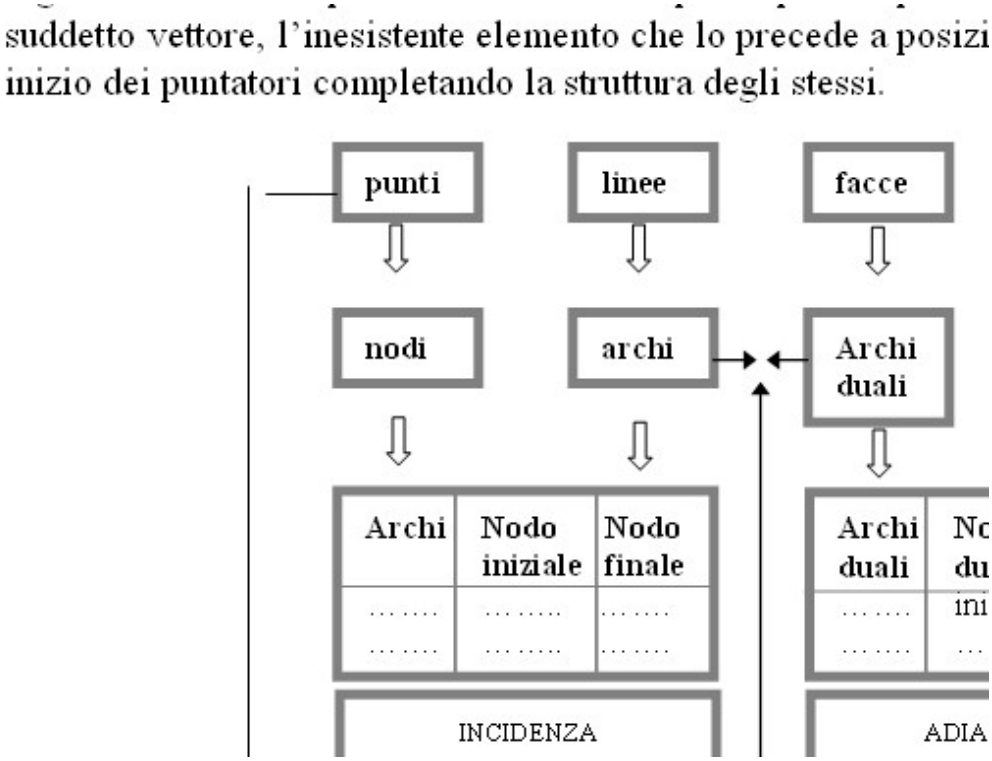
In questo caso, la cardinalità della connessione è sempre un problema molti a molti. Infatti una linea può essere parte del contorno di più aree ed una area ha il suo contorno definito da più linee, cosicché un arco è l'intersezione limite di più regioni ed una regione è delimitata da più archi. Di conseguenza, solo una tabella di cross-connessione è capace di esprimere questa dipendenza molti a molti (e poiché le connessioni reali sono certamente poche, rispetto alla totalità delle connessioni possibili, è opportuno compattare in una forma vettoriale, per mezzo di indicatori e puntatori, tutta questa tabella).

Per completezza, prima di passare alla descrizione di un esempio reale, si noti che anche la modellazione geometrica 3D, propria della Computer Graphics, è più complessa della tassellazione 2D e della descrizione delle linee di contorno. Infatti mentre la tassellazione 2D richiede la costruzione di una triangolazione, il suo equivalente 3D richiede la costruzione di una tetraedrazione (dove il problema pieno – vuoto è più rilevante). Dopodiché la ricostruzione della superficie esterna è ancora più complessa, perché più complessi sono i suoi elementi finiti ed impossibile la definizione di un sistema di riferimento intrinseco univoco.

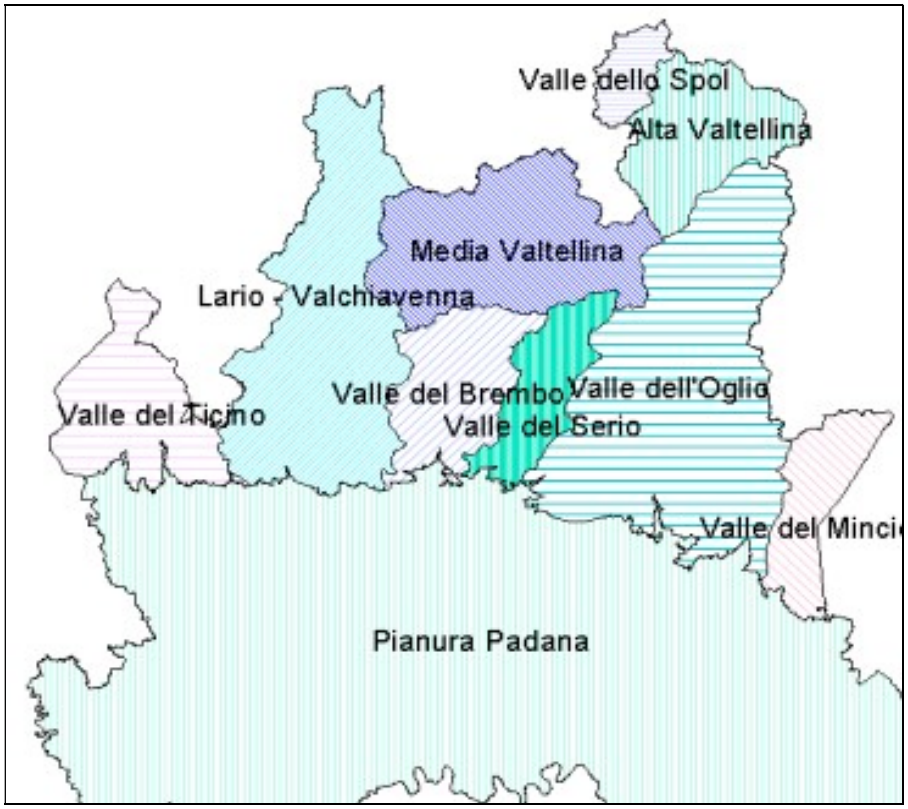
Infine la descrizione di un esempio reale porta a prendere in considerazione i bacini aerologici della Regione Lombardia, passando da una presentazione politico-amministrativa ad una costruzione con tecniche proprie

[60] Questo paragrafo è parzialmente ripreso da: Malinverni E.S., Mussio L.: Un SIT 3D dedicato ad un piano regionale per la qualità dell'aria. Rivista dell'agenzia del Territorio, anno VII, n. 3, 2007.

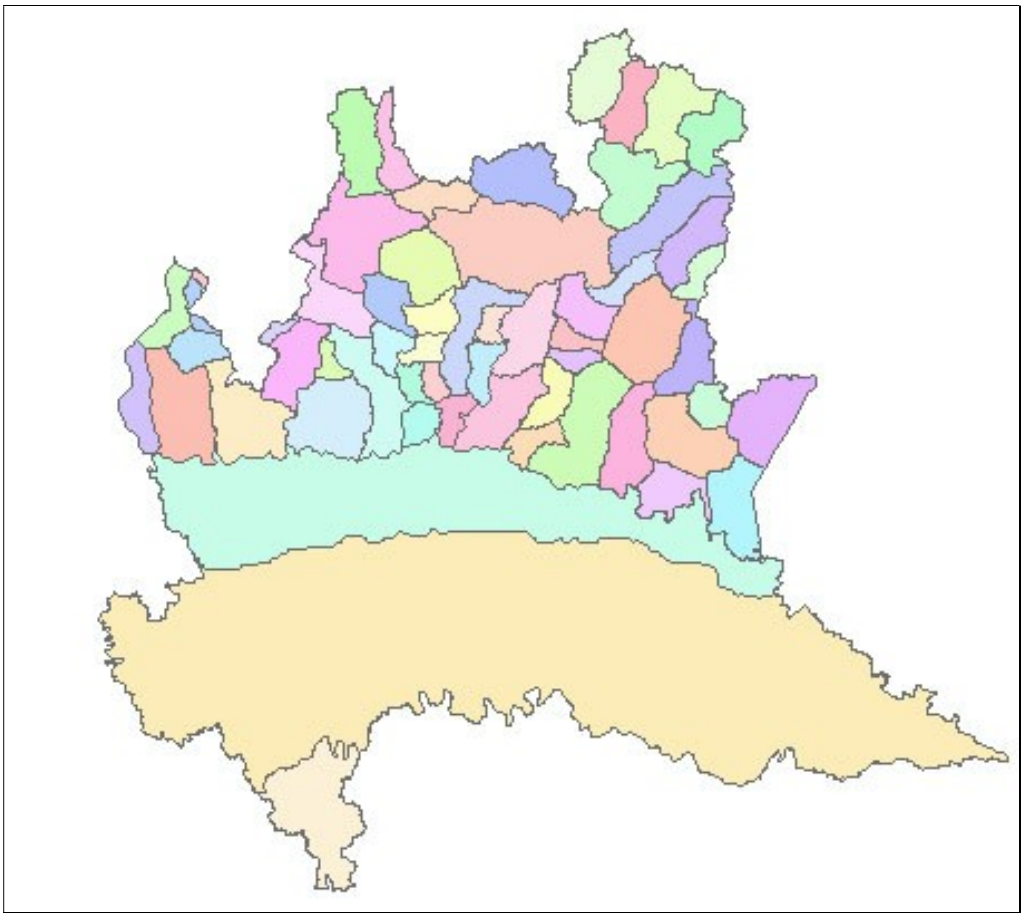
della Geomatica. Infatti mentre quella presentazione disegna semplicemente grandi aree geografiche, la costruzione alternativa modella in 3D tutto il territorio della regione.



