

RILEVAMENTO E CONTROLLO

Luigi Mussio
Politecnico di Milano – DICA
Piazza L. da Vinci, 32 – 20133 Milano
Tel. 02-2399-6501, Fax. 02-2399-6602
e-mail luigi.mussio@polimi.it

RIASSUNTO

La topografia generale e la cartografia costituiscono un esempio d'applicazione della statistica: dall'analisi dei dati alla statistica computazionale, passando attraverso la statistica descrittiva sui dati acquisiti, la stima dei parametri dei modelli adottati, nonché la validazione dei dati e dei modelli. La ragione della scelta sta, da un lato, nella relativa facilità dei modelli usati, tipici della geometria dello spazio e, dall'altro, nella notevole mole di dati che le reti geodetiche e topografiche, e le rappresentazioni cartografiche presentano. Quanto segue intende mostrare i modelli geometrici impiegati nella topografia generale e nella cartografia, mettendo in evidenza particolari aspetti statistici e numerici. Resta da sottolineare come l'importanza dell'esempio prescelto stia proprio nell'essere le suddette topografia generale e cartografia, fondate sulla geodesia fisica e geometrica, uno dei primi due esempi storici, essendo il secondo esempio storico l'astronomia di posizione, fondata sulla meccanica celeste.

INTRODUZIONE

Il rilevamento geodetico (geometrico) e topografico consiste nella determinazione della posizione planoaltimetrica di un numero sempre molto elevato di punti¹. Nell'organizzare un rilevamento i punti devono essere nettamente distinti in due categorie:

- ❑ I punti d'inquadramento che costituiscono la struttura portante del rilevamento e possono essere chiamati punti trigonometrici o caposaldi principali fondamentali, per la determinazione della sola posizione altimetrica.
- ❑ I punti di dettaglio che servono a definire le particolarità del terreno o dei manufatti la cui posizione è determinata con riferimento a uno o più punti d'inquadramento.

Le operazioni geodetiche e topografiche sono descritte compiutamente, solo dopo aver definito le modalità di misura e calcolo per la determinazione delle posizioni plano – altimetriche dei punti d'inquadramento ed i vari modi per eseguire osservazioni, calcoli e disegni relativi ai punti di dettaglio.

- ❑ I punti d'inquadramento sono, in generale, una piccola frazione della totalità dei punti rilevati. Essi sono materializzati con segnali che permangono nel tempo e sono rilevati con metodi raffinati di misura e di calcolo. Le loro coordinate sono calcolate sempre con una precisione congruente a quella delle misure e, in generale, eccedente la precisione richiesta dalla rappresentazione grafica.
- ❑ I punti di dettaglio sono in numero nettamente superiore ai punti d'inquadramento. Essi si rilevano con operazioni di misura meno raffinate, comunque di precisione sufficiente, ma più rapide.

¹ Il rilevamento geodetico (fisico) consiste invece nella determinazione del campo della gravità terrestre. Si noti inoltre come altre osservazioni di natura fisica riguardino la rifrazione atmosferica.

Spesso il rilevamento geodetico e topografico, specie alle scale più grandi (dall'1:200 all'1:2000), è effettuato per limitate estensioni ed ha lo scopo di fornire il documento necessario per la progettazione di un'opera di ingegneria civile. In questi casi, i punti d'inquadramento hanno la doppia funzione di servire come base per il rilevamento di dettaglio e riferimento per il tracciamento dell'opera. Pertanto i punti d'inquadramento saranno ubicati in relazione alle necessità del rilevamento, vero e proprio, del terreno, ma anche in posizioni che consentano un'agevole e tecnicamente corretta operazione di tracciamento. Si noti a riguardo, come viepiù oggigiorno, abbia proprio senso parlare di rilevamento geodetico, anche in questo caso, affinché la base di dati acquisita possa entrare a far parte di un sistema informativo geografico o territoriale, per quanto spesso dedicato.

Anche nel rilevamento per un qualsiasi sistema informativo geografico o territoriale si possono distinguere i punti d'inquadramento ed i punti di dettaglio. Il suddetto sistema descrive un oggetto, per via puramente numerica, dando per ogni punto le tre coordinate che ne definiscono la posizione. Un esempio particolare è fornito dal catasto geometrico, dove ogni particella, cioè ogni area delimitata da un certo perimetro e appartenente ad un determinato proprietario, è definita dalle coordinate dei punti che identificano tale perimetro. In generale, in un lavoro di rilevamento si possono distinguere le seguenti fasi:

- A. Progettazione: in questa fase, definito il tipo di rilevamento e la zona da rilevare, si procede alla raccolta di tutte le informazioni utili, circa l'esistenza o meno e l'utilizzabilità di reti preesistenti, di rilevamenti già eseguiti ed altro, ricercando in situ, sulla base delle monografie, i segnali che materializzano i punti trigonometrici ed i caposaldi di livellazione noti. Accurate ricognizioni conducono alla definizione della rete d'inquadramento, ad una serie di scelte, circa gli strumenti e le misure per rilevarla, ed alla definizione del metodo per eseguire il rilevamento di dettaglio.
- B. Esecuzione delle misure: sulla base del progetto, studiati ed organizzati i movimenti degli operatori con gli strumenti, tenendo conto delle vie percorribili e delle difficoltà d'accesso a determinati punti, si eseguono nella maniera più produttiva possibile le misure. Nel contempo, si controllano le misure effettuate, in modo da poter ripetere subito, cioè prima del rientro in sede della squadra operativa, quelle misure che risultassero affette da errori grossolani.
- C. Esecuzione dei calcoli: questo lavoro è eseguito con l'aiuto di calcolatori. Per una razionale organizzazione del lavoro di calcolo, i supporti che contengono le misure fatte, con le opportune note esplicative, devono permettere il riconoscimento dell'operazione eseguita e del procedimento di calcolo. Inoltre per favorire l'automaticità del procedimento di calcolo i supporti devono contenere misure, in modo da poter procedere all'immediata immissione dei dati ed alla successiva esecuzione del calcolo.
- D. Esecuzione dei disegni: in questa fase, con modalità diverse, ma comunque a partire dalle basi di dati memorizzate, si archiviano le posizioni dei punti rilevati e si procede al delineamento delle particolarità degli oggetti rilevati (terreno e/o manufatti). Dalle basi di dati strutturate, si producono mappe numeriche del rilevamento che, una volta verificate e collaudate, possono essere direttamente fornite all'utente.
- E. Collaudo: esso consiste nell'eseguire misure e calcoli di controllo che permettono di verificare la rispondenza del rilevamento eseguito a quelle norme contenute nel capitolato d'appalto, circa la precisione degli elementi costituenti il rilevamento, nonché la quantità e la qualità dei particolari che descrivono l'oggetto. Il collaudo è eseguito con modalità diverse, in base al tipo di rilevamento ed ai metodi e mezzi adoperati, ma comunque richiede, da parte del collaudatore, una profonda conoscenza

di tutte le tecniche impiegate, in modo da poter, senza eccessivo onere, giungere ad un sicuro giudizio sull'intero lavoro eseguito.

Prima di entrare nei dettagli sui fondamenti geometrici delle discipline del rilevamento, occorre mettere in luce, come l'ormai acquisita rivoluzione dell'elettronica e dell'informatica, con l'apporto fattivo delle tecnologie dell'informazione, abbia facilitato il modo di procedere e, in particolare, l'abbia reso dinamico ed interattivo, ma non abbia cambiato di molto la sua natura di fondo. Il calcolo sostituisce tavole, abachi e macchine calcolatrici con il calcolatore, la visualizzazione sostituisce fogli e mappe con fogli elettronici e schermi video – grafici, ma è un guadagno in velocità e sicurezza, non in rigore ed attendibilità.

PARTE I – FONDAMENTI GEOMETRICI DELLE DISCIPLINE DEL RILEVAMENTO

1. Definizione di rete geodetica o topografica

Il rilevamento dei punti d'inquadramento è eseguito mediante osservazioni di direzioni azimutali, angoli zenitali, distanze e dislivelli, nonché di osservazioni geospaziali (ad esempio, misure con il sistema GPS). In passato, gli schemi di misura e calcolo per il rilevamento di un complesso di punti erano limitati e si ricorreva sempre in pratica a triangolazioni, intersezioni e livellazioni: operazioni in cui le misure angolari od i dislivelli sono in numero predominante. La disponibilità di distanziometri e di ricevitori satellitari ha notevolmente allargato le possibilità facendo sì che le misure di distanze o delle componenti di distanze possano essere considerate alla pari o superiori, per quanto riguarda precisione e rapidità di esecuzione, delle misure angolari.

Anzitutto è opportuno definire, cosa si intende per rete di punti d'inquadramento. In figura I.1a, è riportato uno schema di rilevamento, dove i punti A e B sono punti di coordinate note, mentre i punti 1, 2, 3 e 4 sono da rilevare. In tale schema, ogni punto è rilevato indipendentemente dagli altri, mediante le misure degli angoli $\widehat{AB1}$, $\widehat{AB2}$, $\widehat{AB3}$, $\widehat{AB4}$ e le distanze $\overline{B1}$, $\overline{B2}$, $\overline{B3}$ e $\overline{B4}$. La precisione della posizione di ogni punto è indipendente dalla posizione del punto e funzione solo degli errori accidentali di misura o degli errori sistematici da cui sono affette le osservazioni che lo determinano. Nello schema di figura I.1b, il rilevamento degli stessi punti è eseguito, secondo un criterio diverso, immaginando i punti congiunti a due a due in modo da formare una rete, ovvero un complesso di figure geometriche aventi lati in comune.

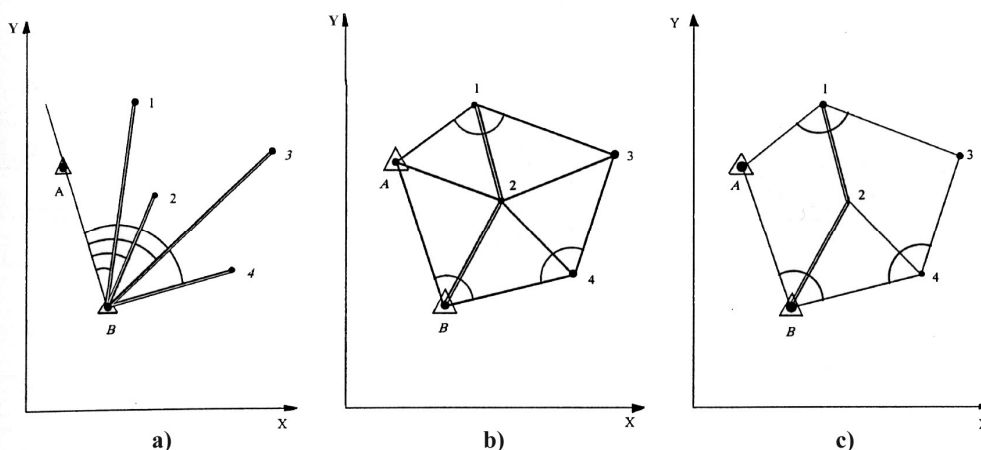


Fig. I.1 – Schemi di reti geodetiche e topografiche.

Per determinare la posizione dei punti, ovvero la forma e le dimensioni della rete, da cui si deducono le coordinate, si eseguono le misure degli angoli $\widehat{AB}2$, $\widehat{2B}4$, $\widehat{A1}2$, $\widehat{21}3$, $\widehat{B4}2$, e $\widehat{24}3$ e le misure delle distanze $\overline{2B}$ e $\overline{21}$. Tali misure sono sufficienti a determinare la rete (si possono calcolare per via trigonometrica tutti gli elementi di tutti i triangoli) ed è evidente che la posizione di ogni punto dipende dalla posizione degli altri. Ad esempio, non si può ricavare la posizione del punto 3, se preventivamente non si ricava le posizioni dei punti 1 e 4, a loro volta, definite dalla posizione del punto 2.

Si noti come non sia tanto importante qui la successione dei calcoli, ma il fatto che la precisione dei punti rilevati dipenda dal complesso delle osservazioni eseguite. Ad una prima analisi, si può notare che la precisione della posizione del punto 2 dipende dalla precisione di due sole misure, mentre quella del punto 3 dipende dalla precisione di tutte le misure fatte. Tuttavia non si può trarre la conclusione che lo schema a misure indipendenti sia più favorevole di quello a rete, perché occorre tenere presente altre condizioni limitative.

- ❑ Non è possibile, per questioni di visibilità, eseguire misure fra punti lontani e spesso, a causa della morfologia degli oggetti, anche tra punti relativamente vicini. Per determinare punti d'inquadramento su una vasta area è giocoforza ricorrere ad uno schema di rilevamento a rete. L'impiego di osservazioni geospaziali (ad esempio, misure con il sistema GPS) supera solo, parzialmente, queste limitazioni. Inoltre con specifico riferimento alle misure con il sistema GPS, si osservi come queste abbiano spesso bisogno di osservazioni topografiche, per collegare i punti GPS a punti di riferimento, stabilmente monumentati.
- ❑ Anche ammesso che la visibilità fra punti lo permetta, ovvero che i punti d'inquadramento siano distribuiti in una zona avente dimensioni di qualche decina di chilometri e che siano visibili, tra loro, anche i punti più distanti, oppure che si faccia uso di osservazioni geospaziali (ad esempio, misure con il sistema GPS), lo schema a rilevamento indipendente potrebbe non essere più favorevole. Occorre tenere presente che, in generale, la precisione relativa delle misure diminuisce all'aumentare della distanza fra i punti e che lo schema a rete, permettendo misure tra punti più vicini, può consentire risultati migliori. Tuttavia non si può dare, su questo argomento, indicazioni valide in generale, poiché le situazioni devono essere analizzate, caso per caso, tenendo presente le caratteristiche e la precisione degli strumenti che si hanno a disposizione.
- ❑ Inoltre la precisione di determinazione della posizione di un punto dipende spesso, a parità di precisione delle osservazioni, dalla forma della figura che ha, per punti, il punto in questione ed i punti rispetto ai quali il punto è collegato. Pertanto uno schema a rilevamento indipendente è meno flessibile di quello a rete. Infatti nel rilevamento indipendente, le figure sono, per necessità, determinate dai punti noti e dai vari punti da rilevare e possono assumere configurazioni sfavorevoli, mentre nello schema a rete si possono sempre, eventualmente inserendo altri punti nello schema, configurare le soluzioni più favorevoli, ovvero configurare la rete con figure di forma ottimale.
- ❑ Per ottenere una valida compensazione occorre che gli elementi misurati di un sistema geometrico siano in numero sensibilmente superiore al minimo richiesto. Uno schema a rete è in tal senso favorito, perché può consentire un maggior numero di misure sovrabbondanti (nelle figure I.1b e I.1c, sono stati riportati due schemi geometrici di rete redatti secondo le due procedure).

In conclusione, la differenza sostanziale fra uno schema di rilevamento indipendente ed uno schema di rilevamento a rete è che, nel secondo caso, i punti da rilevare sono collegati, tra loro, da misure dirette, nel primo caso invece, i punti da rilevare sono collegati solo ai punti di coordinate note e sono determinati in maniera indipendente l'uno dall'altro. Di conseguenza, una rete di punti è un insieme di punti le cui posizioni sono rilevate mediante osservazioni di direzioni azimutali, angoli zenitali, distanze, componenti di distanze e dislivelli, in numero superiore al minimo necessario ed in modo che siano eseguite misure, per collegare direttamente ciascun punto ai punti più vicini.

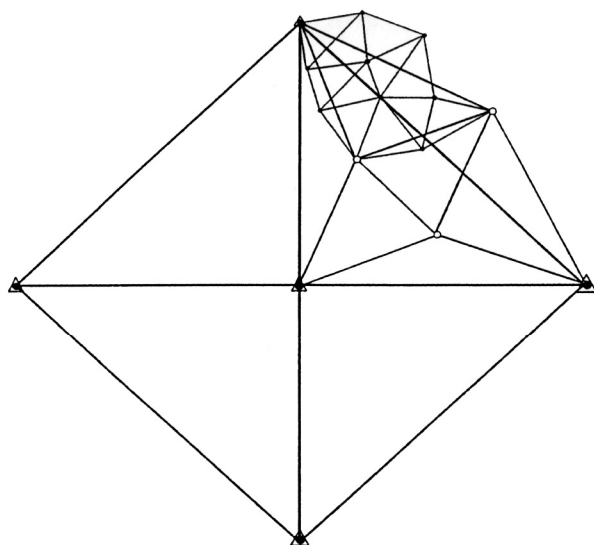
Schema di una rete

Per definire lo schema geometrico di una rete, si possono seguire due vie.