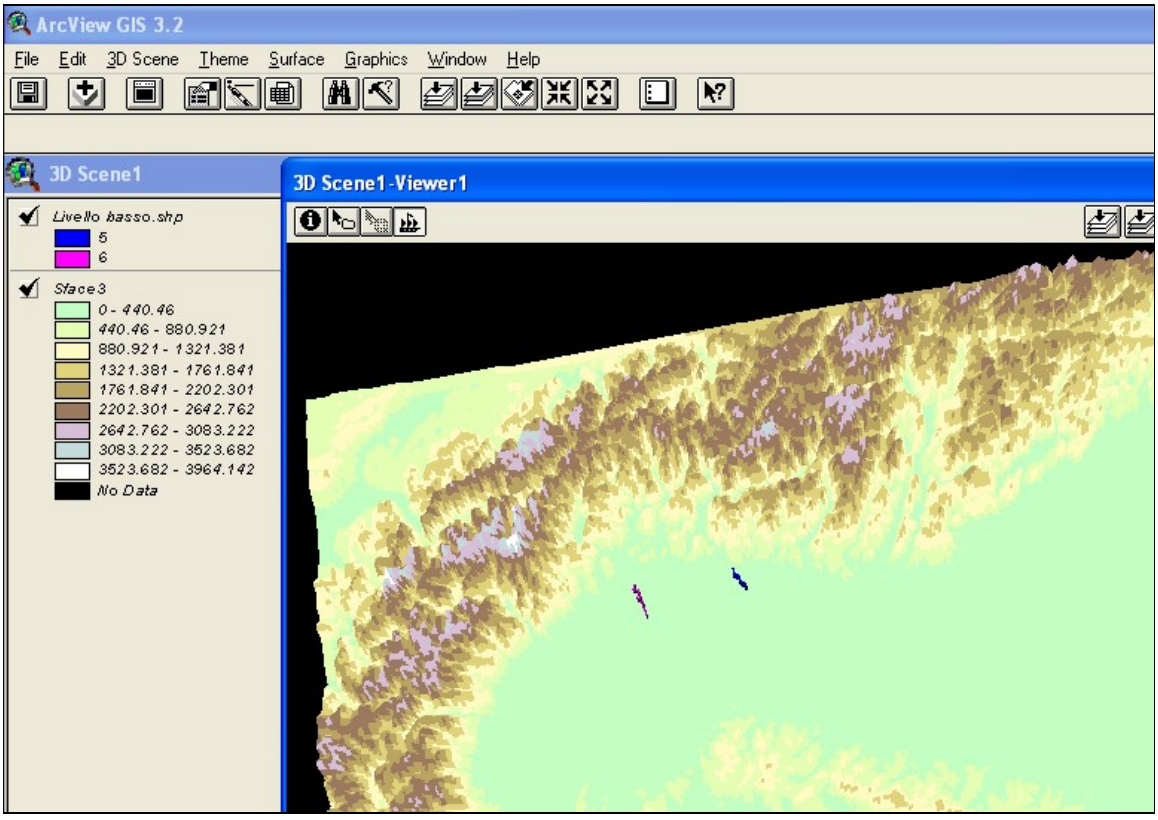
Relazioni topologiche tra gli elementi costitutivi dello spazio 3D



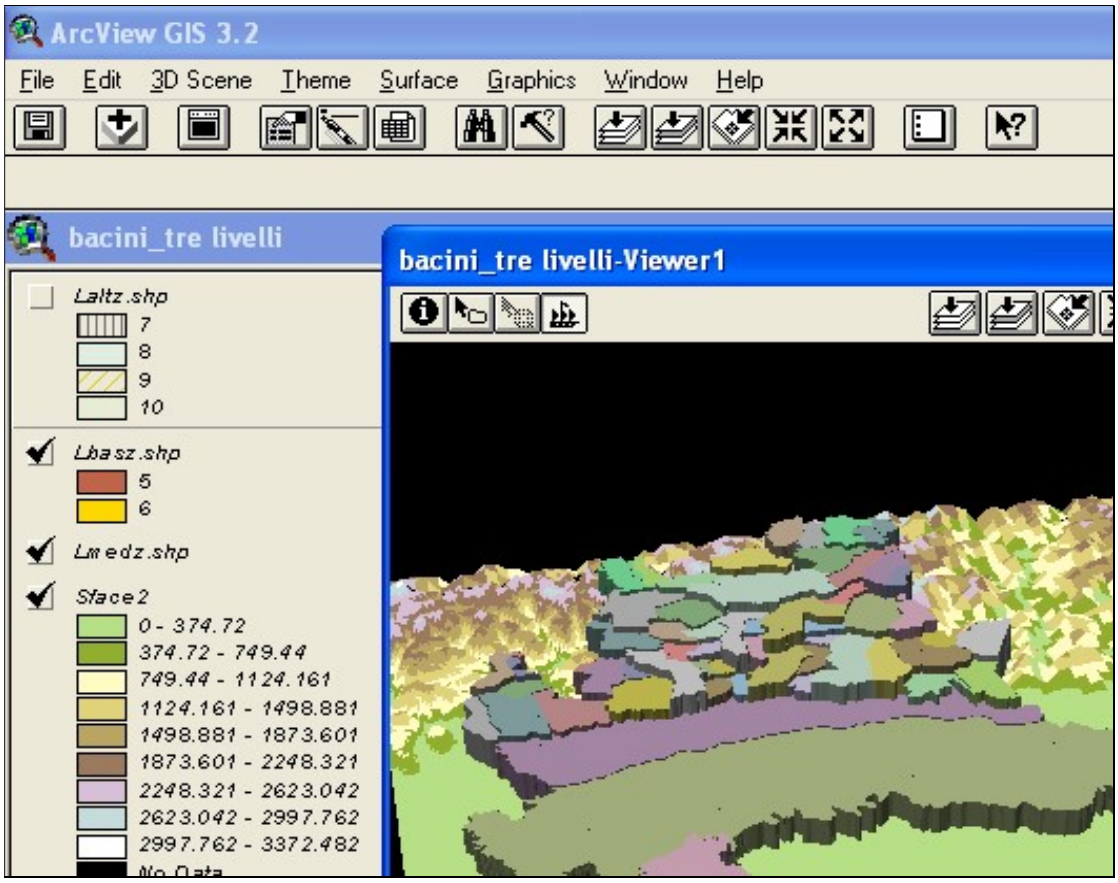
(A)