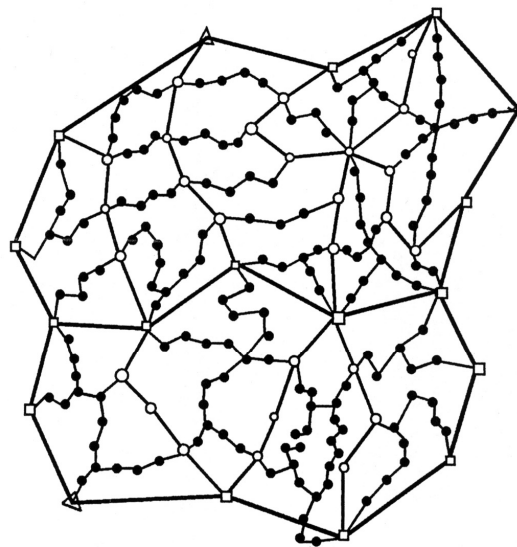
- Le posizioni approssimate dei punti sono riportate su una carta (cartacea o numerica) e congiunte a due a due in modo da formare un complesso di figure poligonali, spesso triangoli, che si chiama schema geometrico della rete. Su tale schema, con opportuni simboli, si denotano le osservazioni che si intendono eseguire, in numero minimo sufficiente od in numero sovrabbondante, in modo che ogni figura componente sia determinata nella sua forma e dimensioni. Questa procedura favorisce il calcolo della rete, dato che la conoscenza delle relazioni fra gli elementi di una figura permette di individuare facilmente lo schema di calcolo. Inoltre conoscendo le condizioni di configurazione ottimale di ogni figura, permette di tracciare uno schema che rispetti il più possibile tali condizioni. Ad esempio, nel caso di una rete di punti rilevata per triangolazione, è noto che le figure componenti sono triangoli, definiti mediante la misura di lati ed angoli, dove la forma ottimale di ciascun triangolo è equilatera. Così facendo, il rilevamento è concepito come determinazione della forma e delle dimensioni delle figure che hanno per punti i punti da rilevare.
- Riportate sulla carta le posizioni approssimate dei punti, si definiscono le osservazioni che permettono di determinare la posizione di ciascun punto della rete, con riferimento agli altri punti, e si tracciano solo i lati osservati, ovvero quei lati su cui si intende effettuare operazioni di misura. Questa procedura può essere proficuamente seguita, se non si opera con uno schema prefissato di rilevamento (quali sono, ad esempio, le poligonazioni, triangolazioni, trilaterazioni, intersezioni, livellazioni), ma si vuole rilevare la rete con diversi tipi di misure, adattate alle situazioni. Allora per ogni punto da rilevare, si sceglie la combinazione di misure più favorevole, in relazione alla posizione in cui si trova rispetto agli altri punti della rete, ovvero quella che consente di ottenere la migliore precisione con le modalità operative più semplici. Questa procedura è conveniente, soprattutto se il calcolo della rete è basato sulla risoluzione di un sistema di equazioni d'osservazione, dove si scrive un'equazione per ogni osservazione. Sono evitate così tutte le considerazioni sulla scomposizione elementare delle figure della rete e, con più aderenza, il rilevamento è concepito come determinazione di posizioni di punti mediante osservazioni.

Ordini delle reti

Quando il numero di punti è elevato, è conveniente procedere al rilevamento e calcolo dell'intera rete, con operazioni successive, dopo avere organizzato il complesso di punti in reti di ordine diverso. Ogni rete è costituita da un numero ridotto di punti, dove è agevole eseguire le misure ed i calcoli.



- ▲ Vertici del 1° ordine
- Vertici del 2° ordine
- Vertici del 3° ordine



- ▲ Vertici di coordinate note
- Poligonali principali
- Poligonali ausiliarie
- Poligonali secondarie

Fig. I.2 – Reti di 1° 2° e 3° ordine.

Fig. I.3 – Rete di poligonali organizzata in ordini diversi.

- La rete del 1° ordine ha i punti distribuiti su tutta l'area interessata, a distanza notevole l'uno dall'altro, ma comunque tale da consentire un'elevata precisione nei risultati. Essa è rilevata con i metodi più precisi di misura ed è calcolata e compensata, globalmente, con i metodi più raffinati di calcolo ed analisi.
- Le reti di 2° ordine sono ubicate nelle maglie della rete di 1° ordine. Ognuna di esse ha un'estensione molto ridotta, rispetto a quella della rete di 1° ordine, ed è inquadrata con riferimento ai punti di 1° ordine più vicini.
- Nelle maglie delle reti di 2° ordine, si rilevano reti di 3° ordine e così via fino ad avere, su tutto l'area da rilevare, un numero sufficiente di punti, a distanza sufficientemente bassa per permettere il rilevamento dei punti di dettaglio, parzialmente indipendente dalla scala del rilevamento (Fig. I.2).

Si noti come anche una rete di poligonali (a riguardo, si veda più oltre) può essere organizzata in ordini diversi. Ogni rete di ordine inferiore è inquadrata rispetto ai punti più vicini della rete di ordine superiore. Nell'eseguire i calcoli d'inquadramento i punti della rete di ordine superiore sono spesso reputati in posizioni prive d'errore. Questa è un'ipotesi semplificativa che agevola e rende praticamente possibili i calcoli di compensazione per tutti gli innumerevoli punti necessari al rilevamento di una grande estensione. A rigore tuttavia, quest'ipotesi non è quasi mai verificata. Infatti essa sarebbe verificata, qualora la precisione intrinseca, dipendente dalle sole osservazioni fatte, di una rete da inquadrare fosse decisamente inferiore alla precisione dei punti della rete di ordine superiore che serve di inquadramento. L'esame critico di reti

realizzate, tenendo conto delle precisioni strumentali può mostrare che è piuttosto difficile sostenere tale affermazione.

D'altra parte, l'alternativa logicamente corretta sarebbe quella di compensare globalmente tutte le reti insieme, cosa praticamente irrealizzabile, tenuto conto anche di sempre possibili estensioni, raffittimenti, ecc.; di conseguenza, è giocoforza necessario adeguarsi allo schema esposto. Deriva da ciò l'estrema importanza della rete di 1° ordine che deve essere rilevata e compensata nel migliore dei modi, in quanto una qualunque deformazione di questa rete influisce sulla posizione di tutti i punti, mentre le deformazioni delle reti di ordine inferiore sono sempre localizzate.

Le reti di ordine inferiore possono essere rilevate con strumenti di precisione inferiore a quella degli strumenti impiegati per la rete di 1° ordine. Ciò non abbassa, in maniera sensibile, la precisione della posizione dei punti di ordine inferiore, proprio perché la rete ha dimensioni ridotte. In definitiva, la precisione della posizione dei punti diminuisce passando, da un ordine al successivo, ma in maniera poco sensibile, cosicché si può ritenere che un complesso di punti, organizzato in 1°, 2° e 3° ordine, abbia una precisione pressoché uniforme.

Può fare eccezione l'ultimo ordine, ovvero quello che si trova immediatamente a monte del rilevamento di dettaglio. Se la scala del rilevamento è piccola, si possono tollerare, per questi punti, precisioni decisamente inferiori, a quelle ammissibili per i punti di ordine superiore, perché la loro funzione è solo quella di localizzare ed orientare gruppi di punti di dettaglio. Infatti poiché i punti di dettaglio sono riportati, graficamente, con un errore di graficismo dell'ordine di 0.25 mm , per questi punti, è sufficiente che la precisione sia non inferiore ad 0.1 mm moltiplicato per il denominatore della scala (ad esempio, per un rilevamento alla scala 1:25.000, la precisione deve essere non inferiore a 2.5 m). In generale, per queste reti chiamate reti di dettaglio, è verificata l'ipotesi che i punti di ordine superiore cui si appoggiano abbiano coordinate praticamente esatte.

Quanto esposto si riferisce, essenzialmente, all'inquadramento di un rilevamento di grandi dimensioni, quale può essere il territorio di una regione, una nazione o un continente. Per le reti relative a rilevamenti non estesi ed a grande scala, oppure relative alla progettazione o tracciamento di opere di ingegneria, in generale, esiste un'unica rete d'inquadramento e, se del caso, una rete di dettaglio. La densità dei punti è molto variabile in dipendenza della scala della carta e del metodo usato per il rilevamento di dettaglio. Se il rilevamento di dettaglio è eseguito con metodi topografici, si ha mediamente:

- scala 1:500 2 – 3 punti ogni ettaro;
- scala 1:1.000 1 – 2 punti ogni 2 ettari;
- scala 1:2.000 1 – 2 punti ogni 2 ettari;
- scala 1:5.000 1 – 2 punti ogni 8 ettari;
- scala 1:10.000 1 – 2 punti ogni 32 ettari;
- scala 1:25.000 1 – 2 punti ogni 80 ettari,

se il rilevamento di dettaglio è effettuato per via fotogrammetrica, la densità dei punti scende notevolmente e si ha come indicazione di massima:

- scala 1:500 2 – 3 punti ogni 25 ettari;
- scala 1:1.000 2 – 3 punti ogni 70 ettari;
- scala 1:2.000 2 – 3 punti ogni 150 ettari;
- scala 1:5.000 2 – 3 punti ogni 270 ettari;
- scala 1:10.000 2 – 3 punti ogni 600 ettari;
- scala 1:25.000 2 – 3 punti ogni 1800 ettari.

2. Schemi di rilevamento planimetrico (e piano – altimetrico)

Gli schemi di rilevamento planimetrico sono noti e consolidati da tempo nelle loro varie tipologie. Resta da osservare come l'acquisita capacità di misurare distanze e, in particolare, le enormi potenzialità del sistema GPS abbiano reso gli stessi schemi: schemi di rilevamento piano – altimetrici.

Reti di poligonali

Lo schema della poligonale è costituito da un complesso di punti, rilevati ripetendo lo schema elementare del rilevamento di un punto per coordinate polari, ovvero come una spezzata congiungente i punti da rilevare e di cui si misurano tutti gli angoli e tutti i lati, partendo da un punto e da una direzione noti. Nella pratica operativa, la poligonale aperta ha sempre due punti noti alle estremità. Essa parte dal punto noto P_1 , dove si misura l'angolo α_1 che il primo lato forma con la direzione, congiungente tale punto con un altro punto noto A , e si chiude sul punto noto P_n , dove si misura l'angolo α_n , che l'ultimo lato forma con la direzione, congiungente tale punto con il punto noto B (Fig.1.4).

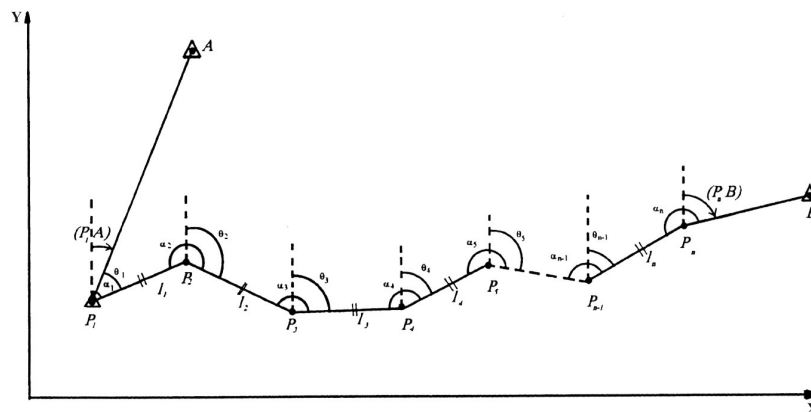


Fig.1.4 – Poligonale aperta controllata agli estremi.

Si hanno tre osservazioni ridondanti rispetto a quelle minime, necessarie per rilevare i punti della poligonale e precisamente l'angolo α_{n-1} , nell'ultimo punto da rilevare P_{n-1} , l'angolo α_n , nel punto noto P_n , e la lunghezza del lato $P_{n-1}P_n$. La poligonale è chiusa, se la spezzata si richiude sul punto di partenza (Fig. 1.5). Una poligonale chiusa può essere orientata, ovvero si possono calcolare le coordinate dei punti rispetto al riferimento di una rete preesistente, se uno dei punti appartiene ad una rete preesistente, oppure è ad essa collegato e si sono eseguite misure angolari che permettono di ricavare l'angolo di direzione θ di uno dei due lati uscenti dal punto noto (Fig. 1.5a). Altrimenti la poligonale chiusa è a sé stante; allora si assume per il

calcolo delle coordinate un sistema di assi con l'origine su uno dei punti e l'asse X (oppure l'asse Y), coincidente con uno dei lati uscenti da questo punto (Fig. I.4b).

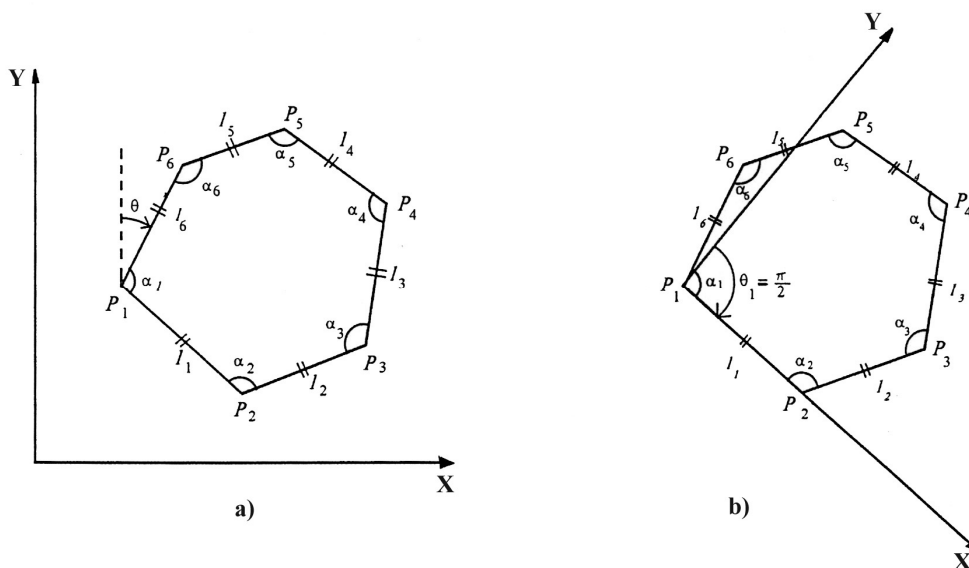


Fig. I.5 – Schema della poligonale chiusa (a: orientata b: a sé stante).

Dovendo rilevare un complesso di punti d'inquadramento distribuiti su una determinata area, si realizzano reti di poligonali (a riguardo, si veda la figura I.3, già riportata in precedenza) che conviene organizzare in:

- ❑ poligonali principali congiungenti punti di ordine superiore di coordinate note;
- ❑ poligonali ausiliarie congiungenti punti delle poligonali principali;
- ❑ poligonali secondarie costituenti la rete di dettaglio.

L'organizzazione, il rilevamento e la compensazione di una rete di poligonali si realizza in maniera analoga ad una qualsiasi rete geodetica o topografica. L'esame della figura I.6 mostra come spesso, nel rilevare una rete di poligonali, si configura il caso di poligonali dello stesso ordine che confluiscono in uno stesso punto, chiamato nodo di poligonali. Dato che, in tal caso, il nodo non è un punto di coordinate note sorge il problema di come calcolare le coordinate di questo nodo. Una soluzione può essere quella di compensare dapprima una delle poligonali che passa per il nodo ed assumere successivamente le coordinate ottenute come definitive per le altre poligonali. Tuttavia questo procedimento non tiene conto del fatto che tutte le poligonali, convergenti sul nodo, contribuiscono a definire la posizione del nodo stesso. Pertanto le coordinate ottenute devono essere considerate solo coordinate approssimate da compensare.

La poligonale è un metodo di rilevamento di facile progettazione ed esecuzione, in quanto la visibilità richiesta fra i punti da rilevare è relativa solo alle visuali fra ogni punto di stazione ed i punti precedente e seguente. La disponibilità dei distanziometri per la misura dei lati ha fatto sì che un maggior numero di problemi di rilevamento di reti planimetriche possa essere risolto, con vantaggio, mediante l'uso di questo schema di rilevamento. Tutto ciò è altrettanto vero, quando si fa uso di osservazioni geospaziali (ad esempio, misure con il sistema GPS) con un numero non elevato di stazioni.

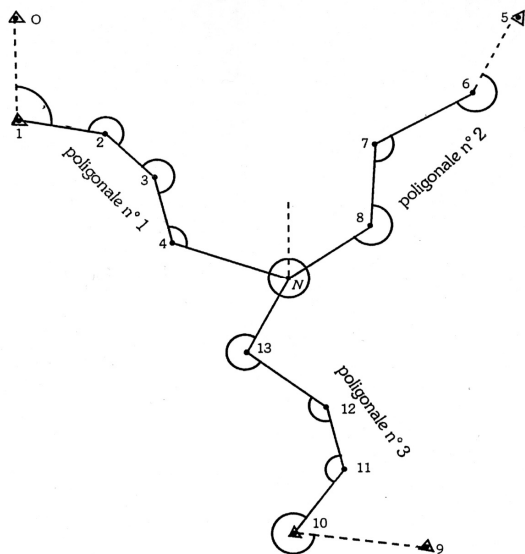


Fig. I.6 – Nodo di poligoni.

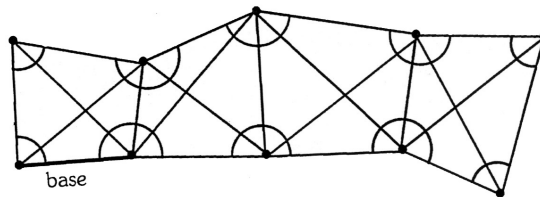


Fig. I.7 – Catena di quadrilateri triangolati

Si osservi come una certa catena di quadrilateri trilaterati (Fig. I.7), composta alternativamente da un quadrilatero triangolato, quasi quadrato, con lati e diagonali corte, fra quattro punti vicini e da un quadrilatero a parallelogramma (o rettangolo), fortemente allungati, fra quattro punti, solo a due a due vicini, con ovviamente due lati e due diagonali lunghi/e ed altri due lati corti, serve proprio a formare una doppia poligonale intrecciata.

Le considerazioni appena svolte hanno, come ovvia conseguenza, un largo impiego dello schema di rilevamento costituito da poligoni che si presentano in diversi tipi, secondo differenti modalità d'uso.

A. Le poligoni geodetiche hanno lati di parecchi chilometri ed uno sviluppo che può superare qualche centinaio di chilometri. Possono costituire reti d'inquadramento di primo ordine e comunque possono essere impiegate per rilevare le posizioni di punti di reti di ordine inferiore. I lati delle poligoni geodetiche si rilevano con distanziometri e le direzioni azimutali con teodoliti di alta precisione; altrettanto bene si può operare con osservazioni geospaziali (ad esempio, misure con il sistema GPS).

- ❑ Nel rilevamento di poligoni geodetiche di precisione, oltre alla misura degli angoli, si possono effettuare anche le misure degli azimut astronomici di alcuni lati, distribuiti lungo la poligonale, che possono migliorare sensibilmente la precisione.
- ❑ Nel rilevamento di poligoni geodetiche molto lunghe, costituite da un notevole numero di punti e di non elevata precisione, può essere conveniente la misura diretta degli azimut dei lati mediante un teodolite giroscopico di buona precisione, al fine di evitare il progressivo aumento dell'incertezza dell'angolo di direzione di ogni lato.