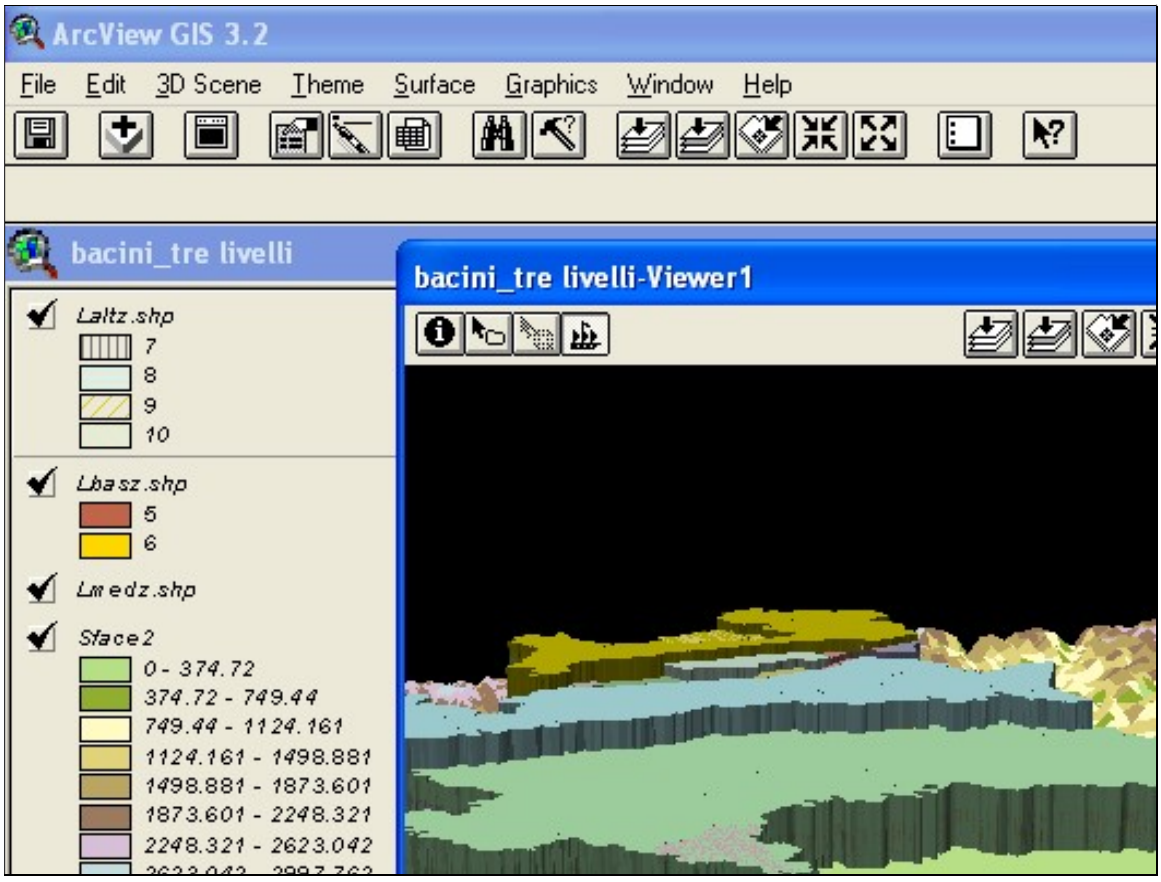
(B)


ArcView GIS 3.2
File Edit 3D Scene Theme Surface Graphics Window Help
3D Scene1
Livello basso.shp
5
6
Slope3
0 - 440.46
440.46 - 880.921
880.921 - 1321.381
1321.381 - 1761.841
1761.841 - 2202.301
2202.301 - 2642.762
2642.762 - 3083.222
3083.222 - 3523.682
3523.682 - 3964.142
No Data
3D Scene1-Viewer1

(C)


ArcView GIS 3.2
File Edit 3D Scene Theme Surface Graphics Window Help
bacini_tre livelli
bacini_tre livelli-Viewer1
Laltz.shp
7
8
9
10
Lbasz.shp
5
6
Lmedz.shp
Sface2
0 - 374.72
374.72 - 749.44
749.44 - 1124.161
1124.161 - 1498.881
1498.881 - 1873.601
1873.601 - 2248.321
2248.321 - 2623.042
2623.042 - 2997.762
2997.762 - 3372.482

(D)


ArcView GIS 3.2
File Edit 3D Scene Theme Surface Graphics Window Help
bacini_tre livelli
bacini_tre livelli-Viewer1
Laltz.shp
7
8
9
10
Lbasz.shp
5
6
Lmedz.shp
Sface2
0 - 374.72
374.72 - 749.44
749.44 - 1124.161
1124.161 - 1498.881
1498.881 - 1873.601
1873.601 - 2248.321
2248.321 - 2623.042

(E)

Suddivisione in bacini aerologici del territorio della regione (mostrata nelle quattro figure precedenti)

A. i bacini amministrativi (anche se evidentemente non affatto aerologici)
B. carta dei bacini aerologici (sotto-elencati) dalla quota del piano campagna (p.c.) a 2500 *m* slm
C. i bacini aerologici sotto la quota del p.c., costituiti dai canyon del Ticino e dell'Adda
D. i bacini aerologici dalla quota del piano campagna a 2500 *m* slm
E. i bacini aerologici oltre quota 2500 *m* slm

Elenco dei bacini aerologici dalla quota del piano campagna a 2500 *m* slm:

1. bacino Nord (Spol, Livigno)
2. Valdidentro
3. Valdisotto
4. Valfurva
5. Valtellina orientale
6. Val Malenco
7. Val Masino
8. Val Bregaglia
9. Val San Giacomo e Piano di Chiavenna
10. alto Lago di Corno
11. Valtellina occidentale
12. Valtellina da Sondrio a Tirano
13. Val di Corteo
14. alta Val Camonica
15. Val dì Saviore
16. Val di Paisco
17. Val di Scalve
18. alta Val Seriana
19. Val Brembana orientale
20. media e alta Val Brembana
21. Valtorta
22. Val Varrone
23. Porlezza – Menaggio
24. Valsassina
25. Val Taleggio
26. Val Imagna
27. Val Brembilla
28. Val Serina
29. bassa Val Seriana
30. Val Cavallina
31. Val Borlezza
32. Val Clusone
33. bassa Val Camonica
34. Val di Caffaro
35. Lago d'Idro
36. alto Lago di Garda
37. basso Lago di Garda
38. Val Sabbia
39. Prevalle
40. Val Trompia
4L Lago d'Iseo
42. Viadanica
43. bassa Val Brembana
44. Pontida
45. Lago di Lecco
46. Vallassina
47. colline Como – Lecco
48. basso Lago di Como
49. Val d'Intelvi
50. Valle del Tresa
51. Val Veddasca
52. alto lago Maggiore
53. Valcuvia – Valganna
54. basso lago Maggiore
55. colline Verbania – Varese
56. colline Varese – Como
57. alta Pianura Padana
58. bassa Pianura Padana
59. Oltrepò

Contributi antropici (non analizzati, data la piccola scala del rilevamento e della rappresentazione):

Città	Abitanti	
❑ Milano	1.182.600	
❑ Sesto San Giovanni	75.421	conumbazione di Milano
❑ Cinisello Balsamo	72.402	
❑ Rhò	51.181	
❑ Cologno Monzese	47.295	
❑ Bollate	46.244	
❑ Brescia	187.865	
❑ Monza	117.000	conurbazione della Brianza
❑ Paterno Dugnano	45.000	
❑ Busto Arsizio	76.138	città lineare dell'Olona
❑ Legnano	53.788	
❑ Gallarate	46.262	

- Bergamo 110.691
- Varese 82.282
- Corno 78.315
- Pavia 71.074
- Cremona 69.444
- Vigevano 54.672
- Mantova 46.372
- Lecco 45.507
- Lodi 39.636
- Saronno 39.419
- Voghera 39.400

Viabilità maggiore (autostradale e stradale):

- A1 Autostrada del Sole
- A4 Autostrada Serenissima
- A7 Autostrada dei Fiori
- A8 Autostrada dei Laghi per il lago Maggiore
- A9 Autostrada dei Laghi per il lago di Corno
- A21 Autostrada dei Vini
- A22 Autostrada del Brennero

- N. 10 Padana Inferiore
- N. 11 Padana Superiore
- N. 36 del Lago di Como e dello Spluga
- N. 38 dello Stelvio
- N. 342 Briantea

Infrastrutture aeroportuali:

- Aeroporto intercontinentale della Malpensa
- Aeroporto internazionale di Milano – Linate
- Aeroporto internazionale di Bergamo – Orio al Serio
- Aeroporti di Brescia – nazionale a Montichiari e militare a Ghedi

A commento, giova ripetere come la prima suddivisione corrisponda soprattutto alle divisioni amministrative delle comunità montane e non rispecchi i criteri di analisi necessari, per l'individuazione dei bacini aerologici. Le maggiori mancanze evidenziate riguardano il basso numero di bacini e la limitatezza di una rappresentazione bidimensionale. Infatti ripartire il territorio in sole undici zone, in linea di massima, quasi corrispondenti ai bacini idrogeologici dei maggiori fiumi lombardi, prevede poi che la concentrazione di inquinante in ognuna di esse.
Tutto questo determina una stridente contraddizione, data la notevole estensione e la complessità orografica di ogni zona interessata. Inoltre l'analisi condotta solo in planimetria fa ritenere che l'altimetria non sia una grandezza rilevante. Invece verticalmente tutta la regione lombarda è ripartita in tre livelli:

- basso (i canyon del Ticino e dell'Adda);
- medio (dal piano campagna a 2500 *m* slm);
- alto (oltre quota 2500 *m* slm).

In questo modo, la carta dei bacini aerologici dalla quota del piano campagna a 2500 *m* slm serve da riferimento base, avendo collegato tra loro i tre strati altimetrici come entità tematiche ed essendo gli strati inferiore e superiore molto meno complessi di quello centrale.