B. Le poligoni topografiche hanno lati compresi fra qualche centinaio di metri ed un chilometro, con uno sviluppo di qualche decina di chilometri, e possono essere impiegate:

- ❑ per costituire reti di ordine inferiore;
- ❑ per costituire reti di 1° ordine, relative a rilevamenti cartografici a grande scala;
- ❑ per rilevare i punti fotografici d'appoggio nel rilevamento fotogrammetrico;
- ❑ per costituire reti d'inquadramento per il tracciamento di opere diverse di ingegneria civile.

Esse si rilevano misurando i lati con distanziometri di ridotta portata e le direzioni azimutali con teodoliti di precisione. Spesso si impiegano teodoliti, distanziometri e mire sfilabili dalla base allo scopo di

rendere più veloci le operazioni e non perché, stante la notevole lunghezza dei lati è richiesta un'elevata precisione di centramento degli strumenti e delle mire sui punti segnalizzati sul terreno. Anche in questo caso, si può operare con osservazioni geospaziali (ad esempio, misure con il sistema GPS).

- C. Le poligonali ordinarie hanno uno sviluppo massimo di $3 \div 4 \text{ km}$ con lati compresi fra 50 e 300 m . Sono essenzialmente impiegate per costituire le reti di dettaglio, ovvero per rilevare quel complesso di punti su cui si effettuano le stazioni per il rilevamento di dettaglio e per le quali è richiesta una precisione adeguata alla scala della carta da costruire.
- D. Le poligonali ordinarie di precisione hanno lati di $50 \div 200 \text{ m}$ ed un limitato sviluppo e possono servire per inquadrare piccoli rilevamenti cartografici a grande scala ($1:500 \div 1:1000$), per tracciamenti in galleria, per determinare superfici di appezzamenti con buona precisione ed in operazioni di rilevamento catastale urbano. I lati si misurano con distanziometri o, quando il terreno lo consente, con nastri d'acciaio tarati, e le direzioni azimutali con il teodolite. L'impiego di osservazioni geospaziali (ad esempio, misure con il sistema GPS), ovviamente ad eccezione delle poligonali in galleria e dove il tessuto urbano è particolarmente fitto (ad esempio, all'interno dei centri storici), è sempre possibile. Resta da puntualizzare il caso particolare di poligonali ordinarie di precisione con lati molto corti. In questo caso il rilevamento della poligonale rende necessario il successivo centramento del teodolite e delle mire sui punti da rilevare. Infatti sostituendo su un punto il teodolite alle mire, o viceversa, si commette sempre un errore di centramento, più o meno elevato, secondo la strumentazione usata per la messa in stazione.
- E. Le poligonali speditive sono impiegate per rilevamenti geologici, rilevamenti di grotte e, comunque, rilevamenti a piccola scala. Gli angoli si misurano con una bussola topografica ed i lati con un telemetro; altrettanto bene si può operare con strumentazione geospaziale speditiva, ove possibile.

Intersezione in avanti ed intersezione laterale

Nello schema dell'intersezione in avanti, le coordinate planimetriche di un punto P si ricavano facendo stazione in almeno due punti di coordinate note A (coordinate X_a, Y_a) e B (coordinate X_b, Y_b) e si misurano gli angoli alla base, quantomeno α e β (Fig. I.8).

Nello schema raro dell'intersezione laterale, le coordinate di un punto P si ricavano facendo stazione nel punto stesso e misurando l'angolo γ ed almeno una distanza tra due punti noti A e B (Fig. I.9).

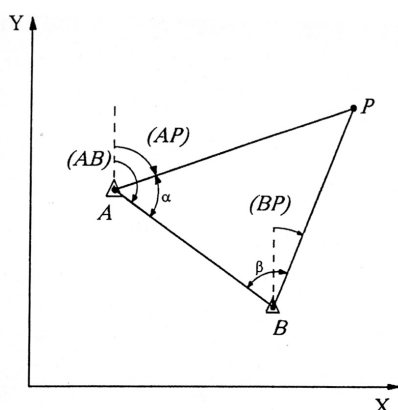


Fig. I.8 – Intersezione in avanti.

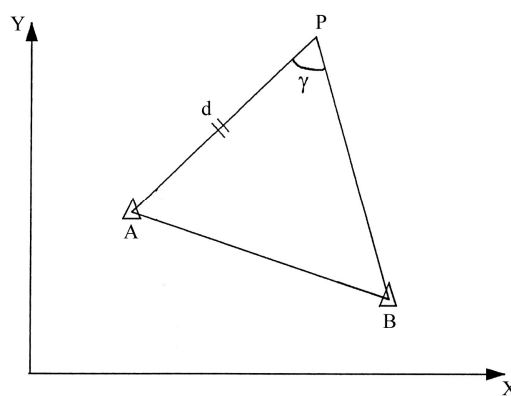


Fig. I.9 – Intersezione laterale.

Intersezione inversa

Nello schema dell'intersezione inversa, le coordinate di un punto P si ricavano facendo stazione nel punto stesso e misurando gli angoli tra almeno tre punti noti A , M e B , quantomeno α e β . Di questo problema si possono dare diversi schemi di calcolo. Una variante del metodo di Cassini fornisce, data una qualsiasi configurazione del problema, la maniera piú rapida di trovare, intrinsecamente, la soluzione (Fig. I.10).

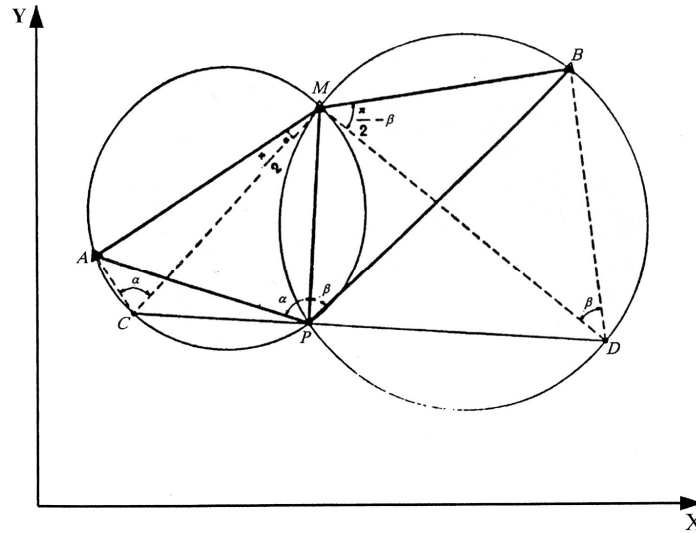


Fig. I.10 – Intersezione inversa (metodo di Cassini).

Triangolazione

Dal 1672, quando l'olandese Snellius l'ha impiegata, per la prima volta, fino alla comparsa dei distanziometri, la triangolazione è stato l'unico metodo per il rilevamento di reti geodetiche e topografiche di una certa grandezza, consistenza e precisione, studiata in tutti i dettagli e su cui esiste una vastissima letteratura.

Scelti i punti della rete, si configura la stessa, congiungendo i punti individuati, due a due, e predisponendo una serie di triangoli, aventi uno, due ed anche tre lati in comune (Fig.I.11). Per rilevare le posizioni dei punti, si misura la distanza fra due punti, chiamata base della triangolazione, e tutti gli angoli dei triangoli. La misura dei tre angoli di ogni triangolo ne determina la forma, con un'informazione metrica sovrabbondante, e permette di eseguire la compensazione delle osservazioni. La misura di un lato permette, tramite il teorema dei seni, la determinazione delle lunghezze di tutti i lati dei triangoli e la determinazione delle dimensioni di ognuno.

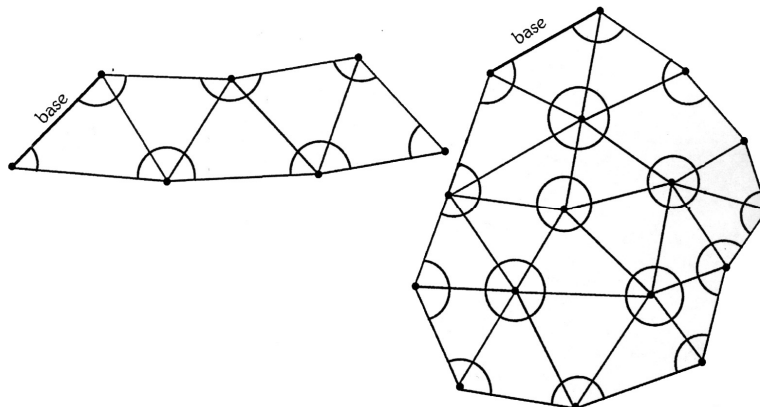


Fig. I.11 – Schemi di triangolazione.

Gli schemi fondamentali di una rete di triangolazione sono due:

- ❑ lo schema a catena permette il calcolo di ogni lato della triangolazione, a partire dalla base, applicando il teorema dei seni ad un'unica serie di triangoli;
- ❑ lo schema a maglia permette il calcolo di un lato utilizzando due, o più, serie di triangoli diverse.

Uno schema composto dai due è, ad esempio, la catena di quadrilateri (rilevati mediante triangolazione), dove ogni quadrilatero realizza uno schema a maglia e la successione di quadrilateri realizza una catena (si veda, a riguardo, la figura I.7). La caratteristica principale della triangolazione è quella di ridurre al minimo la misura delle distanze, anche se questo vecchio inconveniente è oggi totalmente superato, grazie ai distanziometri e/o alle misure geospaziali (ad esempio, misure con il sistema GPS). Infatti è sufficiente misurare la lunghezza di un solo lato; addirittura questa misura può essere evitata, se la triangolazione è inquadrata su almeno due punti di una rete di ordine superiore preesistente. L'ottimizzazione di una triangolazione, sia essa a maglia od a catena si basa sulle seguenti regole:

- ❑ la forma dei triangoli deve approssimarsi il più possibile a quella equilatera;
- ❑ i punti di stazione devono comprendere tutti i punti della triangolazione;
- ❑ il numero di angoli misurati in eccedenza deve essere sufficientemente grande, in relazione al numero di angoli strettamente necessari.

Trilaterazione

La trilaterazione, ovvero il metodo di rilevamento di una rete di punti mediante sole misure di distanza è stata, contrariamente alla triangolazione, introdotta solo recentemente nella pratica operativa e mancano esempi di reti fondamentali di alta precisione rilevate con tale metodo. Gli schemi di una trilaterazione possono essere definiti ricalcando gli schemi esaminati per la triangolazione. Tuttavia per avere un numero ridondante di misure, dello stesso ordine del numero che definisce le misure ridondanti di una triangolazione, occorre sostituire alla figura del triangolo la figura del quadrilatero – trilaterato. Infatti misurando i tre lati di un triangolo non si ha nessuna misura ridondante, mentre se ne ha una per ogni coppia di triangoli, formanti nel complesso una figura con quattro punti, se si misurano tutte le distanze. Allora si possono considerare la catena di quadrilateri – trilaterati (Fig.I.12), la maglia di quadrilateri – trilaterati (Fig.I.13) o schemi misti.

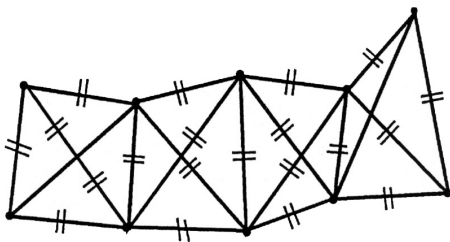


Fig. I.12 – Catena di quadrilateri trilaterati.

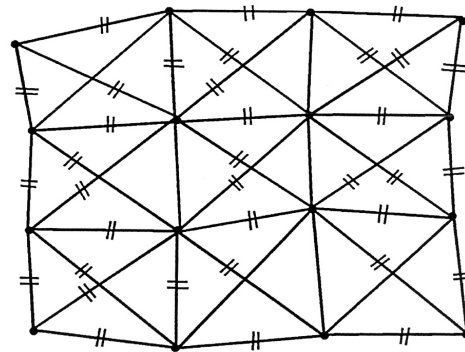


Fig. I.13 – Maglia di quadrilateri trilaterati.

A conclusione degli schemi di rilevamento delle reti planimetriche e piano – altimetriche, la tabella di figura I.14 riporta, in forma sintetica, le varie combinazioni di osservazioni su un qualsiasi lato di una rete.

TIPI DI RETI:	CON DISTANZE	SENZA DISTANZE
DIREZIONI RECIPROCHE	POLIGONALE	TRIANGOLAZIONE
DIREZIONI IN AVANTI	NODO TERMINALE	INTERSEZIONE IN AVANTI
DIREZIONI ALL'INDIETRO	INTERSEZIONE LATERALE	INTERSEZIONE ALL'INDIETRO
NESSUNA DIREZIONE	DISTANZA ISOLATA	-

Fig. I.14 – Combinazioni di osservazioni su un lato di una rete.

3. Schema di rilevamento altimetrico

Il rilevamento altimetrico costituisce, da sempre, un tema di particolare interesse ed attenzione, perché lega indistricabilmente grandezze geometriche (le altezze o quote) e grandezze fisiche (legate al campo gravitazionale terrestre). Tra gli schemi di rilevamento altimetrico, le livellazioni geometriche hanno, in generale, vita autonoma dagli schemi di rilevamento planimetrico, mentre le livellazioni trigonometriche sono legate agli schemi del rilevamento planimetrico, costituendo insieme schemi di rilevamento piano – altimetrico.

Reti di livellazione

La disponibilità di autolivelli (di recente, anche, a lettura automatica) per le misure dei dislivelli e la relativa facilità d'esecuzione delle battute di livellazione geometrica hanno fatto sì che un maggior numero di problemi di rilevamento di reti altimetriche possa essere risolto, con vantaggio, mediante l'uso di questo schema di rilevamento. Le considerazioni appena svolte hanno, come ovvia conseguenza, un largo impiego dello schema di rilevamento costituito da reti di livellazione che si presentano in diversi tipi, secondo diverse modalità d'uso.

- A. Le livellazioni geometriche di altissima precisione hanno come impiego principale quello di determinare, con la massima precisione possibile, le quote di caposaldi distribuiti su una determinata area. Esse costituiscono, in analogia alle reti trigonometriche di 1° ordine, i riferimenti altimetrici fondamentali cui si possono collegare le successive operazioni di rilevamento altimetrico. Le livellazioni geometriche collegano caposaldi, disposti lungo linee, le linee intersecandosi determinano poligoni chiusi, aventi sviluppi, più o meno lunghi, al variare dei casi. I caposaldi lungo queste linee che, di norma, corrono lungo strade di grande comunicazione, si distinguono in tre specie:

- caposaldi di linea disposti ad una distanza media di 1 *km*;
- caposaldi principali disposti ad una distanza media di 3 *km*;
- caposaldi fondamentali disposti ad una distanza media di 25 *km*.

La distinzione poggia essenzialmente sulla diversa cura posta nell'ubicazione e costruzione del caposaldo. Un maggior numero di accorgimenti è adottato per la costruzione dei caposaldi principali e fondamentali, anche in relazione alle caratteristiche geologiche del terreno, in modo che questi possano costituire un complesso di caposaldi sicuramente fissi nel tempo. Ad ogni caposaldo (principale o fondamentale) orizzontale su cui può essere disposta la stadia, è associato un caposaldo verticale che permette di ripristinare il primo qualora questo, in generale, sul piano dell'oggetto, fosse manomesso. Per l'esecuzione delle misure si impiegano livelli di altissima precisione e stadie con nastro di invar. Per l'esecuzione delle battute ed evitare l'affondamento della stadia, quando questa ruota sullo stesso caposaldo nel passaggio da una battuta all'altra, si infiggono nel terreno grossi chiodi con testa sferica o si usano basi di ghisa.

Ogni tronco di 1 *km*, ovvero ogni tratto di linea compreso fra due caposaldi successivi, è misurato almeno due volte, con operatori diversi, in epoche diverse ed in senso contrario, per raggiungere una sicura indipendenza dei risultati. Il tronco è misurato ulteriormente, se la differenza, fra le due determinazioni del dislivello, supera una determinata tolleranza. Le battute, sempre eseguite dal mezzo, hanno una lunghezza mediamente di $80 \div 90$ *m* e sono eseguite due volte. Si eseguono le letture alla stadia indietro ed alla stadia avanti, si sposta leggermente lo strumento e si ripetono le letture. Le operazioni si eseguono nelle prime ore del mattino e nelle ultime ore del pomeriggio, onde evitare la diminuzione di precisione dovuta al tremolio dell'aria in vicinanza del suolo, particolarmente sensibile nelle ore centrali del giorno. Per queste ragioni, si evita di eseguire le operazioni durante l'estate e si concentrano le operazioni all'inizio della primavera, oppure ad autunno inoltrato.

Gli accorgimenti usati nel rilevamento delle grandi linee di livellazione nazionali sono adottati, anche, nel rilevamento delle linee di livellazione di altissima precisione, ma di minore estensione che, di solito, sono attuate per studiare movimenti del suolo, per controllare i cedimenti di grandi strutture e per costituire una rete di caposaldi di riferimento cui si collegano linee di livellazione secondarie, di minor precisione, necessarie per la costruzione di canali, opere di bonifica, acquedotti, fognature ed altre opere idrauliche.

- B. Le livellazioni geometriche di precisione si eseguono usando gli stessi accorgimenti che si impiegano in quelle di alta precisione, utilizzando livelli di minor precisione, anche se la precisione non deve degradare eccessivamente, effettuando battute lunghe mediamente $100 \div 120$ *m*. I caposaldi sono più semplici e si realizzano spesso mediante centrini metallici, infissi in opere già esistenti che diano garanzie di stabilità, quali possono essere gradini di edifici pubblici, spalle di ponti, bordi di canali, ecc. Questo tipo di livellazione è eseguito, in generale, per uno scopo ben determinato (costruzione di un canale, una ferrovia, ecc.); pertanto le linee possono avere percorsi al di fuori delle strade. È buona norma comunque evitare terreni cedevoli od erbosi su cui l'appoggio dello strumento e delle stadie non sia sufficientemente stabile, come pure è opportuno non percorrere l'area interessata secondo direzioni troppo pendenti.