Il bello come un criterio largo di giudizio

Sette architetti sono citati, dove il primo è il massimo esponente del Modernismo catalano, gli altri cinque i maestri del Movimento Moderno in architettura e l'ultimo è un esponente di spicco dell'Utilitarismo. A corredo della citazione, sono mostrate alcune loro opere importanti, per illustrare come il bello sia un criterio largo di giudizio che, altrettanto largamente, deve condurre a formulare giudizi sul buono, sul giusto e sul vero. Tutto ciò porta a ritenere sicuramente inaccettabile (o quantomeno da rimediare bene) quello che è davvero brutto, cattivo, ingiusto e falso, senza altre pretese totalitarie, facendo attenzione che brutto non significa fuori dai canoni di un'estetica ricercata e raffinata (come una tempesta di mare od un temporale montano, quando facciano danno alcuno), ma brutto perché indice di degrado e/o di male, ecc.

- ❑ Antoni Gaudí y Cornet
- ❑ Frank Lloyd Wright
- ❑ Walter Adolph Gropius
- ❑ Ludwig Mies van der Rohe
- ❑ Le Corbusier (pseudonimo di Charles-Edouard Jeanneret-Gris)
- ❑ Hugo Alvar Henrik Aalto
- ❑ Oscar Ribeiro de Almeida Niemeyer Soares Filho (noto come Oscar Niemeyer)

L'estrema varietà delle soluzioni, da una chiesa (in forme tra neogotico e neobarocco) ad un'architettura razionale (immersa nella natura), come pure due edifici razionali (dediti tuttavia a destinazioni diversissime, rispettivamente un istituto di ricerca ed una casa popolare), ed inoltre una biblioteca, una sede universitaria (entrambe in una grande città) ed un auditorium (in una piccola località turistica), sono la prova provata della larghezza del criterio adottato per giudizi sul bello e per un suo possibile uso, come apripista o battistrada, di un altrettanto largo criterio per giudizi sul buono, sul giusto e sul vero. Per contro, è quasi una certezza saper riconoscere, tutti quanti, e rifiutare decisamente, con orrore, una catapecchia, come pure un delitto, un furto od una calunnia.

Antoni Gaudí, Sagrada Famila (Barcelona)

Frank Lloyd Wright, Casa sulla cascata (Mill Run, Pennsylvania)

Walter Gropius, Bauhaus (Dessau)

Le Corbusier, Unità d'abitazione (Berlino)

Una falsa morale pietistica potrebbe portare a pensare, con compassione, a chi potrebbe abitare in questa catapecchia. Tuttavia questa morale è falsa, se l'atteggiamento compassionevole non impone, come dovere

sociale e civile (ovvero di tutti e di ciascuno), di togliere chi dovesse abitare in questa catapecchia da questa condizione di miseria, povertà e degrado, dando loro un'abitazione, dignitosa e confortevole, ed abbattendo immediatamente questa catapecchia, cosicché nessuno possa più abitarla, perché veramente indecente ed indecorosa. Nessuna estetica del brutto può essere invocata, a sostegno: provi chiunque a vivere lì solo qualche giorno, per avere chiarissimo il giudizio totalmente negativo a riguardo (del resto, anche i Sassi storici di Matera sono diventati un'attrazione, solo dopo il loro totale risanamento).

Mies van der Rohe, Neue Nationalgalerie (Berlino)

Alvar Aalto, Politecnico (Helsinki)

Oscar Niemeyer, Auditorium (Ravello)

Una catapecchia

Coloro che scrivono non sono architetti, né storici dell'arte e non vogliono qui impartire alcuna lezione a riguardo. Tutti gli esempi citati, famosissimi ed universalmente apprezzati, servono solo come esempi. Del resto, l'esempio negativo non è ricavato dalla storia dell'arte, né dall'architettura, ma da una semplicissima ricerca in una collezione d'immagini (a riguardo, forse questa immagine è solo un'immagine folcloristica, ma di immagini, insieme brutte e tragiche, è piena la cronaca di tutti i giorni e bastano queste poche parole a dissuadere chiunque da fare un'apologia del brutto, dove e quando questo è una triste e concreta realtà). Invece un'eccezione è forse lecita dove e quando questo è una riuscita provocazione artistica, come nel famoso prodotto denominato "merda d'artista", di Piero Manzoni.

Piero Manzoni, Merda d'artista (Museo del Novecento, Milano)

Per rispondere a tutto questo, occorre capacità di concepire, mettere in atto e verificare costantemente una vera e propria politica d'accoglienza responsabile, per ottenere una successiva integrazione, basata sul pieno rispetto dei diritti e dei doveri costituzionali, senza se e senza ma. Tutto il resto, compreso gli usi ed i costumi (ad esempio, la cucina, la moda ed il tempo libero), le religioni e le ideologie, le scelte politiche, ecc. fanno parte della struttura della libertà che può e deve essere rispettata. Infatti un atteggiamento laico (che è *conditio sine qua non* per ciascuno e per tutti), riconosce, comprende ed accetta tutto questo, con la stessa libertà con cui oggigiorno si sceglie la cucina, la moda e l'arte. Ancora una volta, bisogna saper stare anche in minoranza ed accettare il pluralismo come una grande ricchezza.

Nulla è più funesto di un'ignoranza attiva (Johann Wolfgang Goethe).

Appendice H – Ripensare fratellanza solidarietà e cooperazione

Le parole chiave della Rivoluzione francese, prima della sua degenerazione nel terrore rosso e bianco, e della sua fine, nell'ordine, con il Direttorio, il Consolato, l'Impero e la Restaurazione, sono Libertà, Fraternità (ovvero fratellanza), Uguaglianza. Oggigiorno con la scomparsa dell'uguaglianza (ivi compresa una giustizia, intesa come equità) e l'appassire della stessa libertà (compressa nelle rapaci logiche economicistiche, frutto di una globalizzazione selvaggia e mal-gestita), la fratellanza diventa il bandolo della matassa, perché senza solidarietà e comparazione è difficile costruire progresso e sviluppo. Infatti è sempre più evidente che, dalle tutele ambientali, al mantenimento della pace, come dalla conservazione della democrazia alla disponibilità dei mezzi culturali, sociali ed economici per tutti, l'avventura umana può perdersi complessivamente, oppure cercare di risalire la china, garantendo una dignitosa salvezza, a tutti ed a ciascuno. E' insieme una sfida ed una scommessa che non può / non deve mai essere persa (pena un lento declino od addirittura una tragica catastrofe). E' ancora l'augurio ed un invito, per tutte le persone ragionevoli, le loro istituzioni ben-governate e tutte quelle attività economiche, sociali e culturali che hanno davvero a cuore il bene comune.

Una delle esigenze più antiche del movimento operaio [61], fin dalla sua formazione, nel XIX secolo, riguardava una questione di onore, di dignità, di fierezza, perfino. Di fronte a saggisti che per molto tempo avevano visto il proletariato dei sobborghi come una massa di barbari o selvaggi, gli operai organizzati cercavano di affermare il proprio ruolo, la specificità del loro apporto in quanto produttori e il loro valore morale. Gran parte del lavoro dei rappresentanti operai, che fossero sindacalisti, intellettuali o politici, è consistita nell'operare questa restituzione di dignità di gruppo. E' noto quanto le lotte per il riconoscimento delle identità (in materia di genere, di identità culturale, religiosa, sessuale) e contro le diverse forme di stigmatizzazione che vi sono associate, oggi siano penetrate nello spazio pubblico. Ma bisogna spingersi oltre questa frequente analogia tra le lotte sociali di un tempo e le lotte culturali, sessuali o razziali di oggi. Chi osserva infatti con un po' di attenzione la società non può non rimanere colpito dal gioco perverso del disprezzo e delle umiliazioni in cui sembra trascinata. Al di là dell'ormai inflazionata divisione tra popolo ed elite, a volte si ha l'impressione di vedere una società di caste, dove ogni gruppo disprezza l'altro e dall'altro si sente disprezzato, incompreso, con tutti gli stalli e le incomprensioni che questo comporta.

Questa dinamica dell'umiliazione e del disprezzo colpisce direttamente degli strati popolari che, come nel XIX secolo, vengono investiti in pieno dai processi di stigmatizzazione, senza che vi sia più granché a ostacolarli. Dagli anni Ottanta sono diventati nella migliore delle ipotesi un soggetto comico. Nella peggiore, sono tornati a essere un elemento di paura, sia che l'oggetto della denuncia siano i "barbari" delle città, in preda alle sirene dell'islamismo, sia che siano i "barbari" delle campagne e delle periferie urbane, nuova manovalanza dell'estrema destra e del razzismo.

Di fronte a tutto questo, le varie sinistre faticano a trovare le soluzioni adatte e ad assolvere a quel ruolo di restituzione della dignità che per molto tempo era stato il loro. Le ragioni di questa difficoltà sono molteplici. Hanno a che fare senza dubbio con la persistenza della vecchia idea che l'unica cosa che conta sia la dimensione economica – la crescita, la produzione ecc. – e addirittura, spingendosi un po' più in là, con la rinascita di quel pregiudizio che consiste nel pensare che le classi popolari in fondo si disinteressino all'azione democratica, al loro posto nella polis, e reclamino soltanto l'efficacia e l'autorità dello Stato.

Sembra soprattutto che le sinistre non riescano ancora ad uscire dal dilemma, anche questo antico, tra miserabilismo e populismo. O fanno delle classi popolari una massa alienata, perduta alla causa, a meno che non torni a essere guidata (anche se non è troppo chiaro come), oppure oscillano tra l'idealizzazione delle classi popolari di una volta e l'esaltazione di un improbabile nuovo soggetto rivoluzionario che sostituisca il proletariato perduto.

Lo storico, a dire il vero, rimane stupefatto nel vedere che all'inizio del XXI secolo molti a sinistra continuino a considerare il popolo, o il suo sostituto, come un mito, demonizzandolo o idealizzandolo, ma in ogni caso operando una serie di astrazioni e di essenze, senza curarsi della pluralità di appartenenze e aspirazioni che caratterizzano anche le classi popolari. Si può essere discendente di immigrati e riconoscersi nella sinistra repubblicana o radicale; si possono avere dei genitori della "vecchia" classe operaia bianca ed essersi convertiti all'islam; si può perfino nutrire indifferenza per tutto questo … Le classi popolari non sono un mito né un'essenza, sono, come il resto della società, attraversate da una profonda ricerca di riconoscimento, di

[61] Dall'articolo di Marion Fontaine, membro dell'Istituto Universitario di Francia e ricercatrice presso il Centro Norbert Elias di Marsiglia (La Repubblica, mercoledì 25 gennaio 2017), perché l'appello all'istruzione ha bisogno dell'intelligenza, di tutti, e necessita sicuramente di competenze scientifiche e tecniche, ma deve anche essere aperto, altrettanto certamente, alla grande cultura ed alla buona politica.

fierezza, anche se si esprime in maniera incredibilmente sparpagliata e frammentata. Come costruire una politica di sinistra che sappia darvi risposta?
In questo ambito circolano delle idee, dei pensieri, anche se non sempre vengono ripresi: si pensi alla tematica del care (cura, protezione, benevolenza reciproca), introdotta brevemente alcuni anni fa e poi scomparsa senza che fosse stato possibile valutare realmente quanto potesse essere feconda.
In quest'ottica sembra opportuno evidenziare una serie di direttrici importanti. La prima concerne il rapporto fra i politici e i cittadini: non si tratta tanto di sognare un'improbabile fusione, quanto una relazione che metta da parte i miti, come le fantasticherie dell'incarnazione in un solo individuo, e lavori al contrario a una forma di grandeur democratica: dei rappresentanti degni, che non vedano i cittadini, soprattutto quelli delle classi popolari, solo come una clientela, degli assistiti o dei *protégés*, ma come portatori di futuro, con i doveri, anche per i cittadini, che questo ruolo comporta.
Un'altra posta in gioco importante riguarda la capacità di una politica di sinistra di riconoscere le appartenenze e le identità specifiche, ma innanzitutto nelle loro potenzialità di apertura e universalità: la sfida consisterebbe, in altri termini, nella capacità di uscire dal dibattito, ormai inflazionato, tra assimilazione e comunitarismo. Si tratterebbe quindi di riconoscere l'apporto delle culture operaie e migranti non nell'ottica di quello che hanno comportato come esclusione, ripiegamento su loro stesse, violenza, ma nella loro dinamica di apertura e invenzione. Di salutare la capacità di esprimere la solidarietà e l'identità in organizzazioni collettive, la pratica antica degli orti urbani per quello che implica come interesse allo sviluppo duraturo, la maniera di articolare le appartenenze (professionali, politiche, culturali, locali).
La posta in gioco è riconoscere agli individui e ai territori l'importanza di queste esperienze per aprirle verso qualcos'altro e trasformarle nei semi dell'avvenire. Bisognerebbe infine – ed è fondamentale – dimostrare che la dignità, come il rispetto reciproco e la solidarietà, non è solo un proclama o una carezza simbolica, ma può rappresentare una preoccupazione che impregna le norme giuridiche e le politiche pubbliche, che siano fiscali, sociali o anche educative.
Chi ha parlato di benevolenza all'interno del sistema scolastico, in questi ultimi anni, è stato accolto da sberleffi (o indignazione, a seconda dei temperamenti). E' lecito tuttavia ritenere che, per mettere fine alla spirale del disprezzo e dell'umiliazione, si potrebbe cominciare da lì, e che amplificare ulteriormente lo sforzo di democratizzazione e benevolenza a scuola probabilmente non farebbe male, al contrario.
Sono più che consapevole che si sta parlando di un compito di lunghissimo termine, che non si esaurisce nell'arco di un'unica scadenza elettorale e che non può essere circoscritto alla sola sfera politica nel senso stretto del termine. Avrebbe senso, e dimostrerebbe coraggio, cominciare quantomeno a intraprenderlo.

Giuseppe Di Vittorio, Comizio sindacale a Cerignola

Don Lorenzo Milani, Scuola di Barbiana (frazione di Vicchio)

Come dovrebbe essere l'università [62] per aiutare la società ad affrontare le sfide che emergeranno nei prossimi anni? L'università è – per definizione – un luogo fisico che ospita persone che hanno deciso di dedicare la propria vita (i professori) o alcuni anni della loro vita (gli studenti) alla conoscenza. Facendo nostre le parole del pensatore inglese Michael Oakeshott [63]:

> L'università è un corpo ("corporate body") di studiosi, ciascuno devoto a una particolare branca del sapere: ciò che è caratteristico è la ricerca del sapere come impresa cooperativa. I membri di questo corpo non sono sparsi per il mondo, soggetti solo a incontri occasionali (o a nessun incontro); essi vivono in prossimità reciproca permanente. E di conseguenza trascureremmo parte del carattere di un'università se omettessimo di pensarla come un luogo fisico. Un'università, inoltre, è una casa del sapere, un posto dove una tradizione di dedizione al sapere è preservata ed estesa, e dove l'apparato necessario per la ricerca del sapere è operativo.

Se questa definizione di università è con ogni probabilità condivisibile da chiunque, le cose cambiano nel momento in cui ci chiediamo quale debba essere la modalità di relazione tra gli studiosi dell'università: competitiva come in una gara? Organizzata per produrre sapere e formare studenti come una fabbrica? Anche in questo caso seguiremo Oakeshott, accogliendo la sua idea di università come conversazione:

> La ricerca del sapere non è una gara nella quale i competitori lottano per il posto migliore, non è neanche un litigio o un simposio; è una conversazione. E la virtù particolare di un'università (come posto dai molti studi) è di esibirlo nel suo carattere, ogni studio come una voce il cui tono non è né tirannico né lamentoso, ma umile e affabile. Una conversazione non ha bisogno di un moderatore, non ha una traiettoria predeterminata, non si chiede a che cosa serva e non ne giudichiamo la sua eccellenza da come si conclude; non ha alcuna conclusione, ma rimane sempre a disposizione per un altro giorno. La sua integrazione non è imposta dall'alto, ma nasce dalla qualità delle voci che parlano, e il suo valore consiste nelle tracce che lascia nelle menti di coloro che partecipano.