- C. Le livellazioni tecniche sono le livellazioni geometriche di media e bassa precisione, eseguite con livelli tecnici e stadie comuni che si appoggiano su grosse pietre. I caposaldi si materializzano incidendo croci su gradini, rocce affioranti, marciapiedi od anche contornando con vernice indelebile il caposaldo in cui si pone la stadia e di cui si determina la quota. Molte livellazioni, aventi scopo tecnico, siano esse di altissima precisione, di precisione o tecniche, non richiedono di determinare le quote assolute del caposaldo. Pertanto non è necessario collegare uno dei caposaldi ad un caposaldo di quota assoluta nota, in quanto per le informazioni altimetriche richieste sono sufficienti i dislivelli misurati. In questi casi, si dà una quota convenzionale ad uno dei caposaldi e si derivano, da questa, tutte le altre quote. E' opportuno dare una quota convenzionale molto discosta da un valore verosimile, onde evitare equivoci, in future operazioni di livellazione che implicino collegamenti con caposaldo di quota assoluta nota.
- D. La livellazione geometrica, anche se di bassa precisione, è raramente impiegata per rilevare, tramite un rilevamento altimetrico di dettaglio, l'andamento altimetrico per scopi cartografici. In questi casi, facendo stazione con il teodolite integrato, in un punto di quota nota si determina il dislivello come la somma del dislivello osservato con la differenza fra le altezze strumentali. Questo tipo di livellazione trigonometrica è chiamata raggiante, infatti la precisione richiesta nel rilevamento altimetrico, per scopi cartografici è sempre molto inferiore a quella che il livello di minore precisione può fornire, quando si misura il dislivello fra due caposaldi, adeguatamente, segnalizzati.
- E. Le livellazioni trigonometriche costituiscono un'alternativa alle livellazioni geometriche, pur non potendo raggiungere gli stessi livelli di precisione. D'altra parte, queste possono meglio seguire l'andamento delle varie reti planimetriche e collegare altimetricamente punti mal raggiungibili o irraggiungibili tramite livellazioni geometriche. Tutto ciò è altrettanto vero quando si fa uso di osservazioni geospaziali (ad esempio, misure con il sistema GPS). Nelle grandi reti trigonometriche i dislivelli fra i punti di 1° ordine, in generale a distanze eccedenti la decina di chilometri, sono ottenuti come somma di dislivelli misurati lungo una linea comprendente un certo numero di punti di ordine inferiore. In questo modo, si ottiene una precisione maggiore ed i punti di 1° ordine possono considerarsi collegati da linee di livellazione trigonometrica, in maniera analoga a quanto avviene per i caposaldi fondamentali delle linee di livellazione geometrica.

Tanto per le reti di livellazione trigonometrica, quanto per quella di livellazione geometrica, già esposte in precedenza, le osservazioni altimetriche, relative ai punti (caposaldi) di ordine inferiore, si compensano assumendo le quote dei punti (caposaldi) di ordine superiore come prive di errore. Le quote di alcuni punti (caposaldi) di ordine inferiore possono essere determinate in maniera indipendente, collegando ognuno di essi a più punti (caposaldi) di quota nota e mediando opportunamente i risultati (Fig. I.15).

Le reti di poligonali altimetriche si riferiscono al rilevamento altimetrico di poligonali ordinarie in cui la misura dei dislivelli avviene con il metodo della livellazione trigonometrica. Nel caso di un complesso di poligonali ordinarie formanti una rete, si compensano dapprima le osservazioni relative ai poligoni formati dalle poligonali principali e, successivamente, le osservazioni altimetriche delle poligonali secondarie, considerando esatte le quote dei punti (caposaldi) delle poligonali principali. Linee opportune di poligonali altimetriche possono collegare reti di livellazione diverse, geometriche e trigonometriche, al solo fine di unificare il sistema di riferimento per scopi cartografici.

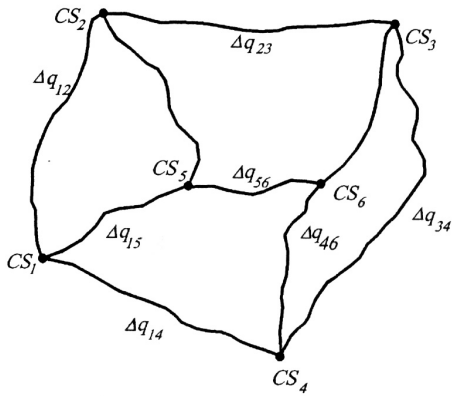


Fig. I.15. Rete di linee di livellazione geometrica.

Si osservi come la rifrazione atmosferica alteri sistematicamente, in maniera determinante, i valori dei dislivelli, oppure degli angoli zenitali osservati. Pertanto nelle livellazioni geometriche, le misure dal mezzo (oppure, se il punto di mezzo è inaccessibile, le misure reciproche, da due posizioni prossime ai due punti indietro ed avanti) e, nelle livellazioni trigonometriche, le misure reciproche, dai punti di stazione, servono a correggere automaticamente gli errori sistematici dovuti alla rifrazione, anche se solo per la parte costante, nella zona percorsa o attraversata dalle due osservazioni eseguite, rispettivamente una reciproca dell'altra.

4. Coordinate dei punti di una rete

L'opportuna distinzione tra le reti di grandi dimensioni, eccedenti il campo topografico, e quelle di piccole dimensioni qualifica il tipo di coordinate usate per definire le posizioni dei punti. In entrambi i casi, occorre distinguere se nella zona in cui si estende la rete sono disponibili, o meno, punti di coordinate note, ricavate in un precedente rilevamento, rispetto ai quali la rete deve inquadrarsi.

- A. Le reti di grandi dimensioni, da localizzare sull'ellissoide, utilizzano come coordinate dei punti le coordinate geodetiche o ellissoidiche. Queste sono calcolabili una volta misurate, per via astronomica, le coordinate geografiche del punto d'emanazione e l'azimut di un lato, sulla base delle misure di direzioni azimutali, distanze e componenti di distanze.
- B. Le reti di grandi dimensioni, da inquadrare rispetto ad una rete già esistente, richiedono l'inserimento, nello schema della rete da rilevare, di alcuni punti di coordinate note. La compensazione delle misure e l'esecuzione dei calcoli avviene operando in coordinate geodetiche, come previsto nel caso precedente. Le modalità della compensazione sono diverse, secondo che i punti di coordinate note possano ritenersi, oppure non possano ritenersi, localizzati con precisione superiore a quella con cui sono localizzati i punti da rilevare.
- C. Le reti di piccole dimensioni a sé stanti, contenute nel campo topografico, non devono essere localizzate sull'ellissoide. In questo caso, si possono utilizzare coordinate piane ortogonali, assumendo un punto come origine delle coordinate (a questo punto, si possono attribuire coordinate nulle, oppure coordinate convenzionali qualsiasi) ed un lato come asse delle ascisse. La compensazione delle misure ed i calcoli eseguiti, sulla base delle misure di direzioni azimutali, distanze e componenti di distanze, forniscono le coordinate cartesiane di tutti i punti. Con tale procedura, si determinano direttamente sulla base delle misure fatte, le coordinate di una rappresentazione cartografica (dato che le misure si riferiscono all'ellissoide) senza passare attraverso il calcolo delle coordinate geodetiche. Il procedimento è giustificato dal fatto che, se si operasse con rigore, calcolando le coordinate geodetiche, come nelle grandi reti, e si operasse la trasformazione di queste nelle coordinate cartografiche di una qualsiasi rappresentazione, si otterrebbero praticamente gli stessi risultati. In generale, una piccola rete a sé stante può essere utilizzata per la costruzione della carta di una zona di limitata estensione, per costruire una carta atta a permettere la progettazione di un'opera di ingegneria civile, per eseguire il tracciamento di un'opera o per eseguirne il collaudo, per un rilevamento catastale di limitata estensione. I valori delle coordinate dei punti possono essere considerati coordinate della rappresentazione di Cassini – Soldner.

- D. Le reti di piccole dimensioni, da inquadrare rispetto ad una rete preesistente, si presentano quando, nella zona di sviluppo di una piccola rete, sono disponibili due o più punti di coordinate cartografiche note che sono ovviamente inseriti nello schema della rete. In questo modo, si hanno gli elementi per potere calcolare coordinate di tipo cartografico, nella stessa rappresentazione della rete preesistente, per tutti i punti della rete. E' necessario tenere presente che le coordinate calcolate sono di tipo cartografico, ma non sono, a rigore, coordinate cartografiche. Infatti la zona cartografica, dove la piccola rete si sviluppa, è caratterizzata da deformazioni che il semplice riattacco ai punti non permettono di dedurre. Fa eccezione il caso in cui i punti della rete preesistente, inseriti nella rete da rilevare, siano almeno due ed il rilevamento della rete sia effettuato con lo schema della triangolazione, ormai desueto, ovvero mediante sole misure angolari. In tal caso, le dimensioni della rete, dedotte dalla distanza cartografica fra i punti noti, risultano congruenti con le deformazioni della rappresentazione cartografica. Le misure si devono limitare ai soli angoli dato che, nell'ipotesi di rappresentazione conforme, le deformazioni di questi per le ridotte distanze fra i punti sono trascurabili. Misurando distanze o componenti di distanze, occorre ridurre i valori direttamente ottenuti sul terreno, secondo il modulo di deformazione lineare della zona. In tal caso, la rete deve avere dimensioni sufficientemente ridotte, affinché la variabilità del modulo di deformazione lineare comporti differenze sulle lunghezze dei lati, trascurabili rispetto agli errori di misura delle distanze o delle componenti di distanza, cosa verificata, se la rete è contenuta nel campo topografico e non è caratterizzata da un'elevatissima precisione.
- E. La classificazione delle reti di livellazione si effettua con le stesse modalità, qualunque sia il tipo di collegamento altimetrico adottato. Una rete di livellazione può essere collegata ad uno o più punti di quota nota, oppure essere a sé stante. In quest'ultimo caso, per eseguire i calcoli si dà un valore arbitrario alla quota di un punto. Si noti come:
- ❑ le reti di livellazione geometrica determinano quote riferite al geoide;
 - ❑ le reti di livellazione trigonometrica determinano quote riferite ad una sfera locale;
 - ❑ le reti rilevate facendo uso di osservazioni geospaziali (ad esempio, misure con il sistema GPS) determinano quote riferite ad un ellissoide geocentrico.

A riguardo, si osservi tuttavia come livellazioni geometriche, limitate ad aree di piccola o piccolissima estensione, abbiano quote, teoricamente riferite al geoide, ma riferite, di fatto, alla sfera locale od addirittura al piano tangente. Inoltre livellazioni trigonometriche, estese ad aree vastissime, benché praticamente infattibili, dovrebbero avere quote riferite all'ellissoide. L'unificazione dei riferimenti altimetrici è comunque un problema geodetico, risolubile con il calcolo del geoide, in particolare della sua ondulazione e di altri parametri caratteristici del campo anomalo del potenziale gravitazionale terrestre, nonché con l'orientamento di ellissoidi locali, rispetto ad un ellissoide geocentrico. Pertanto i collegamenti altimetrici fra reti di livellazione diverse hanno valore solamente in ambito cartografico, in quanto si prescinde dalla valutazione dell'ondulazione del geoide e dell'orientamento degli ellissoidi locali².

² Una superficie equipotenziale della gravità non è una superficie equigravitazionale e, di conseguenza, le superfici equipotenziali (o superfici di livello) non sono parallele fra loro. Infatti si può constatare che un'operazione di livellazione geometrica fra due punti non dà la differenza di quota ortometrica fra i due punti (Fig. I.16), dove la quota (o meglio la quota ortometrica) di un punto è la lunghezza dell'arco di linea di forza della gravità compreso fra il punto e il geoide.

5. Compensazioni di reti in un sistema ibrido di coordinate

Fra il sistema di coordinate locale e quello globale, si è storicamente formato un sistema di coordinate ibrido, di particolare interesse e con notevoli applicazioni in fotogrammetria aerea.

Il sistema di coordinate locale

Il sistema di coordinate (perfettamente) cartesiano ortogonale ha validità nell'ambito delle decine di metri, fino ad un massimo di cento metri (a 100 m , l'effetto sulle quote dovuto alla curvatura terrestre è 0.8 mm) e serve solo per i manufatti: edifici ed oggetti³.

Il sistema di coordinate globale

Il sistema di coordinate geodetico opera sull'ellissoide. Esso serve per tutte le operazioni a carattere globale. Il campo d'applicazione può essere ristretto fino ad una scala sub – regionale (storicamente si è considerato, a seconda delle precisioni, un limite inferiore compreso tra 20 e 60 km). Infatti a partire da 20 km , anche la planimetria non è più rappresentabile su un piano tangente, ma può essere portata dapprima ad una sfera locale e successivamente (per un ambito più esteso, a partire da 200 km) all'ellissoide.

In pratica, questo campo (cosiddetto) geodetico, dove la planimetria è assimilabile ad una sfera locale, non serve più, potendo operare in 3D sull'ellissoide, come è necessario fare (già a partire da 20 km) per l'altimetria. Tuttavia anche recentemente, sono state fatte formulazioni per correggere tutte le osservazioni

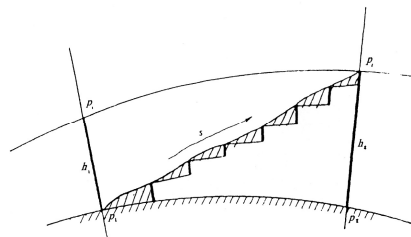


Fig. I.16 – Dipendenza dal cammino percorso del risultato della livellazione geometrica fra due punti.

Resta il fatto che le quote ricavate dalle misure lungo le grandi linee di livellazione non sono ben definite ed è necessario definire quote, aventi un significato preciso e deducibili, in maniera univoca, da misure fatte secondo percorsi qualsiasi sul terreno. Il punto d'arrivo è la definizione della quota dinamica di un punto, come il lavoro che l'unità di massa compie nell'andare dal geode al punto. Questo lavoro è dato dalla differenza di potenziale fra il geode ed il punto, è indipendente dal cammino percorso e valutabile, se alle misure di dislivello si associano le misure di gravità. Si noti come la differenza di quota dinamica fra due punti esprima proprio l'energia che si può ricavare dalla caduta di un'unità di massa (ad es.empio, l'acqua per le centrali idroelettriche). Infatti questa energia non è proporzionale al dislivello ortometrico disponibile, ma è data dalla differenza di potenziale.

La quota dinamica non ha le dimensioni di una lunghezza, bensì quelle di un lavoro diviso per una massa, ovvero quelle di un'accelerazione per una lunghezza. Per ottenere valori delle quote dinamiche abbastanza prossimi ai valori delle quote ortometriche, le quote dinamiche dei punti sono divise per un valore medio della gravità. Il valore medio della gravità è di 980 gal , ma si è deciso in congressi scientifici internazionali di dividere le quote dinamiche per 1000 , in questo modo, definendo le quote geopotenziali, mediamente inferiori del 2% alle quote ortometriche. Tuttavia occorre tenere presente che le quote ortometriche e le quote geopotenziali si riferiscono a grandezze essenzialmente diverse. Il valore della gravità si ottiene facilmente, con sufficiente precisione, mediante l'uso di gravimetri, strumenti portatili e molto maneggevoli che permettono di misurare con estrema rapidità la differenza di gravità fra due punti. Per ottenere i valori della gravità, è sufficiente che, fra i punti di stazione del gravimetro, ne esista uno di gravità nota, cosa molto agevole da realizzare, perché nel territorio nazionale la gravità è stata determinata, mediamente, in un punto ogni 100 km^2 .

Naturalmente non è necessario determinare la gravità per ogni battuta di livellazione, ma è sufficiente eseguirne la misura agli estremi di ogni tronco della linea che abbia, mediamente, una lunghezza di 1 km , in terreni montuosi, e di 5 km , in pianura. Il dislivello relativo ad un tronco si moltiplica per un valore ottenuto come media dei due valori della gravità agli estremi. Si noti infine, come non esista alcuna possibilità di determinare le quote ortometriche. Infatti il valore che rappresenta un valore medio della gravità, lungo la verticale fra un punto e il geode, non può essere calcolato con esattezza, perché è difficile determinare come varia la gravità (e la densità) lungo una verticale nell'interno della terra.

³ Per gli oggetti, questo sistema di coordinate è pressoché indispensabile, in quanto può essere necessario descrivere gli oggetti in sistemi di coordinate ruotati, operazione che risulta molto semplice in coordinate cartesiane ortogonali.

non – invarianti, così da operare in quest'ambito (compreso tra i 20 e i 200 km) con un sistema cartesiano ortogonale zonale (parola qui usata, per distinguere il suo uso da quello puramente locale sopraccitato)⁴.

Verso un sistema ibrido di coordinate

A rigore, nulla impedirebbe di portare l'uso delle coordinate ellissoidiche con le correzioni legate al campo anomalo della gravità, ove servono, fino ai limiti di validità del sistema di coordinate cartesiano ortogonale (locale). Tuttavia un lungo percorso storico del rilevamento operativo (in pratica, quello che si fa) ha portato a prendere in considerazione un sistema ibrido di coordinate.