Professori e studenti, dunque, sono studiosi accumunati dalla scelta di passare del tempo in stretta prossimità reciproca con l'intento di partecipare, con ruoli diversi, a una conversazione – o potremmo anche dire, citando Hannah Arendt, per pensare insieme. I professori sono più avanti degli studenti lungo la strada della conoscenza e quindi indicano la via. I secondi si uniscono alla conversazione e seguono i passi dei primi. Alcuni di loro nel tempo li raggiungeranno e li supereranno, prendendo infine il loro posto; tutti gli altri, invece, lasceranno l'università ed entreranno nel mondo.
In questo libro esploreremo – avendo in mente le sfide – come dovrebbe essere l'università e per farlo ci concentreremo su tre obiettivi. Prima di tutto l'università per la persona: che cosa dovrebbe fare l'università per gli studenti? Quali obiettivi, raggiunti in quale modo? È dagli studenti, infatti, che nasce l'università e continuano a essere gli studenti il senso della sua esistenza. Ma il ruolo dell'università verso gli studenti è molto cambiato in questi ultimi anni: in particolare ci si è concentrati sul formare studenti in quanto futuri lavoratori. È ora che l'università torni a educare persone – che poi saranno anche lavoratori in grado di rimanere produttivi e intelligenti a lungo – e non a formare lavoratori con competenze che rischiano di essere di corto respiro. Aiutare gli studenti a essere persone realizzate, cittadini consapevoli e lavoratori intelligenti. Questo è uno dei principali contributi che l'università deve dare per aiutare la società ad affrontare le sei sfide.
In secondo luogo, l'università per il sapere. L'università è quello che è oggi perché da quasi mille anni continua a preservare, tramandare, commentare ed estendere un corpo comune di conoscenza. Ogni università lo fa a modo suo, con i suoi punti di forza e le sue debolezze, i suoi alti e i suoi bassi, ma in ogni caso contribuisce all'impresa collettiva dell'università come entità diffusa.
Anche in questo caso, però, in questi ultimi anni alcuni aspetti del rapporto dell'università con la conoscenza sono stati privilegiati – in particolare la produzione di conoscenza ritenuta utile – a danno delle altre attività, come preservare, tramandare, commentare e produrre conoscenza in direzioni non considerate immediatamente utili. Le sei sfide impongono invece all'università di tornare ad avere uno sguardo lungo, uno sguardo che pensa in termini di generazioni e di secoli, per non interrompere la trasmissione del sapere che abbiamo ricevuto dalle generazioni precedenti, ma anche per favorire la coltivazione di settori della conoscenza che in questo momento sono ritenuti economicamente poco "utili", ma che sono invece civilmente e culturalmente tali.
Non solo: preservare una sorta di ecodiversità della conoscenza è anche un modo per rendere la società più resiliente: non sappiamo, infatti, di quale conoscenza avremo bisogno in futuro. In passato si è visto che

[62] Dall'articolo di Juan Carlos De Martin, editorialista ed informatico: Perché l'università deve salvare i saperi inutili (La Repubblica, martedì 7 febbraio 2017). In questo modo, dalla multidisciplinarietà, passando per l'interdisciplinarietà, si può arrivare a fondare vere e proprie codiscipline (sicuramente utilissime per le discipline del Rilevamento, ma altrettanto certamente non solo per queste).
[63] Michael Joseph Oakeshott, membro della Fabian Society, è un filosofo della politica ed uno storico del diritto e delle religioni.

conoscenza considerata “inutile” si è dimostrata spesso inaspettatamente utile, e non abbiamo motivo di dubitare che questo possa capitare di nuovo in futuro. Ma se questa generazione desertificherà, come purtroppo sta facendo, interi settori del sapere i nostri figli perderanno un patrimonio di conoscenze potenzialmente inestimabile.
In terzo e ultimo luogo, l’università per la società democratica. Come abbiamo visto, l’università in questi anni è stata schiacciata sugli aspetti economici della sua missione. Ma è ora che l’università ricordi a se stessa, ai suoi studenti e a tutta la cittadinanza di essere una istituzione che in democrazia ha rango quasi costituzionale. È uno di quegli organi intermedi che possono dare un contributo importante a rafforzare la democrazia.
Senza ovviamente mai entrare in politica – intesa come competizione tra forze politiche – l’università ha un enorme potenziale democratico; un potenziale che in altri paesi è chiaro, ma che … attende (sempre) di venire discusso, capito e, soprattutto, praticato. Non solo le sfide includono quella democratica, ma più in generale è legittimo aspettarsi che le sfide metteranno sotto enorme pressione la democrazia: l’università ha il dovere morale di interrogarsi sui suoi doveri nei confronti della democrazia e di agire di conseguenza. In questo libro ci concentreremo solo su studenti, professori e su quella che chiameremo la comunità accademica estesa. Così facendo ritroveremo i tre obiettivi – l’università per la persona, per il sapere e per la società democratica – ma incarnati nelle persone che l’università la fanno vivere tutti i giorni – le persone impegnate nella conversazione così eloquentemente evocata da Michael Oakeshott.

L’universalità delle scienze, con la pluralità (in greco, $\pi o \lambda \iota \upsilon \varsigma$) delle tecniche [64], da cui i nomi di università e politecnici, presuppongono la libertà di ricerca ed insegnamento. Purtroppo la logica del profitto a brevissimo termine, ha annullato questa nobile aspirazione. Pertanto solo ricerche puramente applicate, con immediato tornaconto, sono apprezzate e provviste di risorse. E’ la logica del mercato di paese (contraria alle politiche delle nazioni avanzate) con gravi ripercussioni: fuga di cervelli, deindustrializzazione, balcanizzazione della *Belle Epoqué*, oppure come appare sempre più chiaro “rischio Argentina”.
Negli ultimi decenni, il decremento del numero di studenti, in Facoltà scientifiche e scientifico – tecnologiche, è un dato di fatto, in tutto il mondo occidentale; tuttavia gli studenti in ingegneria crescono in Cina ed India, contribuendo ad una deflazione [65], anche in questo settore. Ad essa, si risponde con politiche di sostegno mirate e non di abbandono che generano ulteriore deflazione: compito di chi studia, in settore scientifico – disciplinare, è capire, quando deve cessare la scienza normale e dare vita ad una rivoluzione scientifica, se essa potrà essere concepita e messa in atto, perché il sonno della ragione genera mostri.
Un antidoto è la volontà di pensare, parlare ed agire, libero da condizionamenti ideologici, attenti alla storia degli uomini, alle loro strutture, organizzazioni ed idee, e rispettosi degli equilibri della natura. Convivenza pacifica e sviluppo sostenibile sono i naturali corollari, per un mondo di tolleranza umana, benessere sociale e progresso civile. L’atteggiamento di *civil servant* è quanto di meglio auspicabile ed una componente, non secondaria, della stima meritata. L’approccio filosofico strutturalista riflette poi l’abito mentale ed il contesto culturale, dove svolgere, al meglio, il proprio lavoro e, in generale, condurre la propria vita.
Nella filosofia della scienza, particolare attenzione è rivolta alla logica della ricerca scientifica. Il dibattito si svolge fra tendenze centrifughe: dall’anarchismo epistemologico all’autoritarismo elitario, dove la costruzione di rivoluzioni scientifiche e la scienza normale sembrano incommensurabili e forse incompatibili. Un tentativo di soluzione è una concezione mediana, basata su programmi di ricerca limitati, fondati su dubbio ed onestà, e verificati a posteriori sui risultati; per contro, circolano invece idee megalomani, propagandate e sostenute spudoratamente. Il passaggio alle cose pratiche è poi irto di difficoltà ed evidenzia conflitti irrisolti.

[64] Il commento, a conclusione dell’appendice, si avvia liberamente ripreso da: Mussio L. (2006): Metageomatica: spunti di riflessione sulla Geomatica. Rivista dell’agenzia del Territorio, anno VI, n. 3, 2006., perché il tema: fondare codiscipline, richiede innanzitutto di operare su un piano di parità e di reciproco rispetto.
[65] La “deflazione” è una condizione (economica) di rinvio e di abbandono, perché molto poco conveniente, e purtroppo è una condizione (economica) che si auto-riproduce, aggravando proprio la condizione di rinvio e di abbandono, mentre per combattere la “deflazione” sono necessarie politiche (economiche) mirate di sostegno.

Conclusione

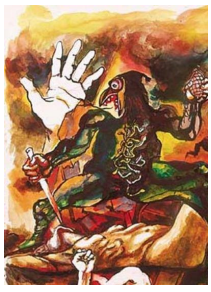
Il mondo delle informazioni avviluppa il mondo reale, quasi replicandolo, e la sua onnipresenza contribuisce a superare i limiti di spazio e tempo del mondo reale. Questi fatti hanno un pesante impatto anche sul mondo delle geoinformazioni, non un sistema a sé, separato da tutto, ma un unico amalgama con tanti sistemi, per lo più, complessi e caotici, fortemente integrati tra loro. Tutto ciò deve spingere oggi geodeti e geomatici ad una, vera e propria, presa di coscienza dei nuovi compiti, loro imposti (ed anche per questo, è bene ragionare pacatamente e facilitare il dialogo costruttivo).

Infatti geodeti e geomatici non sono più artigiani raffinati, come gli antichi cartografi ed agrimensori, ma parte integrante del cosiddetto villaggio globale. Di conseguenza, se anche il mezzo è il messaggio, nel cosiddetto villaggio globale (pur senza forzare il senso delle espressioni usate), il mondo delle geoinformazioni non è neutro rispetto l'impatto nel sistema/mondo. D'altra parte, il dibattito sulla neutralità della scienza, non banalizzato (seguendo pessime mode antiscientifiche), va considerato in base alle gravide conseguenze di scoperte scientifiche ed innovazioni tecnologiche [66].