- ❑ Il primo caso pratico dell'uso di questo sistema di coordinate è stata la celerimensura (a partire dal rilevamento diretto con la tavoletta pretoriana): essa consiste nel rappresentare graficamente la planimetria su un piano e riportare sulla stessa l'altimetria, come un tematismo metrico, avendola corretta per l'effetto di curvatura (sferica) terrestre.
- ❑ Il secondo caso pratico dello stesso uso è stata la restituzione cartografica di un'immagine a sfumo acquisita con la camera chiara (o lucida), ovvero un sistema ottico – meccanico, per rappresentare graficamente su un piano un'immagine raccolta su un reticolo, ma non impressionata, perché non era stato ancora inventato l'apparato di Daguerre.
- ❑ Il terzo caso pratico è dato dalla restituzione (analogica o analitica) fotogrammetrica di un'immagine acquisita con le consuete operazioni di presa (analogica o digitale) fotogrammetrica di cui la camera chiara (o lucida) costituisce l'antesignano.

In tutti questi casi, l'operatore rappresenta cartograficamente la planimetria su un piano tangente nel punto di stazione (di fatto, realizza una carta equivalente Cassini – Soldner, ovvero una carta policentrica con le coordinate rettangolari locali coincidenti con le coordinate della carta rappresentata) e rappresenta, come tematismo metrico, l'altimetria (riportando punti quotati e disegnando curve di livello) correggendo, punto per punto, l'altezza cartesiana per l'effetto di curvatura (sferica) terrestre. Si noti l'esattezza del termine tematismo metrico, fatto che porta a far coincidere la rappresentazione dell'altimetria con la rappresentazione di altre grandezze fisiche metriche (ad esempio, la gravità, la densità, il magnetismo, il campo elettrico naturale, la radioattività, la sismicità, la temperatura, l'umidità relativa, la pressione, le precipitazioni, l'innevamento, la visibilità, la copertura del cielo, il soleggiamento, l'intensità dei venti e, per quanto riguarda i corpi idrici, le maree, il moto ondoso, la velocità delle correnti, la salinità)⁵.

⁴ A volte, l'altimetria richiede le correzioni legate al campo anomalo della gravità: ondulazione del geoide e correzione dinamica per i dislivelli, deviazione della verticale per gli angoli zenitali. A rigore, la deviazione della verticale ha effetti anche sugli angoli azimutali, ma essa è per lo più trascurabile, perché influenza solo gli angoli azimutali con visuali inclinate e queste, per la naturale conformazione degli oggetti, possono esserlo solo per collimazioni vicine. Viceversa le distanze e le basi GPS non hanno alcuna interazione con il campo anomalo della gravità. Anche le immagini (fotogrammetriche) non hanno alcuna interazione con il campo anomalo della gravità, perché gli angoli d'assetto nei piani verticali sono incogniti; se invece il sensore fosse libero di pendere dalla piattaforma, allora il suo asse principale si sistemerebbe sulla verticale, gli stessi angoli sarebbero noti, ma occorrerebbe correggerli per la deviazione della verticale per riportarli a coordinate ellissoidiche. In fotogrammetria terrestre, le camere possono essere libere o solidali con la base di un teodolite. Nel primo caso, gli angoli sopraccitati sono incogniti; nel secondo caso, in generale, sono noti, essendo un angolo coincidente con l'angolo azimutale del teodolite, e l'altro, coincidente con l'angolo zenitale del teodolite (mentre un terzo angolo è sempre nullo, perché la camera non può ruotare su se stessa). In ogni caso, non si pone il problema di apportare correzioni per la deviazione della verticale, perché la fotogrammetria terrestre è limitata ad ambiti più che locali, comunque inferiori a 100 m di raggio. In tale ambito, trascurare una deviazione della verticale di 30" comporta un errore altimetrico di 6 mm che diventano 6 μm alla scala dell'immagine (avendo assunto una lunghezza focale pari a 10 cm).

⁵ A rigore, si può obiettare sulla validità del sistema ibrido di coordinate e dei compromessi che esso induce, ma è innegabile che ha quantomeno 250 anni di storia documentata.

Il sistema ibrido di coordinate

Il sistema ibrido di coordinate non ha un gruppo di invarianza semplicemente esprimibile in termini analitici, ovvero una distanza è sempre invariante per trasformazioni sia del sistema di riferimento che del sistema di coordinate, in particolare, se si usa lo stesso tipo di coordinate in un altro sistema di riferimento (ad es., un altro ellissoide); tuttavia le equazioni di queste trasformazioni sono complesse. D'altra parte, gli effetti dei compromessi che è necessario fare, per operare con un sistema ibrido di coordinate, tra 100 m e 20 km, in un campo (cosiddetto) topografico, non sono troppo grandi e questo spiega, perché intere generazioni di cartografi (e fotogrammetri) hanno sempre avallato questa pratica di rilevamento operativo. Resta da spiegare dove intervengono i compromessi, dovuti agli effetti dell'uso del sistema ibrido di coordinate sulle varie osservabili geodetiche – topografiche e fotogrammetriche; in pratica, sono tutti i casi in cui si rendono necessarie le correzioni per la curvatura (sferica) terrestre, così da poter riportare questo ad un sistema di coordinate cartesiano ortogonale.

- ❑ I dislivelli, se misurati dal mezzo, oppure in modo reciproco, sono automaticamente corretti per gli errori della curvatura terrestre, in caso contrario, richiedono una correzione, ma è uno schema di misura poco conveniente, perché non corregge nemmeno la rifrazione atmosferica la cui modellizzazione è, come noto, particolarmente complessa.
- ❑ Gli angoli zenitali richiedono la correzione per la curvatura terrestre⁶.
- ❑ Gli angoli azimutali non determinano altezze (in campo topografico) e non richiedono correzioni significative.
- ❑ Le distanze sono invarianti in qualsiasi sistema di coordinate. Tuttavia come già detto in precedenza, il sistema ibrido di coordinate non è un sistema di coordinate in cui le distanze abbiano una rappresentazione analitica semplice. Se ignorando tutte le approssimazioni, si prova a scrivere l'equazione della distanza, usando semplicemente il teorema di Pitagora nello spazio, con la base riportata al livello del mare e la variazione di quota supposta (falsamente) ortogonale alla base, si trova un errore sistematico significativo. Pertanto occorre correggere le stesse perché, se le distanze non sono misurate al livello del mare e in orizzontale, esse danno valori sistematicamente maggiori (o minori, se situate sotto il livello del mare o nelle depressioni terrestri) di quelle della relazione, rozzamente approssimata relativamente al caso in esame, di tipo pitagorico. Ovviamente quelle inclinate, proprio perché non possono essere giacenti sul livello del mare, sono tutte più lunghe (o più corte, negli stessi casi appena descritti)⁷.
- ❑ Anche le basi GPS sono invarianti. Tuttavia ancora una volta, il sistema ibrido di coordinate non è un sistema semplice, pertanto per riportare le basi GPS ad un sistema di coordinate cartesiano ortogonale, occorre correggere le componenti di ciascuna base GPS perché, se non misurate al livello del mare e in orizzontale, tutte le altre basi misurate (anche se in orizzontale) sono più lunghe (o più corte, ancora

⁶ Se fosse d'interesse scrivere un'equazione agli angoli zenitali reciproci (ma è solo una complicazione inutile), queste si eliderebbero nella differenza degli angoli zenitali.

⁷ Le correzioni si costruiscono da note relazioni della topografia elementare (osservando, nello specifico, la diretta proporzionalità fra i lati di due triangoli simili, nonché l'uguaglianza degli angoli alterni interni, esterni e corrispondenti fra due rette parallele intersecate da una terza retta), con qualche compromesso rispetto ad un sistema di coordinate geodetiche (anche sferico e non soltanto ellissoidico), perché sono abbastanza piccole e, di conseguenza, le correzioni delle correzioni risultano del tutto trascurabili. In particolare, si considerano intercambiabili fra loro le tangenti, gli archi e le corde, si arrestano al primo ordine tutti gli sviluppi in serie (pertanto l'angolo coincide con il seno dell'angolo stesso, l'inverso di una piccola quantità addizionata (o sottratta) all'unità coincide con la differenza (o la somma) fra l'unità stessa e la suddetta piccola quantità, ecc.).

negli stessi casi sopra descritti). In questo caso, le due correzioni si applicano separatamente: la correzione sulla distanza orizzontale alle componenti planimetriche, ripartita con la scomposizione vettoriale definita dalla regola del parallelogramma, e la correzione per il dislivello alla componente verticale.

- Attualmente solo la restituzione fotogrammetrica è il tipo di rilevamento operativo, dove sussiste il sistema di riferimento ibrido. D'altra parte, poiché lo stesso si attua mediante elaborazione numerica di dati digitali o digitalizzati su computer, forse potrebbe essere ragionevole operare sempre in un sistema ellissoidico, tenendo conto delle necessarie correzioni legate al campo anomalo della gravità, e rappresentare cartograficamente su un piano quotato il prodotto elaborato. In ogni caso, occorre tenere ben presente che, dopo l'esecuzione e la compensazione della triangolazione aerea, in fase di restituzione, si misurano punti isolati solo per il rifacimento degli orientamenti interno, relativo ed assoluto, operando nello spazio immagine. La restituzione vera e propria opera invece nello spazio oggetto, e nei casi di restituzione di una curva di livello (insieme di punti aventi tutti una stessa quota, ovvero una stessa parallasse x) come pure di un elemento lineare (insieme di punti che appaiono allineati anche sull'immagine, anche se non tutte le linee rette sull'immagine corrispondono a linee rette nell'oggetto), di gran lunga i più frequenti, misura sempre punti collegati fra loro dalle particolarità geometriche della linea morfologica restituita. Tutto ciò significa eseguire, per ogni punto individuato, un problema inverso della cartografia, passando nello spazio oggetto dalle coordinate cartografiche alle coordinate ellissoidiche e da queste, tramite le equazioni di collinearità alle coordinate immagine, per compiere poi il percorso a rovescio, in fase di restituzione dei punti cosiddetti collegati. Come noto, il percorso a rovescio parte dallo spazio immagine, facendo poi uso dei parametri di orientamento interno, relativo ed assoluto, determina le coordinate oggetto ed infine trasforma le coordinate ellissoidiche di questi punti nelle coordinate cartografiche degli stessi, eseguendo il problema diretto della cartografia⁸. Allo stato attuale, non risulta che alcuna stazione fotogrammetrico – cartografica faccia ancora uso di questa soluzione. Resta comunque da verificare la sua effettiva praticabilità in real – time, almeno a livello di studio di fattibilità.

6. Compensazione di una rete geodetica e/o topografica

Una rete geodetica e/o topografica è determinata, acquisite le misure che la definiscono, dalla compensazione che fornisce le coordinate dei suoi punti e di altri ed eventuali parametri⁹. Alcune informazioni preliminari al rilevamento sono date nell'immediato prosieguo.

⁸ A riguardo, si ricordi che, mentre la semplice restituzione diretta produce esclusivamente una carta equivalente Cassini – Soldner, come già detto in precedenza, l'esecuzione nell'ordine dei problemi inverso e diretto della cartografia permette di produrre una qualsiasi rappresentazione cartografica, come ad esempio, la comunemente adottata carta conforme di Gauss. Resta da osservare, come l'impiego di un numero sovrabbondante di punti d'appoggio, rispetto al numero minimo indispensabile per sanare il difetto di rango delle equazioni di collinearità (come noto, pari a 7), oltre a supplire alla relativamente scarsa rigidità dei blocchi fotogrammetrici, rispetto alle reti geodetiche – topografiche, serve anche a costringere (deformandolo) l'oggetto restituito nel sistema di coordinate della rappresentazione cartografica adottata. Tutto ciò sarebbe superato operando come sopra descritto.

⁹ Per completezza, si presentano le equazioni delle misure geo – topografiche, in forma non – lineare e linearizzata, così come esse sono usate nella compensazione di una rete geodetica e/o topografica.

Equazione alla distanza in un sistema di coordinate cartesiano:

$$f(X_j, Y_j, Z_j, X_i, Y_i, Z_i, d_{ij}) = \sqrt{(X_j - X_i)^2 + (Y_j - Y_i)^2 + (Z_j - Z_i)^2} - d_{ij} = 0$$

$$\frac{\tilde{X}_j - \tilde{X}_i}{\tilde{d}_{ij}} x_j + \frac{\tilde{Y}_j - \tilde{Y}_i}{\tilde{d}_{ij}} y_j + \frac{\tilde{Z}_j - \tilde{Z}_i}{\tilde{d}_{ij}} z_j - \frac{\tilde{X}_j - \tilde{X}_i}{\tilde{d}_{ij}} x_i - \frac{\tilde{Y}_j - \tilde{Y}_i}{\tilde{d}_{ij}} y_i - \frac{\tilde{Z}_j - \tilde{Z}_i}{\tilde{d}_{ij}} z_i + \tilde{d}_{ij} - d_{ij} = 0$$

Equazione alla distanza nel sistema di coordinate ibrido:

$$f(X_j, Y_j, Z_j, X_i, Y_i, Z_i, d_{ij}) = \sqrt{(X_j - X_i)^2 + (Y_j - Y_i)^2 + (Z_j - Z_i)^2 + 2\tilde{b}_{ij}^2 \bar{Q} / R + \tilde{b}_{ij}^2 \bar{Q}_G^2 / R^2} - d_{ij} = 0$$

$$\begin{aligned} & \frac{\tilde{X}_j - \tilde{X}_i}{\tilde{d}_{ij}} \left(1 + \frac{2\bar{Q}}{R} + \frac{\bar{Q}_G^2}{R^2}\right) x_j + \frac{\tilde{Y}_j - \tilde{Y}_i}{\tilde{d}_{ij}} \left(1 + \frac{2\bar{Q}}{R} + \frac{\bar{Q}_G^2}{R^2}\right) y_j + \frac{(\tilde{Z}_j - \tilde{Z}_i) + 1/2R(1 + \tilde{Z}_i/R)\tilde{b}_{ij}}{\tilde{d}_{ij}} z_j + \\ & - \frac{\tilde{X}_j - \tilde{X}_i}{\tilde{d}_{ij}} \left(1 + \frac{2\bar{Q}}{R} + \frac{\bar{Q}_G^2}{R^2}\right) x_i - \frac{\tilde{Y}_j - \tilde{Y}_i}{\tilde{d}_{ij}} \left(1 + \frac{2\bar{Q}}{R} + \frac{\bar{Q}_G^2}{R^2}\right) y_i - \frac{(\tilde{Z}_j - \tilde{Z}_i) + 1/2R(1 + \tilde{Z}_j/R)\tilde{b}_{ij}}{\tilde{d}_{ij}} z_i + \tilde{d}_{ij} - d_{ij} = 0 \end{aligned}$$

dove: $\tilde{b}_{ij} = \sqrt{(X_j - X_i)^2 + (Y_j - Y_i)^2}$, $\bar{Q} = (\tilde{Z}_j + \tilde{Z}_i)/2$ e $\bar{Q}_G = \sqrt{\tilde{Z}_j \tilde{Z}_i}$

Equazione all'angolo di direzione:

$$f(X_j, Y_j, X_i, Y_i, \theta_{ij}) = \arctan \frac{X_j - X_i}{Y_j - Y_i} - \theta_{ij} = 0$$

$$\frac{\tilde{Y}_j - \tilde{Y}_i}{(\tilde{d}_{ij})^2} x_j - \frac{\tilde{X}_j - \tilde{X}_i}{(\tilde{d}_{ij})^2} y_j - \frac{\tilde{Y}_j - \tilde{Y}_i}{(\tilde{d}_{ij})^2} x_i + \frac{\tilde{X}_j - \tilde{X}_i}{(\tilde{d}_{ij})^2} y_i + \tilde{\theta}_{ij} - \theta_{ij} = 0$$

Equazione all'angolo azimutale:

L'angolo azimutale non corrisponde ad una sola operazione di misura, ma si ottiene come differenza di due angoli di direzione. Il suo uso, al posto degli angoli di direzione, richiederebbe a rigore di propagare correttamente la varianza, tenendo conto delle correlazioni fra le misure, ma esse sono quasi sempre trascurate.

$$f(X_k, Y_k, X_i, Y_i, X_j, Y_j, \alpha_i) = \arctan \frac{X_k - X_i}{Y_k - Y_i} - \arctan \frac{X_j - X_i}{Y_j - Y_i} - \alpha_i = 0$$

$$\frac{\tilde{Y}_k - \tilde{Y}_i}{(\tilde{d}_{ik})^2} x_k - \frac{\tilde{X}_k - \tilde{X}_i}{(\tilde{d}_{ik})^2} y_k + \left(\frac{\tilde{Y}_j - \tilde{Y}_i}{(\tilde{d}_{ij})^2} - \frac{\tilde{Y}_k - \tilde{Y}_i}{(\tilde{d}_{ik})^2} \right) x_i - \left(\frac{\tilde{X}_j - \tilde{X}_i}{(\tilde{d}_{ij})^2} - \frac{\tilde{X}_k - \tilde{X}_i}{(\tilde{d}_{ik})^2} \right) y_i - \frac{\tilde{Y}_j - \tilde{Y}_i}{(\tilde{d}_{ij})^2} x_j + \frac{\tilde{X}_j - \tilde{X}_i}{(\tilde{d}_{ij})^2} y_j + \tilde{\alpha}_i - \alpha_i = 0$$

Equazione al dislivello (ottenuto da livellazione geometrica dal mezzo):

$$Z_i + h_i = Z_j + h_j$$

$$Z_j - Z_i = h_i - h_j \quad z_j - z_i + \tilde{Z}_j - \tilde{Z}_i - \Delta h_{ij} = 0$$

Equazione al dislivello (ottenuto da livellazione geometrica reciproca):

$$Z_j - Z_i = h_{i'} - h_{j'} - \varepsilon(D - d) \quad Z_j - Z_i = h_{i''} - h_{j''} + \varepsilon(D - d)$$

$$Z_j - Z_i = \frac{h_{i'} - h_{j'} + h_{i''} - h_{j''}}{2} \quad z_j - z_i + \tilde{Z}_j - \tilde{Z}_i - \Delta h_{ij} = 0$$

Equazione all'angolo zenitale:

$$f(X_j, Y_j, Z_j, X_i, Y_i, Z_i, \zeta_{ij}) = \arctan \left(\frac{\sqrt{(X_j - X_i)^2 + (Y_j - Y_i)^2}}{(Z_j - Z_i) - h_i + h_j} \left(1 + \frac{\bar{Q}}{R}\right) \right) + \frac{1-k}{2R} \sqrt{(X_j - X_i)^2 + (Y_j - Y_i)^2} - \zeta_{ij} = 0$$

Progettazione, simulazione ed ottimizzazione di una rete

L'ubicazione dei punti presenta, in generale, diverse necessità da soddisfare fra cui si possono citare le estreme:

- A. La rete deve coprire una determinata area e non esiste alcuna prescrizione circa l'ubicazione dei punti, salvo quella di porli nelle migliori posizioni, per ottenere i migliori risultati, relativamente alla precisione ed al tipo di misure adottate (caso delle reti di 1° ordine).
- B. L'ubicazione dei punti è vincolata ad uno specifico scopo, oppure ad una specifica morfologia dell'area da rilevare, pertanto i punti devono essere ubicati dove si deve o dove si può.
- C. In ambedue i casi, la rete deve essere ottimizzata e l'ottimizzazione deve essere considerata secondo diversi punti di vista, ognuno dei quali dà luogo ad un requisito da soddisfare o meno.
- D. La rete deve essere composta con figure ottimali che, a parità di precisione delle osservazioni, diano i migliori risultati per quanto riguarda la precisione dei punti.
- E. I tipi e le precisioni delle osservazioni devono essere scelte in modo che, per un determinato schema della rete, si possano ottenere i risultati voluti, per quanto riguarda la precisione dei punti.
- F. La rete deve essere composta con figure e rilevata con tipi di osservazioni tali da ottenere la massima produttività nelle operazioni di rilevamento, quale si può ottenere, ad esempio, riducendo al minimo, pur senza diminuire la precisione dei risultati, il numero delle stazioni di misura.
- G. E' necessario stabilire, per rilevare un certo numero di punti, se è conveniente usare un unico ordine, oppure se conviene procedere, dapprima al rilevamento di una rete di 1° ordine e, successivamente, infittire con reti di ordine inferiore. Questo problema può porsi anche quando le maglie di una rete preesistente siano molto ampie e può avere soluzioni diverse, in base alla precisione ed al tipo di osservazioni che si intendono eseguire.
- H. Nel caso di reti rilevate in più ordini, deve essere stabilito qual è la precisione delle misure che si devono impiegare nei vari ordini, in vista di un determinato risultato globale.
- I. E' necessario stabilire quante osservazioni ridondanti devono essere eseguite e quali sono quelle che rafforzano maggiormente la rete nel senso che determinano un più ampio aumento di precisione dei punti.