La domanda: quale anima per il sistema/mondo delle geoinformazioni, impone non solo di vedere, ma anche di comprendere, a fronte dell'acquisizione, elaborazione ed archiviazione della moltitudine dei geodati e soprattutto della galassia delle immagini. Allora il tema di misurare la qualità va oltre l'etica della convinzione e della responsabilità, anche solo per ritrovarla, liberamente contrattata e condivisa. In questo modo, le domande: uguali o diversi e liberi o schiavi, portano alla domanda vero o falso: a sua volta, questa coinvolge questioni etiche, come i diritti ed i doveri di tutti e le colpe collettive.

Tuttavia rifiutando soluzioni moralistiche, tentativi di soluzione sono dati dall'etichetta che va dall'educazione civica ad un galateo minimo, collegata al problema del bello ed alla civilizzazione dei conflitti. Dopodiché il dibattito si estende al confronto fra militarizzazione del mondo antico e tecnocrazia di quello contemporaneo, al cammino dei diritti (dall'Umanesimo, al Rinascimento ed alla Riforma, ed all'Illuminismo), alla povertà del terzo mondo ed ai momenti alti della cultura, come antidoto alla barbarie. Infatti il lungo cammino verso la modernità riconosce l'opportunità di poter/dover porre correttamente solo domande penultime.

A mo' di premessa storica, le antinomie kantiane segnano il displuvio tra un prima ed un dopo l'età della ragione. Il ragionamento si dipana su varie questioni per l'esercizio del potere, la repressione del sorvegliare e punire, i vantaggi di una prospettiva repubblicana ed una concezione federalista (opposta ad un impero), e l'elogio del relativismo moderato. Una conclusione possibile verte sulla soglia luterana della modernità, sul dibattito tra marxiani e marxisti, e su quale futuro aspetta il mondo contemporaneo e, in questo ambito, si collocano aspetti epistemologici, costituenti un'interfaccia della Geomatica con le scienze umane.



Renato Guttuso, Il sonno della ragione genera mostri (L'Espresso, 17 agosto 1980 [67])

[66] Non solo i missili intercontinentali e le bombe a grappolo sono armamenti bellici, ma anche gli specchi ustori e le falangi macedoni.
[67] Alle 10.25, del 2 agosto 1980, una bomba assassina ha fatto strage, alla Stazione di Bologna, causando 85 morti ed oltre 200 feriti.

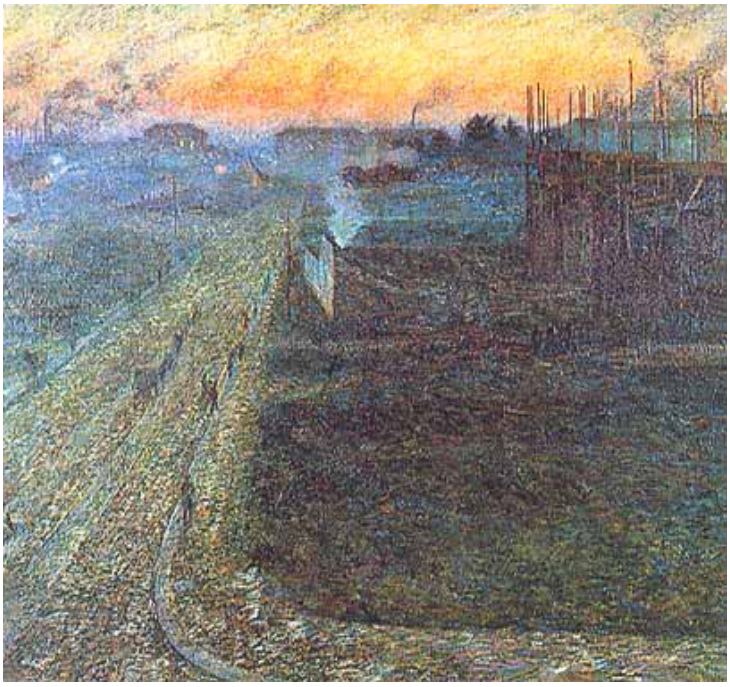
Quanto segue è solo un tentativo informale, di elencare le possibili codiscipline, inerenti tutte le discipline del rilevamento (dalla Geodesia alla Geomatica), dando il via ed organizzando, al meglio, una colletta di idee:

- Geodesia teorica ed Analisi matematica, qui addirittura riconoscendo una continuità storica di persone che insieme, negli ultimi quattro secoli, hanno contribuito alla crescita comune di entrambe;
- GPS, come pure SAR interferometrico, e Fisica delle alte frequenze, perché il passaggio dalla teoria alla pratica, passa per la sensoristica e la sua modellazione fisico-matematica;
- Topografia automatica e Robotica, perché i robot rilevatori posizionano punti (e si posizionano) proprio con le stesse modalità del rilevamento topografico classico, ma con gli automatismi specifici;
- Fotogrammetria, come pure Laser scanning, e Geometria proiettiva, anche qui riconoscendo un legame storico, solo recentemente riscoperto e foriero di conseguenze positive;
- Fotointerpretazione ed Analisi d'immagini, con vantaggi da ambo i lati, in quanto la prima abbisogna di tecniche innovative e la seconda dei riferimenti rigorosi alla geometria sottostante;
- Telerilevamento e Diagnostica per immagini, perché il passaggio dalla teoria alla pratica, anche in questo caso, passa per la sensoristica e la sua modellazione fisico-matematica [68];
- Cartografia informatica ed Informatica territoriale, ancora con vantaggi da ambo i lati, in quanto la prima abbisogna di tecniche innovative [69] e la seconda dei riferimenti rigorosi alla geometria sottostante;
- GIS/LIS e Basi di dati dinamiche a referenza spaziale, perché la relativa novità di entrambe le discipline, effettivamente contigue, dovrebbe spingerle ad integrarsi maggiormente, quasi fondendosi;
- Trattamento delle Osservazioni e Statistica computazionale, qui riconoscendo una continuità storica di persone che insieme, da molto tempo, hanno contribuito alla crescita comune di entrambe;
- Analisi dei dati e Statistica spaziale, anche qui addirittura riconoscendo una continuità storica di persone che insieme, in tempi più recenti, hanno contribuito alla crescita comune di entrambe;
- Geomatica applicata e Scienze della terra e natura, e le Discipline ingegneristiche ed architettoniche, perché l'essere *user friendly* delle moderne tecnologie del rilevamento le rende patrimonio universale;
- Applicazioni geomatiche "di confine" e Scienze umane, nonché altre discipline (ad esempio, Medicina), perché le modalità d'uso della Geomatica possono offrire contributi validi in moltissimi campi del sapere.

A riguardo, fondamentale è il modo di approcciarsi alle cosiddette codiscipline; infatti due errori sono qui da evitare: la protervia e la subalternità. In entrambi i casi, si tratta di errori gravissimi e pregiudizievoli, per ogni positivo sviluppo futuro, in quanto la protervia è villania e distrugge qualsiasi incontro/discorso/confronto [70], mentre la subalternità si mostra completamente inadatta, perché un qualsiasi incontro/discorso/confronto non può mai avvenire con il "capello in mano" [71].

Di conseguenza, inventare, mettere in atto e controllare le codiscipline è anche trovare un metodo di lavoro, originale ed innovativo, che fa del piano di parità e del reciproco rispetto i punti essenziali dell'auspicato incontro/discorso/confronto. Per contro, sicuramente le codiscipline sono oggi necessarie per le discipline del rilevamento, ma sicuramente altre codiscipline sono utili in altri settori, dal momento che tutti i settori stanno allargandosi, frazionandosi e contaminandosi l'un l'altro (talvolta anche con modalità multiple).

[68] L'alternativa debole è solo guardare i colori, cosa poco interessante, in sé, ed ormai sicuramente datata.
[69] Soprattutto in questo caso, ma non solo, le suddette tecniche innovative sono offerte dalla Geometria computazionale.
[70] Il fatto che la storia ricordi geni isolati, dal carattere impossibile, non è di buon auspicio, soprattutto oggi, sommersi dalla complessità.
[71] Non si fa qui alcun riferimento a chi vuole umilmente imparare, con tanta buona volontà, seppure partendo da proprie gravi lacune.