Nell'ottimizzare una rete è conveniente risolvere, nel miglior modo, la maggior parte dei problemi posti. Tuttavia l'enunciazione di questi problemi ha solo lo scopo di puntualizzare gli interrogativi da porsi nel progettare una rete. Una risposta può essere trovata effettuando prove specifiche con opportune tecniche di simulazione interattive e di ottimizzazione matematica.

$$\left(\frac{(1+\bar{Q}/R)(\Delta\tilde{q}_{ij}-h_i+h_j)}{(1+\bar{Q}/R)^2\tilde{b}_{ij}^2+(\Delta\tilde{q}_{ij}-h_i+h_j)^2} + \frac{1-k}{2R} \right) \left(\frac{\tilde{X}_j-\tilde{X}_i}{\tilde{b}_{ij}}(x_j-x_i) + \frac{\tilde{Y}_j-\tilde{Y}_i}{\tilde{b}_{ij}}(y_j-y_i) \right) +$$
$$-\frac{(1-\bar{Q}/R)\tilde{b}_{ij}}{(1+\bar{Q}/R)^2\tilde{b}_{ij}^2+(\Delta\tilde{q}_{ij}-h_i+h_j)^2} (z_j-z_i) + \tilde{\zeta}_{ij} - \zeta_{ij} = 0$$

dove: $\Delta\tilde{q}_{ij} = \tilde{Z}_j - \tilde{Z}_i$ e $\tilde{b}_{ij} = \sqrt{(X_j - X_i)^2 + (Y_j - Y_i)^2}$

Compensazione indipendente di una rete e successivo inquadramento ai punti di coordinate note

Un complesso di punti deve essere rilevato con riferimento ad un certo numero di punti la cui posizione è nota per un precedente rilevamento, ovvero detti punti devono essere inquadrati sul precedente rilevamento. Si costruisce allora uno schema di rete che comprende punti noti e punti da rilevare e si eseguono misure in numero sovrabbondante, per poter eseguire, secondo quanto specificato precedentemente, la compensazione della rete. I punti di coordinate note sono utilizzati come punti fissi e, alla fine del calcolo, si ottengono le coordinate compensate dei punti da rilevare. Questo procedimento presuppone che i punti di coordinate note abbiano una precisione maggiore a quella che risulterebbe per i punti da rilevare, se la rete fosse calcolata come a sé stante. Questo procedimento è in accordo con le procedure seguite per la compensazione delle reti di ordine diverso. Quando una rete si inquadra in una rete preesistente, è conveniente supporre, anche se in realtà ciò non è quasi mai verificato, che la rete preesistente abbia una precisione decisamente superiore.

La procedura corretta, in presenza di precisioni dello stesso ordine, sarebbe quella di considerare, insieme, la rete preesistente e la rete rilevata, formanti un'unica rete, e procedere ad una compensazione d'assieme. E' ovvio che ciò non è possibile in pratica, specie se le reti preesistenti sono di grandi dimensioni ed appartengono alle reti d'inquadramento più generali. Ogni rete che fosse rilevata fra le maglie di una rete preesistente farebbe variare, sia pur di poco, tutte le coordinate di quest'ultima e, a parte la notevole mole di calcolo, si dovrebbe avere un continuo aggiornamento dei cataloghi che riportano i dati delle reti già stabilite, il che è palesemente improponibile.

D'altra parte, si possono verificare situazioni in cui è noto che la precisione intrinseca della rete rilevata, ovvero la precisione della rete considerata a sé stante e che si suppone consistente, per effetto sia della limitata estensione, che di un'elevata precisione ottenuta nelle misure, è superiore a quella della rete preesistente. Ciò vuol dire che, dalla compensazione indipendente della rete, si dedurrebbero maggiori precisioni di quelle che caratterizzano i punti noti. In questi casi, usando la procedura già esemplificata, si costringerebbe la rete rilevata ad adeguarsi alle posizioni dei punti preesistenti e si avrebbe il legittimo sospetto che questo adeguamento comporti deformazioni della rete rilevata, non compatibili con la precisione con cui sono state eseguite le misure. In altri termini, gli scarti residui delle equazioni d'osservazione che, per quanto detto, sono le differenze fra le grandezze compensate e quelle misurate possono risultare più grandi di quelli che si otterrebbero, se la rete fosse compensata senza alcun riferimento a punti preesistenti. In questi casi, si possono seguire due procedimenti distinti.

- ❑ Si esegue la compensazione della rete inserendo, in questa, solo un punto ed una direzione nota della rete preesistente (come pure una quota per le reti altimetriche) o due punti, se si adotta lo schema della triangolazione, ormai desueto, ovvero la rete è rilevata mediante sole misure angolari.
- ❑ Si esegue, dapprima il calcolo e la compensazione della rete intrinsecamente, assumendo un punto come origine arbitraria degli assi ed un lato come direzione arbitraria dell'asse delle ascisse (come pure una quota per le reti altimetriche), e successivamente l'inquadramento sui punti di coordinate note, mediante una trasformazione di coordinate definita da una rotazione e una traslazione di assi ed una variazione di scala (come pure una sola traslazione per le reti altimetriche), in modo che gli angoli compensati della rete non subiscano variazioni, mentre le distanze (e le componenti delle distanze) subiscano, solo variazioni proporzionali alla loro entità.

Modalità di esecuzione della compensazione di una rete

Il calcolo può essere eseguito con modalità diverse, in base alla grandezza della rete.

- Utilizzando un numero strettamente sufficiente di osservazioni indipendenti, fra quelle che si hanno a disposizione, si calcolano valori delle coordinate approssimate che, in genere, sono abbastanza prossimi ai valori compensati, perché si possano trascurare i quadrati e le potenze superiori delle correzioni, cosa che permette di linearizzare il sistema ed eseguire la successiva compensazione rigorosa. Il calcolo delle coordinate approssimate può essere variamente eseguito e, se il numero di punti è rilevante, automaticamente.
- Il calcolo delle coordinate approssimate dei punti può essere eseguito anche con un procedimento iterativo, capace di risolvere il sistema di equazioni non – lineari che definisce la rete. In tal caso, occorre disporre di valori delle coordinate grossolanamente approssimate dei punti. I risultati del calcolo sono i valori delle coordinate sufficientemente approssimate per la successiva compensazione rigorosa. E' ovvio che lo stesso schema di calcolo sia capace di eseguire, per una rete rilevata con numero ridondante di osservazioni, sia la determinazione delle coordinate sufficientemente approssimate, che la successiva compensazione. La procedura si attua nei seguenti passi:
 - si forniscono al calcolatore i valori delle coordinate grossolanamente approssimate;
 - alla fine di ogni flusso di calcolo, si ottengono correzioni che consentono di valutare nuovi valori, per le coordinate dei punti, più approssimati di quelli con cui il calcolo è iniziato;
 - utilizzando i nuovi valori delle coordinate come valori approssimati, si ripete il calcolo delle correzioni finché, dopo un sufficiente numero di iterazioni, si ottengono le coordinate compensate;
 - pertanto nella fase della ricerca delle coordinate sufficientemente approssimate, si utilizzano tutte le equazioni d'osservazione a disposizione, si forma il sistema normale e lo si risolve, mentre solo l'ultima iterazione del calcolo corrisponde alla compensazione rigorosa, propriamente detta.
- Le coordinate grossolanamente approssimate dei punti di una rete possono essere facilmente ricavate, se si ha a disposizione una carta, anche a piccola scala, su cui si sono potuti ubicare i punti della rete. In mancanza di una carta, oppure nell'ipotesi che la rete sia di dimensioni così piccole da non poter essere rappresentata, validamente, su una carta (ad esempio, una rete per il controllo di una diga può avere dimensioni di poche centinaia di metri; addirittura una rete per il rilevamento di un edificio e, maggiormente, di interni può avere dimensioni di qualche decina di metri), le coordinate grossolanamente approssimate possono essere determinate per via grafica, ricostruendo le posizioni dei punti ad una scala opportuna. Si è constatato, con numerose prove, che il processo iterativo converge, anche se le coordinate con cui si inizia il calcolo iterativo sono notevolmente diverse da quelle definitive, purché le figure poligonali che formano la rete siano ben conformate. Si possono introdurre coordinate approssimate, con spostamenti dell'ordine del 10% della distanza media tra i punti, e constatare che, per reti ben conformate, i risultati forniti alla fine delle iterazioni sono corretti. Tutto ciò non deve meravigliare perché, in definitiva, tramite le coordinate grossolanamente approssimate, si forniscono informazioni sulla costituzione della rete che permettono di trattare, correttamente, i valori delle misure eseguite sulla base delle equazioni d'osservazione.

Il sistema di equazioni d'osservazione che definisce una rete è troppo complesso per poter studiare e definire teoricamente i limiti entro cui si ha una sicura convergenza. In reti mal conformate, la convergenza può non stabilirsi e, per ottenere risultati corretti, è necessario valutare con maggior precisione le posizioni approssimate dei punti. In pratica, la mancata convergenza verso le soluzioni corrette, è denunciata da risultati del calcolo che macroscopicamente differiscono dai risultati verosimili. In altre parole, il procedimento di determinare, per via grafica, le coordinate grossolanamente approssimate non è valido, in generale, ed alcune volte è necessario ricorrere al calcolo che fornisce, in ogni caso, valori sufficientemente approssimati.

7. Imposizione del sistema di riferimento

Un sistema di riferimento può dover essere imposto dall'esterno e, in tal caso, occorre vincolare opportunamente quei parametri aggiuntivi non determinabili tramite osservazioni, oppure può essere implicitamente definito dalle osservabili; tutto ciò dà luogo a due classi di problemi.

- La prima riguarda il caso in cui le osservabili sono funzionali, quantomeno, delle differenze di posizione di due punti (ad esempio, come una distanza od un dislivello) ed il sistema di riferimento deve essere fissato dall'esterno, in quanto si hanno misure invarianti per trasformazione del sistema di riferimento e, come tali, necessitano dello stesso (problemi di tipo reticolare);
- la seconda riguarda il caso in cui le osservabili sono funzione di punto ed hanno implicitamente al loro interno la definizione del sistema di riferimento (problemi d'interpolazione: ricostruzione di linee, superfici o corpi 3D, oppure descrizione di contorni 2D o 3D, nonché centratura di figure e/o corpi).

La prima classe, oltre ai dislivelli (e agli angoli zenitali) nel caso di reti altimetriche, comprende anche il caso delle reti planimetriche, dove le misure sono distanze (o componenti di distanze) tra due punti e/o angoli (o direzioni) azimutali. Tuttavia mentre nel caso altimetrico, la soluzione del problema è solo quella di assegnare una coordinata origine (quota nota), nel caso planimetrico si ha una complessità maggiore, in quanto sono da fissare le due coordinate (distinte) origine, un angolo di direzione ed una scala (quest'ultima solo se non sono presenti nei dati misure di distanza o di loro componenti).

Se il problema è esteso allo spazio 3D, la soluzione del problema è assegnare tre coordinate (distinte) origine, tre angoli di direzione ed una scala (anche in questo caso, se non sono presenti nei dati misure di distanza o di loro componenti). Esiste la possibilità di semplificare il problema nello spazio 3D fissando l'asse Z , se sono presenti nei dati misure di dislivello, oppure di angolo zenitale. In questo caso particolare, la soluzione del problema è ricondotta all'assegnazione di tre coordinate (distinte) origine, un angolo di direzione nel piano orizzontale ed eventualmente una scala, sommando gli effetti di quanto richiesto dal caso altimetrico e da quello planimetrico. Infine nel caso in cui siano state effettuate misure di componenti della distanza, riferite agli assi del sistema di riferimento, la soluzione del problema consiste semplicemente nel fissare tre coordinate origine.

L'imposizione del sistema di riferimento si attua fissando un certo numero di parametri, pari almeno al difetto di rango del sistema di osservazioni in esame, e dà luogo ad una compensazione vincolata, se i vincoli sono sovrabbondanti, ovvero ad una compensazioni libera, in caso contrario. In questo ultimo caso, oltre a scelte arbitrarie, possono essere adottate le soluzioni cosiddette a parametri medi, oppure "best fitting".

APPENDICE A – Calcolo delle coordinate approssimate di punti di reti geodetiche e topografiche

A1. Sistemi non – lineari

Nelle compensazioni a minimi quadrati di quantità osservate, provenienti da misure geodetiche, topografiche (e fotogrammetriche), spesso le equazioni di condizioni, per lo più con parametri aggiuntivi incogniti, sono non – lineari. Anche quando, come comunemente accade per brevità di calcolo, si utilizza il modello delle cosiddette osservazioni indirette, dove le quantità osservate compaiono una per equazione e, non appena possibile, in forma lineare, ugualmente le equazioni d'osservazione sono spesso non – lineari nei parametri aggiuntivi incogniti.

Tuttavia la relativa semplicità e soprattutto la standardizzazione del calcolo dei sistemi lineari, invita a procedere alla linearizzazione delle equazioni, rispetto ai soli parametri aggiuntivi incogniti, attorno a certi valori approssimati, comunque noti, degli stessi parametri aggiuntivi incogniti. Si effettua così anche un cambiamento di incognite dai parametri aggiuntivi incogniti alle correzioni di questi.

Successivamente il sistema è trattato come un qualsiasi sistema lineare. Inoltre nel caso, spesso frequente, in cui i valori approssimati siano troppo lontani dai valori attesi dei parametri aggiuntivi incogniti si può procedere a una nuova linearizzazione, attorno ai nuovi valori approssimati, e ritrattare poi il sistema lineare, continuando con questo procedimento iterativo, finché le correzioni dei parametri aggiuntivi incogniti non risultino trascurabili (metodo di Newton – Fourier).

Come già detto in precedenza, i valori approssimati dei parametri aggiuntivi incogniti sono dati in ingresso per le compensazioni a minimi quadrati (caso non – lineare). Questo porta, in generale, a dover risolvere un certo numero di equazioni non – lineari, prima di poter affrontare la stima dei parametri aggiuntivi incogniti. Ora poiché non è formulabile uno schema di risoluzione esatta di un qualsiasi sistema di equazioni non – lineari, occorre caso per caso individuare un modo di procedere insieme coerente e operativo.

Argomento specifico di questa appendice è individuare una strategia per il calcolo automatico dei valori approssimati dei parametri aggiuntivi incogniti (coordinate e parametri d'orientamento) di reti geodetiche e topografiche; problema tanto più importante, quanto più cresce il numero dei punti e delle misure delle reti che si eseguono. Come noto infatti, sono non – lineari le equazioni (alle distanze, alle direzioni azimutali, agli angoli azimutali e agli azimut) usate per le reti planimetriche; di conseguenza, per queste equazioni è indispensabile provvedere alla loro linearizzazione. Al contrario, è lineare l'equazione ai dislivelli usata per le reti altimetriche; pertanto per questa equazione non è indispensabile provvedere alla sua linearizzazione, tuttavia è consuetudine risolverla ugualmente in forma di equazione alle correzioni, come se una linearizzazione fosse necessaria.

Un valido strumento per il calcolo automatico dei valori approssimati dei parametri aggiuntivi incogniti è offerto in questi casi della teoria dei grafi che, sfruttando pienamente tutte le informazioni topologiche disponibili, a partire da una qualsiasi origine, permette di propagare le coordinate ed i parametri di orientamento utilizzando ogni volta il minimo numero di equazioni necessarie allo scopo.