Umberto Boccioni, Crepuscolo (Fondazione Pasquinelli, Milano)

Alberto Savinio, La città delle promesse (Pinacoteca di Brera, Milano)

In analogia al passaggio dalla città industriale moderna alla città delle connessioni contemporanea, anche il passaggio dalle discipline consolidate di settore a codiscipline, originali ed innovative, è momento importante (e quasi indispensabile), per entrare nella post-modernità, criticamente e dialetticamente, a pieno titolo. A riguardo, resta da osservare come il secondo dipinto cerchi di mettere in luce una certa dinamicità, con le forme non allineate ed addossate, laddove le connessioni formano e disfano ponti, a qualsiasi distanza.

Ancora a proposito dell'impegno, contro il tradimento dei chierici [72], e della relazione fra cultura e politica.

[72] Il tradimento dei chierici è l'invettiva del francese Julien Benda, filosofo realista della politica, nel periodo fra le due guerre mondiali.

Racconta il romanziere Michal Mareš che un giorno del 1912 Kafka partecipò a una manifestazione di protesta contro l'esecuzione dell'anarchico Liabeuf a Parigi; la polizia fece violentemente irruzione nella riunione e, nel bel mezzo del diverbio, tutti poterono vederlo, altissimo e magro, con la sua faccia da uccellino, "immobile in piedi in mezzo alla battaglia tra poliziotti e manifestanti", mentre si rifiutava di ubbidire all'ordine di sciogliersi in nome della legge, finché le guardie non se lo portarono al commissariato. I due fatti che ho appena riferito sono per me il duplice emblema del nuovo intellettuale. Un vecchio amico e io siamo soliti discutere da anni, tra un bicchiere e l'altro, sulle caratteristiche che dovrebbe avere la nostra società perfetta; alla fine, dopo molte discussioni, siamo giunti alla conclusione che in quella repubblica ideale ci sono soltanto tre personaggi imprescindibili: un maestro, un medico e un uomo che dice "no". Il maestro è colui che insegna a vivere; il medico è colui che insegna a morire; l'uomo che dice "no" è colui che preserva la dignità collettiva: è l'uomo che, nelle situazioni limite, nei momenti più rischiosi, quando si decide il destino della società ed è più difficile conservare i nervi saldi e tutti o quasi tutti perdono il senso della realtà e dicono "sì" per un errore di valutazione e chi non lo fa non osa dire "no" per timore di essere rifiutato dalla maggioranza, in quel momento, dopo essere andato in piscina e avere riflettuto senza fretta e con la massima serietà ed essere giunto a una conclusione, ha il coraggio di dire "no", tranquillamente, senza alzare la voce, con la stessa ostinata impavidità e la stessa mancanza di gestualità e la stessa discrezione inflessibile e la stessa dignità statuaria con cui Kafka disse "no" quel giorno del 1912, nel bel mezzo della battaglia tra la polizia e i manifestanti. Quest'uomo non vuole erigersi a esempio per nessuno né dare lezioni a nessuno; e non dice "no" per il piacere o il capriccio o la vanità della contraddizione, né è un conformista dell'anticonformismo, né dal suo rifiuto ottiene qualche reddito economico e professionale: semplicemente ha il coraggio di pensare con lucidità e di agire in accordo con ciò che pensa. Quest'uomo è il nemico del popolo di Ibsen, l'uomo in rivolta di Camus, in molti sensi il protagonista dei grandi romanzi di Kafka. Quest'uomo incarna la dignità [73] (Javier Cercas Mena, scrittore e saggista spagnolo contemporaneo).

Murales alla stazione di Cucciago (CO)

[73] Ovviamente la qualità di una risposta dipende dalla domanda, cosicché talvolta è un "sì" (e non un "no") ad essere rivoluzionario.

Un bel murales, quasi per caso, trovato a Cucciago, in una piccolissima stazione del Basso Comasco (non lontano dalla cittadina di Cantù), dà l'occasione per constatare come si possa fare arte povera e spontanea, senza imbrattare con brutti scarabocchi (alla stazione di Milano Porta Garibaldi, addirittura sui murales, fatti dagli allievi di istituti d'arte). In più, proprio il contenuto di questo murales risponde bene al tema generale di questo lavoro. Infatti l'invito/appello all'istruzione, a fronte della necessità dell'intelligenza di tutti, bene si lega alla fame di idee che, lungi da rimanere proprietà dei singoli, devono essere (e diventare sempre di più) un patrimonio collettivo.

In questo modo, l'intellettuale collettivo (di gramsciana memoria) è uno strumento, critico e dialettico, capace di operare non solo culturalmente, tra tutte le scienze e le tecniche, le letterature e le arti tutte, ma anche politicamente, nella società (del suo tempo) e nella storia. Scambiarsi idee è il primo passo, per concorrere ciascuno alla formazione dell'intellettuale collettivo cui deve seguire il rimboccarsi le maniche e lo sporcarsi le mani. Ovviamente dalle scienze alla storia, così come dalla formazione all'impegno, un "viceversa" è poi sempre necessario, perché per evolvere positivamente non servono illusorie linee rette, ma più realistiche evoluzioni a spirale (che apparentemente sembrano quasi circoli chiusi).

Ringraziamenti

Gli autori ringraziano vivamente le/gli allieve/i dei corsi: La Geomatica incontra le Scienze umane e Critica dialettica del Trattamento delle Osservazioni (del Dottorato di Ricerche in Ingegneria Ambientale e delle Infrastrutture del DICA – Politecnico di Milano: Susanna Alberti, Matteo Antelmi, Martina Ballarin, Alessandra Bonicelli, Valentina Buttolo, Laura Carcano, Loris Colombo, Gianluca Crotti, Valentina Dante, Erika De Finis, Naida Di Nino, Antonio Di Trapani, Roberta Fagandini, Ilaria Ferrando, Erika Ferrari, Valentina Forcella, Rossana Gini, Caterina Gottardi, Annamaria Künzle, Alessandro Mandelli, Benedetta Marmiroli, Maria Vittoria Mastronardi, Marco Magnoni, Barbara Padova, Diana Pagliari, Nicola Pepe, Mattia Previtali, Luigia Riefolo, Giulia Ronchetti, Francesca Scarpa, Dario Topini, Stefania Vismara) che, con la loro partecipazione, attiva e costruttiva, hanno contribuito a migliorare il primo corso e/o costruire positivamente il secondo [74].

Bibliografia minima

Carrón J. (2015): La bellezza disarmata [75]. Rizzoli, Milano.
Chiodo S. (2016): Che cos'è un ideale. Da Platone alla filosofia contemporanea. Carrocci Editore, Roma.
Chomsky N. (2016): Chi sono i padroni del mondo. Ponte alle grazie, Milano.
Domingos P. (2016): L'Algoritmo Definitivo. La macchina che impara da sola e il futuro del nostro mondo. Bollati Boringhieri, Torino.
D'Orsi (2016): L'anno della rivoluzione – 1917. Editori Laterza, Bari.
Khanna P. (2016): Connectography – Le mappe del futuro ordine mondiale. Fazi Ed., Roma.
Lichtblau E. (2015): I nazisti della porta accanto. Come l'America divenne un porto sicuro per gli uomini di Hitler. Bollati Boringhieri, Torino.
La Cecla F. (2015): Contro l'urbanistica. La cultura delle città. Einuadi, Torino.
Morin E. (2016): 7 lezioni sul pensiero globale. R. Cortina Ed., Milano.
Rodotà S. (2012): Il diritto di avere diritti. Ed. Laterza, Bari.
Rosso R. (2015): The Star Grabber. L'uomo che rastrellava le stelle. Il nuovo melangolo, Genova.
Russo L. (2013): L'America dimenticata. I rapporti tra le civiltà e un errore di Tolomeo. A. Mondadori Università, Milano.
Russo L. (2015): La rivoluzione dimenticata. Il pensiero scientifico greco e la scienza moderna. Universale economica Feltrinelli / Saggi, Milano.
Searle J.R. (2016): Vedere le cose come sono. Una teoria della percezione. R. Cortina Ed., Milano.
Wade D. (2015): Geometria fantastica. I poliedri e l'immaginario artistico nel Rinascimento. Sironi Ed., Milano.

[74] Gli autori avvertono che questi lavori sono spesso composti da citazioni e riporti da/di testi (tutti ampiamente documentati sulle loro fonti), ma fanno altresì ben notare come, non abbisognando proprio di accrescere i loro titoli, abbiano evitato di parafrasare lavori altrui, come purtroppo, a volte, accade di osservare in lavori, redatti in gruppo, prodotti in serie e di contenuto abbastanza insulso, seguendo filoni alla moda, talvolta addirittura abbastanza vacui e/o di corto respiro.

[75] Il libro presenta, come verità incontestabili, tesi molto discutibili, come ad esempio, la riduzione della storia europea a storia cristiana: oltretutto un grave falso storico.