In conseguenza dell'utilizzo della teoria dei grafi, è opportuno distinguere nelle reti planimetriche o plano-altimetriche: le reti di poligonali (dove per ogni lato esistono insieme misure angolari e lineari) e le reti di triangolazione (dove per ogni lato esistono solo misure angolari, al più con qualche base o qualche traversa), entrambi con eventuali intersezioni in avanti. Il calcolo delle coordinate approssimate di un'intersezione inversa non presenta invece particolari difficoltà, essendo a tal fine questa uno schema

isolato. Per quanto riguarda infine le reti miste, se per ogni lato esistono insieme misure angolari e lineari, come nelle reti di triangolazione – trilaterazione, queste sono trattabili come reti di poligonali. In caso contrario, come nelle reti miste generiche, sotto l'ipotesi aggiuntiva che, a una misura lineare, corrisponda sempre una misura angolare, queste sono trattabili come le reti di triangolazione. Questa ipotesi aggiuntiva è plausibile, essendo la misura di distanza, pur in sé molto semplice, operativamente più complessa di una misura angolare. Come noto infatti, una misura di distanza richiede di porre nel punto di osservazione un prisma retro – riflettore, ovviamente inutile per una misura angolare. Pertanto una rete mista che abbia misure di distanza, senza le corrispondenti misure angolari, deve considerarsi uno schema mal fatto o comunque molto eccezionale.

A2. Calcolo delle quote approssimate dei punti di una rete altimetrica

Il calcolo delle quote approssimate dei punti di una rete altimetrica può essere effettuato secondo il seguente schema ¹⁰:

- assegnazione ad un punto qualsiasi (punto origine) di una quota arbitraria;
- calcolo delle quote provvisorie di tutti i punti, percorrendo il grafo, e segnalazione degli errori di chiusura degli anelli del medesimo;
- calcolo di una traslazione verticale assoluta su un punto fisso e segnalazione degli errori d'inquadramento su eventuali altri punti fissi;
- calcolo delle quote approssimate di tutti i punti.

Si tratta ora di precisare l'espressione: percorrendo il grafo, in modo tale che diventi operativa. Come noto infatti, la base di dati di una livellazione (un esempio, in figura A.1), nella sua parte topologica, costituisce già la matrice disegno simbolica memorizzata compatta per righe: matrice I (un esempio, in figura A.2). A partire da questa matrice, si costruiscono nell'ordine: la matrice disegno simbolica memorizzata compatta per colonne: matrice II (un esempio, in figura A.3), la matrice normale simbolica memorizzata compatta per elementi isolati: matrice III (un esempio, in figura A.4) ed una struttura a livelli radicata nel punto origine (un esempio, in figura A.5).

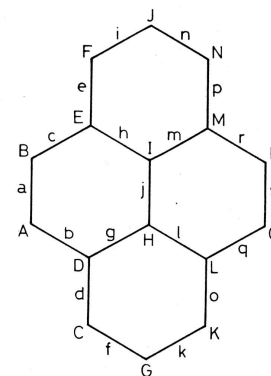


Fig. A.1 – Grafo della rete

La trasposizione di quest'ultima, ovvero il passaggio da un'etichettatura di ciascun caposaldo, con il livello assegnato dal raggruppamento dei vertici livello per livello (un esempio, in figura A.6), individua proprio un modo coerente e operativo di percorrere il grafo. Infatti utilizzando i punti nell'ordine costituito livello per livello, dal primo verso l'ultimo, per la definizione stessa di struttura a livelli radicata, non può mai accadere di capitare su un punto che non sia collegato almeno a un altro nel livello precedente per cui, se si parte dal punto origine (radice), tutti i punti sono raggiunti senza dover effettuare alcuna ricerca.

¹⁰ Si ricordi che comunque è necessario effettuare preliminarmente la sostituzione della numerazione alla nomenclatura dei caposaldi, cosicché i numeri d'ordine dei caposaldi servano da puntatori ai caposaldi stessi nelle varie matrici utilizzate.

Lati	Caposaldi collegati	Caposaldi	Lati collegati	Totale – Puntatore
				0
<i>a</i>	<i>A B</i>	<i>A</i>	<i>a b</i>	2 2
<i>b</i>	<i>A D</i>	<i>B</i>	<i>a c</i>	2 4
<i>c</i>	<i>B E</i>	<i>C</i>	<i>d f</i>	2 6
<i>d</i>	<i>C D</i>	<i>D</i>	<i>b d g</i>	3 9
<i>e</i>	<i>E F</i>	<i>E</i>	<i>c e h</i>	3 12
<i>f</i>	<i>C G</i>	<i>F</i>	<i>e i</i>	2 14
<i>g</i>	<i>D H</i>	<i>G</i>	<i>f k</i>	2 16
<i>h</i>	<i>E I</i>	<i>H</i>	<i>g j l</i>	3 19
<i>i</i>	<i>F J</i>	<i>I</i>	<i>h j m</i>	3 22
<i>j</i>	<i>H I</i>	<i>J</i>	<i>i n</i>	2 24
<i>k</i>	<i>G K</i>	<i>K</i>	<i>k o</i>	2 26
<i>l</i>	<i>H L</i>	<i>L</i>	<i>l o q</i>	3 29
<i>m</i>	<i>I M</i>	<i>M</i>	<i>m p r</i>	3 32
<i>n</i>	<i>J N</i>	<i>N</i>	<i>n p</i>	2 34
<i>o</i>	<i>K L</i>	<i>O</i>	<i>q s</i>	2 36
<i>p</i>	<i>M N</i>	<i>P</i>	<i>r s</i>	2 38
<i>q</i>	<i>L O</i>			
<i>r</i>	<i>M P</i>			
<i>s</i>	<i>O P</i>			

Fig. A.2
Matrice disegno simbolica (matrice I) memorizzata compatta per righe.

Fig. A.3
Matrice disegno simbolica (matrice II) memorizzata compatta per colonne.

Nota: le lettere usate in questa tabella, come in tutte le successive, sono intese dotate della proprietà dell'ordinamento alfabetico e, in conseguenza di ciò chiamate: numeri d'ordine.

In pratica, assegnata al punto origine una quota arbitraria, si sommano algebricamente a questa i dislivelli di tutti i lati uscenti dal punto origine, ottenendo così le quote provvisorie di tutti i suoi punti corona. L'informazione topologica relativa ai singoli dislivelli (ovvero ai numeri d'ordine delle misure) è fornita dalla colonna del punto origine della matrice II. L'informazione topologica relativa a ciascun punto corona (ovvero i numeri d'ordine di quei punti) è fornito dall'indicatore (diverso dal punto origine) nella riga della matrice I, puntata dalla informazione topologica. Il problema del segno dei dislivelli utilizzati è risolto con un semplice test.

Successivamente si ripete quanto fatto per il punto origine per tutti i punti del secondo livello della struttura a livelli radicata. Infatti questi punti non possono essere altro che punti corona del punto origine e pertanto hanno già assegnata la loro quota provvisoria. Dopodiché si passa ai punti del terzo livello e così via fino all'ultimo punto dell'ultimo livello (un esempio, in figura A.7).

A commento della strategia proposta, è interessante notare, qui e nel prosieguo, come indicatori, contatori e puntatori (diritti e rovesci) giochino un ruolo, indispensabile e fondamentale, per snellire ricerche tabellari, altrimenti lunghissime, specialmente se le basi di dati in esame sono di dimensioni consistenti, come spesso accade in molti casi reali.

Vertici	Caposaldi collegati	Totale – Puntatore
A	A B D	3 1
B	A B E	3 4
C	C D G	3 7
D	A C D H	4 10
E	B E F I	4 14
F	E F J	3 18
G	C G K	3 21
H	D H I L	4 24
I	E H I M	4 28
J	F J N	3 32
K	G K L	3 35
L	H K L O	4 38
M	I M N P	4 42
N	F M N	3 46
O	L O P	3 49
P	M O P	3 52
		55

Fig. A.4
Matrice normale simbolica (matrice III)
memorizzata compatta per elementi isolati.

Caposaldi	Livelli assegnati
A	4
B	5
C	2
D	3
E	6
F	7
G	1
H	4
I	5
J	8
K	2
L	3
M	6
N	7
O	4
P	5

Fig. A.5
Struttura livelli radicata
(nel caposaldo G).

Livelli	Vertici appartenenti	Totale – Puntatore
		- 0
1	G (radice)	1 1
2	C K	2 3
3	D L	2 5
4	A H O	3 8

1° livello

punto origine: G (radice)

colonna G della matrice disegno simbolica(II)

memorizzata compatta per colonne: $f k$ (lati colleganti)

riga f della matrice disegno simbolica (I)

memorizzata compatta per righe: C G (vertici collegati)
si determina il punto C

riga k della matrice disegno simbolica (I)

memorizzata compatta per righe: G K (vertici collegati)
si determina il punto K

Fig. A.7

Calcolo delle quote provvisorie di tutti i punti percorrendo il grafo

5	B I P	3 11
6	E M	2 13
7	F N	2 15
8	J	1 16

Fig. A.6

Struttura a livelli radicata (in G) trasposta

2° livello

punto corona del punto origine G: C

ecc.

punto corona del punto origine G: K

ecc.

3° livello

ecc.

8° livello

ecc.

Inoltre ogni qualvolta fra i punti corona di un qualsiasi punto si trovano punti cui è già stata assegnata la quota provvisoria, è possibile calcolare gli errori di chiusura degli anelli della rete¹¹: operazione affatto onerosa e invece molto importante per la ricerca di almeno buona parte degli errori grossolani.

Per completezza, si ricorda che, in questa fase, devono essere compiute anche tutte quelle operazioni di trattamento preliminare delle misure che consentono di passare dalle misure realmente effettuate alle quantità osservate. In questo caso specifico, né la correzione dinamica nella livellazione geometrica di interesse geodetico, né la determinazione del dislivello (calcolato al solito, insieme alla riduzione all'orizzonte e all'ellissoide della distanza a partire dall'angolo zenitale e dalla distanza inclinata) e la successiva correzione del dislivello per la curvatura terrestre e la rifrazione atmosferica nella livellazione trigonometrica presentano problemi di intersezione¹² con il calcolo delle quote approssimate.

A.3 Calcolo delle coordinate approssimate dei punti di una rete di poligonali

Il calcolo delle coordinate approssimate dei punti e dell'orientamento approssimato delle stazioni di una rete di poligonali, con eventuali intersezioni in avanti, può essere effettuato secondo il seguente schema:

- a) assegnazione ad un punto qualsiasi (punto origine) di coordinate piane arbitrarie e alla stazione (situata nel punto origine) di un orientamento arbitrario;
- b) calcolo delle coordinate provvisorie di tutti i punti e trasporto dell'orientamento provvisorio in tutte le stazioni delle poligonali, percorrendo il grafo, e segnalazione degli errori di chiusura delle poligonali chiuse o vincolate ai loro estremi;
- c) calcolo delle coordinate provvisorie di tutti i punti determinati mediante intersezione in avanti, saltando fra le componenti disgiunte del grafo, e segnalazione delle discrepanze sulle determinazioni multiple;
- d) calcolo di una rototraslazione piana assoluta su due punti fissi e segnalazione degli errori d'inquadramento su eventuali altri punti fissi;
- e) calcolo delle coordinate approssimate di tutti i punti e dell'orientamento approssimato di tutte le stazioni.

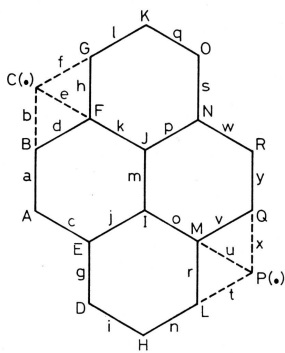
Si tratta ora di precisare le espressioni: percorrendo il grafo e saltando fra le componenti disgiunte del grafo, in modo che diventino operative. Si osservi che se la base di dati di una poligonazione (un esempio, in figura A.8) è tale da contenere raggruppate tutte le misure su un lato (un esempio, in figura A.9): direzione azimutale in avanti e indietro, distanza media o due distanze (oppure: angolo zenitale e distanza inclinata in avanti, angolo zenitale e distanza inclinata indietro), che per quanto riguarda le intersezioni in avanti si riducono alla sola direzione azimutale in avanti¹³, allora questa così fatta base di dati, nella sua parte topologica, costituisce già la matrice del disegno simbolica memorizzata compatta per righe: matrice I^{14} (si vedano, ad esempio, le colonne contenenti gli indicatori dei vertici collegati nella figura A.9).

¹¹ Nel caso, piuttosto frequente nelle reti ben confermate, in cui le determinazioni multiple ridondanti di un caposaldo siano più di una, se tutte quante presentano discrepanze, allora è probabile che una delle misure utilizzate per percorrere il grafo sia affetta da errore grossolano. Analogamente si ha per gli errori d'inquadramento, nel caso in cui la ridondanza dei punti fissi sia maggiore di uno.

¹² Con l'espressione problemi d'intersezione si intende che l'ordine di esecuzione di alcune operazioni non è affatto libero; al contrario alcune di esse, dipendenti dai risultati di altre, possono essere eseguite solo dopo che queste sono terminate.

¹³ E' inoltre possibile la misura dell'angolo zenitale in avanti.

¹⁴ Si ricordi che comunque è necessario effettuare preliminarmente la sostituzione della numerazione alla nomenclatura dei vertici.



(•) punto determinato mediante intersezione in avanti

Fig. A.8 – Grafo della rete

Lati	Vertici collegati	Misure eseguite su un lato		Distanza media
		Direzione azimutale avanti	Direzione inazimutale indietro	
<i>b</i>	<i>B C</i>	+	-	-
<i>c</i>	<i>A E</i>	+	+	+
<i>d</i>	<i>B F</i>	+	+	+
<i>e</i>	<i>C F</i>	-	+	-
<i>f</i>	<i>C G</i>	-	+	-
<i>g</i>	<i>D E</i>	+	+	+
<i>h</i>	<i>F G</i>	+	+	+
<i>i</i>	<i>D H</i>	+	+	+
<i>j</i>	<i>E I</i>	+	+	+
<i>k</i>	<i>F J</i>	+	+	+
<i>l</i>	<i>G K</i>	+	+	+
<i>m</i>	<i>I J</i>	+	+	+
<i>n</i>	<i>H L</i>	+	+	+
<i>o</i>	<i>I M</i>	+	+	+
<i>p</i>	<i>J M</i>	+	+	+
<i>q</i>	<i>K O</i>	+	+	+
<i>r</i>	<i>L M</i>	+	+	+
<i>s</i>	<i>N O</i>	+	+	+
<i>t</i>	<i>L P</i>	+	-	-
<i>u</i>	<i>M P</i>	+	-	-
<i>v</i>	<i>M Q</i>	+	+	+
<i>w</i>	<i>N R</i>	+	+	+
<i>x</i>	<i>P Q</i>	-	+	+
<i>y</i>	<i>Q Q</i>	+	+	+

Base di dati:

+ misura esistente

- misura non effettuata

Fig. A.9 – Matrice disegno simbolica (matrice I) memorizzata compatta per righe

Questa base di dati non è purtroppo usuale nelle reti di poligonali: ha sicuramente il difetto che una riga, corrispondente a un lato, deve essere compilata durante l'effettuazione delle operazioni di misura in due stazioni (in una per le misure in avanti e nell'altra per le misure indietro), ma non è di difficile uso superato l'impasse iniziale, inoltre è più robusta contro il commettere errori grossolani del tipo omissione di misure, e comunque, può essere ricavata facilmente dalla usuale base di dati provenienti da una poligonazione.

Infatti a partire della matrice disegno simbolica memorizzata compatta per righe (matrice I), si costituiscono nell'ordine: la matrice disegno simbolica memorizzata compatta per colonne: matrice II (un esempio, in figura A.10), la matrice normale simbolica memorizzata compatta per elementi isolati: matrice III (un esempio, in figura A.11) e quindi una struttura a livelli radicata nel punto origine (un esempio, in figura A.12).

Il passaggio fra le due basi di dati è agevole a compiersi utilizzando la matrice II. Per questo, si confrontano fra loro gli indicatori della matrice I, puntati dagli elementi di ciascuna colonna della matrice II, scorsi a loro volta con due cicli concatenati. Ogni qualvolta risulta che gli indicatori della matrice I, ovvero i punti collegati da un lato del grafo, a due a due coincidano, allora si appaiano su una stessa riga della matrice I le direzioni azimutali in avanti e indietro e la distanza (o la media delle distanze). Un test sugli indicatori della matrice I fa eseguire l'appaiamento solo nel caso in cui il numero d'ordine del primo punto collegato sia minore del numero d'ordine del secondo punto collegato, in quanto l'appaiamento riduce ovviamente le righe della matrice I. Da ultimo, si procede al compattamento delle righe appaiate della matrice I (un esempio, in figura A.13). La trasposizione della struttura a livelli radicata nel punto origine (un esempio, in figura A.14), come nel caso delle reti altimetriche, individua proprio un modo coerente e operativo di percorrere il grafo. Così a partire dal punto origine, è possibile calcolare le coordinate provvisorie ed effettuare il trasporto dell'orientamento provvisorio (un esempio, in figura A.15) raggiungendo e contrassegnando¹⁵ tutti i punti delle poligonali senza dover eseguire alcuna ricerca, distinguendo questi da quelli determinati mediante intersezione in avanti per la presenza o l'assenza di distanze misurate su un lato della rete (un esempio, in figura A.16).

Vertici	Lati colleganti	Totale – Puntatore		Vertici	Vertici collegati	Totale – Puntatore	
		0					
<i>A</i>	<i>a b</i>	2	2	<i>A</i>	<i>A B E</i>	3	1
<i>B</i>	<i>a b d</i>	3	5	<i>B</i>	<i>A B C F</i>	4	4
<i>C</i>	<i>b c f</i>	3	8	<i>C</i>	<i>B C F G</i>	4	8
<i>D</i>	<i>g i</i>	2	10	<i>D</i>	<i>D E H</i>	3	12
<i>E</i>	<i>c g j</i>	3	13	<i>E</i>	<i>A D E I</i>	4	15
<i>F</i>	<i>d e h k</i>	4	17	<i>F</i>	<i>B C F G J</i>	5	19
<i>G</i>	<i>f h l</i>	3	20	<i>G</i>	<i>C F G K</i>	4	24
<i>H</i>	<i>i n</i>	2	22	<i>H</i>	<i>D H L</i>	3	28
<i>I</i>	<i>j m o</i>	3	25	<i>I</i>	<i>E D J M</i>	4	31

¹⁵ La forma del contrassegnamento è del tutto arbitraria bastando, per questo contrassegnamento, solo un informatore logico (si – no, più – meno, ecc.) sull'appartenenza o meno dei punti alle poligonali.

<i>J</i>	<i>k m p</i>	3	28
<i>K</i>	<i>l q</i>	2	30
<i>L</i>	<i>n r t</i>	3	33
<i>M</i>	<i>o r u v</i>	4	37
<i>N</i>	<i>p s w</i>	3	40
<i>O</i>	<i>q s</i>	2	42
<i>P</i>	<i>t u x</i>	3	45
<i>Q</i>	<i>v x y</i>	3	48
<i>R</i>	<i>w y</i>	2	50

<i>J F I J N</i>	4	35
<i>K G K O</i>	3	39
<i>L H L M P</i>	4	42
<i>M I L M P Q</i>	5	46
<i>N J N O R</i>	4	51
<i>O K N O</i>	3	55
<i>P L M P Q</i>	4	58
<i>Q M P Q R</i>	4	62
<i>R N Q R</i>	3	66

69

Fig. A.10

Matrice disegno simbolica (matrice II) memorizzata compatta per colonne

Fig. A.11

Matrice normale simbolica (matrice III) memorizzata compatta per elementi isolati

Terminato il calcolo delle coordinate provvisorie e il trasporto dell'orientamento provvisorio di tutti i punti delle poligonali, è poi possibile calcolare le coordinate provvisorie dei punti determinati mediante intersezioni in avanti, individuabili come i punti non – contrassegnati durante il calcolo delle poligonali, ovvero saltando fra le componenti disgiunte del grafo (un esempio, in figura A.17).

Vertici	<i>A B C D E F G H I J K L M N O P Q R</i>
Livelli assegnati	4 5 6 2 3 6 7 1 4 5 8 2 3 6 7 3 4 5

Fig. A.12

Struttura a livelli radicata (nel vertice *H*)

Livelli	Vertici appartenenti	Totale – Puntatore
		0
1	<i>H (radice)</i>	1 1
2	<i>D L</i>	2 3
3	<i>E M P</i>	3 6
4	<i>A I Q</i>	3 9
5	<i>B J R</i>	3 12
6	<i>C F N</i>	3 15
7	<i>G O</i>	2 17
8	<i>K</i>	1 18

Colonna *A* della matrice disegno simbolica (II) memorizzata compatta per colonne:

a'c'a''c'' (lati colleganti)

riga *a'* della matrice disegno simbolica (I) memorizzata compatta per righe:

A B (vertici collegati)

riga *c'* della matrice disegno simbolica (I) memorizzata compatta per righe:

A E (vertici collegati)

confronto (•) fra i vertici delle righe *a' c'*:

A=A B=B

riga *a''* della matrice disegno simbolica (I) memorizzata compatta per righe:

B A (vertici collegati)

Fig. A.14

Struttura a livelli radicata (nel vertice *H*) trasposta

confronto (●) fra i vertici delle righe a' e a'' :

$$A=A \quad B=B$$

si appaiano le misure della riga a' con quelle della riga a''

ecc.

colonna B della matrice disegno simbolica (II) memorizzata compatta per colonne:

$a'a''b'b''d'd''$ (lati colleganti)

$$\begin{aligned} \vartheta_{BA}^A &= \vartheta_{AB}^A + \pi & \text{se } \vartheta_{BA}^A \geq 2\pi & \Rightarrow \vartheta_{BA}^A = \vartheta_{BA}^A - 2\pi \\ OR^B &= \vartheta_{BA}^A - \vartheta_{BA}^B & \text{se } OR^B < 0 & \Rightarrow OR^B = OR^B + 2\pi \\ \vartheta_{BC}^A &= \vartheta_{BC}^B + OR^B & \text{se } \vartheta_{BC}^A \geq 2\pi & \Rightarrow \vartheta_{BC}^A = \vartheta_{BC}^A - 2\pi \\ \vartheta_{CB}^A &= \vartheta_{BC}^A + \pi & \text{se } \vartheta_{CB}^A \geq 2\pi & \Rightarrow \vartheta_{CB}^A = \vartheta_{CB}^A - 2\pi \\ OR^C &= \vartheta_{CB}^A - \vartheta_{CB}^C & \text{se } OR^C < 0 & \Rightarrow OR^C = OR^C + 2\pi \end{aligned}$$

Fig. A.15 – Trasporto dell'orientamento

Inoltre ogni qualvolta si ritrova un punto cui sono già state assegnate le coordinate provvisorie, è possibile calcolare gli errori di chiusura delle poligonal chiuse o vincolate ai loro estremi e le discrepanze sulle determinazioni multiple delle intersezioni in avanti¹⁶: operazione affatto onerosa e invece, come già detto in precedenza, molto importante per la ricerca di almeno buona parte degli errori grossolani.

Per completezza si ricorda che in questa fase devono essere compiute anche tutte quelle operazioni di trattamento preliminare delle misure che consentono di passare delle misure realmente effettuate alle quantità osservate. Anche in questo caso specifico, la riduzione all'orizzonte e all'ellissoide della distanza (calcolata al solito, insieme alla determinazione del dislivello a partire dal l'angolo zenitale e dalla distanza inclinata) non presenta problemi intersezione¹⁷ con il calcolo delle coordinate approssimate.

1° livello

punto origine: H (radice)

colonna H della matrice disegno simbolica (II) memorizzata compatta per colonna: $i n$ (lati colleganti)

riga i della matrice disegno simbolica (I) memorizzata compatta per righe: $D H$ (vertici collegati),

inoltre: $\exists d_{DH} \neq 0$ si determina il punto D e lo si contrassegna

riga n della matrice disegno simbolica (I) memorizzata compatta per righe: $H L$ (vertici collegati),

inoltre: $\exists d_{HL} \neq 0$ si determina il punto L e lo si contrassegna

2° livello

punto corona del punto origine H : D

ecc.

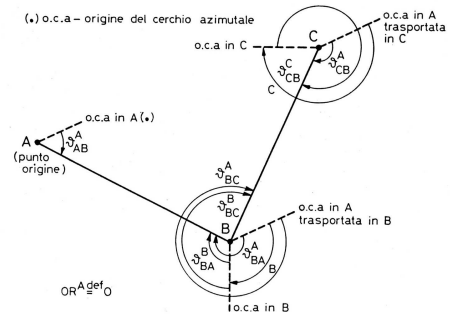
punto corona del punto origine H : L

ecc.

ecc.

(●) Si noti come basti confrontare solo il primo vertice collegato di una riga con il secondo dell'altra, e viceversa, in quanto il confronto avviene sempre fra misure in avanti e misure indietro.

Fig. A.13 – Passaggio fra basi di dati



¹⁶ Nel caso, piuttosto frequente nelle reti ben conformate, dove le determinazioni multiple ridondanti di un vertice sono più di una, se tutte queste presentano discrepanze, allora è probabile che una delle misure utilizzate per percorrere il grafo (oppure per saltare fra le componenti disgiunte del grafo) sia affetta da errore grossolano. Analogamente si ha per gli errori di inquadramento nel caso in cui la ridondanza dei punti fissi sia maggiore di uno.

¹⁷ Con l'espressione problemi d'intersezione si intende che l'ordine di esecuzione di alcune operazioni non è affatto libero; al contrario alcune di esse, dipendenti dai risultati di altre, possono essere eseguite solo dopo che queste sono terminate.

3° livello
ecc.

Fig. A.16
Calcolo delle coordinate provvisorie di tutti i punti
della rete di poligonali e trasporto dell'orientamento provvisorio
di tutte le stazioni percorrendo il grafo

8° livello
ecc.

Punto <i>H</i>	contrassegnato	vertice della rete di poligonali
Punto <i>D</i>	contrassegnato	vertice della rete di poligonali
Punto <i>M</i>	contrassegnato	vertice della rete di poligonali
Punto <i>P</i>	non contrassegnato	vertice determinato mediante intersezione in avanti:

colonna *P* della matrice disegno simbolica (II) memorizzata compatta per colonne:
t u x (lati colleganti)

riga *t* della matrice disegno simbolica (I) memorizzata compatta per righe:

L P (vertici collegati)

riga *u* della matrice disegno simbolica (I) memorizzata compatta per righe:

M P (vertici collegati)

si determina il punto *P*

Punto <i>A</i>	contrassegnato	vertice della rete di poligonali
Punto <i>B</i>	contrassegnato	vertice della rete di poligonali
Punto <i>C</i>	non contrassegnato	vertice determinato mediante intersezione in avanti: si determina il punto <i>C</i>
Punto <i>E</i>	contrassegnato	vertice della rete di poligonali
Punto <i>F</i>	contrassegnato	vertice della rete di poligonali

Fig. A.17

Calcolo delle coordinate piane provvisorie dei punti determinati mediante intersezioni in avanti saltando fra le componenti disgiunte del grafo (•)

(•) solo per comodità l'ordine d'arrivo dei punti è quello della struttura a livelli radicata

A.4 Calcolo delle coordinate approssimate dei punti di una rete di triangolazione

Il calcolo delle coordinate approssimate dei punti e dell'orientamento approssimato delle stazioni di una rete di triangolazione, con eventuali intersezioni in avanti, può essere effettuato con il seguente schema:

- assegnazione ad una stazione qualsiasi (punto origine) di un orientamento arbitrario;
- trasporto dell'orientamento provvisorio in tutte le stazioni della triangolazione, percorrendo il grafo;
- ricerca di due punti qualsiasi purché tra loro direttamente connessi in modo reciproco;
- assegnazione a questi due punti di coordinate arbitrarie (dimensionamento provvisorio della rete);
- calcolo delle coordinate provvisorie di tutti i punti della triangolazione, percorrendo il grafo, e segnalazione delle discrepanze sulle determinazioni multiple;
- calcolo delle coordinate provvisorie di tutti i punti determinati mediante intersezioni in avanti, saltando fra le componenti disgiunte dal grafo, e segnalazione delle discrepanze sulle determinazioni multiple;
- calcolo di una rototraslazione piana, con variazione di scala, su due punti fissi e segnalazione degli errori d'inquadramento su eventuali altri punti fissi;
- calcolo delle coordinate approssimate di tutti i punti e dell'orientamento approssimato di tutte le stazioni;
- segnalazione degli errori in eventuali misure ausiliarie.

Questa procedura è evidentemente ben più complessa delle precedenti; si tratta ora di analizzarla nei suoi dettagli in modo tale che ogni punto sia effettivamente operativo. Come noto, la usuale base di dati di una triangolazione (un esempio, in figura A.18) è tale da presentare, una di seguito all'altra, tutte le direzioni azimutali uscenti da una stazione. Di conseguenza, questa così fatta base di dati nella sua parte topologica costituisce già la matrice disegno simbolica memorizzata compatta per righe: matrice I¹⁸ (un esempio, in figura A.19). A partire da questa matrice si costituiscono nell'ordine: la matrice disegno simbolica memorizzata compatta per colonne; matrice II (un esempio, in figura A.20), la matrice normale simbolica memorizzata compatta per elementi isolati: matrice III¹⁹ (un esempio in figura A.21) e una struttura a livelli radicata nel punto origine (un esempio, in figura A.22).

Si badi che già durante la costruzione di questa struttura a livelli radicata nel punto origine dove avvenire la distinzione dei punti di triangolazione da quelli determinati mediante intersezioni in avanti. Ciò è possibile se, grazie alla basa di dati, si dispone dell'elenco dei punti di stazione con cui confrontare ogni vertice candidato ad appartenere ad un certo livello, non essendo ovviamente mai punti di stazione quelli determinati mediante intersezione in avanti. Inoltre occorre garantirsi, di volta in volta, che due punti di stazione fra loro direttamente connessi lo siano anche in modo reciproco²⁰.

Lati	Vertici collegati	Vertici	Lati colleganti	Totale – Puntatore
<i>a</i>	<i>A B</i>	<i>A</i>	<i>a α b e f</i>	5 5
<i>α</i>	<i>A D</i>	<i>B</i>	<i>a c d e i m</i>	6 11
<i>b</i>	<i>A C</i>	<i>C</i>	<i>b f g h k n</i>	6 17
<i>c</i>	<i>B E</i>	<i>D</i>	<i>α d g i β j γ k p</i>	9 26
<i>d</i>	<i>B D</i>	<i>E</i>	<i>c β l δ m u</i>	6 32
<i>e</i>	<i>B A</i>	<i>F</i>	<i>h γ n ε o v</i>	6 38
<i>f</i>	<i>C A</i>	<i>G</i>	<i>j δ ε p q η r t w</i>	9 47
<i>g</i>	<i>C D</i>	<i>H</i>	<i>l q s t u z</i>	6 53
<i>h</i>	<i>C F</i>	<i>I</i>	<i>o r v w x y</i>	6 59
<i>i</i>	<i>D B</i>	<i>J</i>	<i>η s x y z</i>	5 64
<i>β</i>	<i>D E</i>			
<i>j</i>	<i>D G</i>			
<i>γ</i>	<i>D F</i>			
<i>k</i>	<i>E C</i>			
<i>l</i>	<i>E H</i>			
<i>δ</i>	<i>E G</i>			
<i>m</i>	<i>E B</i>			
<i>n</i>	<i>F C</i>			
<i>ε</i>	<i>F G</i>			
<i>o</i>	<i>FI I</i>			
<i>p</i>	<i>G D</i>			
<i>q</i>	<i>G H</i>			

Fig. A.20

Matrice disegno simbolica (matrice II)
memorizzata compatta per colonne

¹⁸ Si ricordi che è comunque necessario effettuare preliminarmente la sostituzione della numerazione alla nomenclatura dei vertici.

¹⁹ Nella tabella A.21 compaiono, per ogni vertice, anche la banda indietro e la banda avanti, ovvero il numero d'ordine dei due più lontani vertici collegati rispettivamente all'indietro ed in avanti.

²⁰ Si osservi che prendere anche questa precauzione, benché alquanto laboriosa, è indispensabile qui, come in altri due punti nel prosieguo, in quanto percorrere un lato non interessato da una connessione reciproca imporrebbe di usare la più generale teoria dei grafi orientati al posto della solita teoria dei grafi fin qui utilizzata cosa che, in un punto per nulla semplice, renderebbe il tutto ancora più complesso.

η	G	J
r	G	I
s	H	J
t	H	G
u	H	E
v	I	F
w	I	G
x	I	J
y	J	I
z	J	H

Fig. A.19 – Matrice disegno simbolica (matrice I) memorizzata compatta per righe

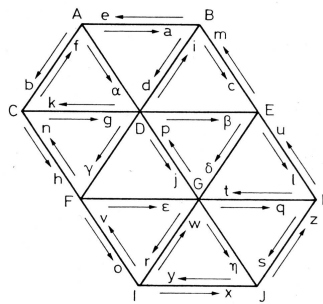


Fig. A.18 – Grafo della rete

Vertici	Vertici collegati	Totale – Puntatore	Banda indietro	Banda avanti
A	$A B C D$	4 1	-	D
B	$A B D E$	4 5	A	E
C	$A C D F$	4 9	A	F
D	$A B C D E F G$	7 13	A	G
E	$B D E G H$	5 20	B	H
F	$C D F G I$	5 25	C	I
G	$D E F G H I J$	7 30	D	J
H	$E G H J$	4 37	E	J
I	$F G I J$	4 41	F	J
J	$G H I J$	4 45	G	-
		49		

Fig. A.21
Matrice normale simbolica (matrice III) memorizzata compatta per elementi isolati

Vertici	Livelli assegnati	Livelli	Vertici appartenenti	Totale – Puntatore
				0
A	1	1	A	1 1
B	2	2	$B C$	2 3
C	2	3	$D E F$	3 6
D	3	4	$G H I$	3 9
E	3	5	J	1 10
F	3			
G	4			
H	4			
I	4			
J	5			

Fig. A.23
Struttura a livelli radicata (nel punto A) trasposta per il trasporto dell'orientamento.

Fig. A.22
Struttura a livelli radicata (nel punto A) per il trasporto dell'orientamento

Per questo è necessario dapprima ricavare, dalla colonna relativa al primo punto della matrice II, l'informazione topologica relativa a tutte le direzioni azimutali entranti ed uscenti in/da questo primo punto di stazione (ovvero i numeri d'ordine delle misure). Successivamente bisogna ricavare, dall'indicatore (diverso

dal primo punto) nella riga della matrice I puntata dalla prima informazione topologica, l'informazione topologica relativa a ciascun secondo punto (ovvero i numeri d'ordine dei punti). Infine si deve verificare se fra questi secondi punti è presente due volte il secondo punto di stazione in esame (un esempio, in figura A.24). La trasposizione della struttura a livelli radicata nel punto origine (un esempio, in figura A.23) individua un modo, coerente e operativo, di percorrere il grafo, utile solo per il trasporto dell'orientamento (si veda, la figura A.15). Così a partire dal punto origine, è possibile effettuare il trasporto dell'orientamento provvisorio raggiungendo tutti i punti della triangolazione, senza dover eseguire alcuna ricerca. Merita poi di essere sottolineato che il trasporto dell'orientamento può avvenire prima del calcolo delle coordinate, in quanto un'operazione sugli angoli è invariante per trasformazioni anche solo localmente conformi, quale il dimensionamento dei lati della rete di triangolazione, ovvero il calcolo delle coordinate dei punti di questa (un esempio, in figura A.25).

Il trasporto dell'orientamento in tutte le stazioni è possibile se ogni stazione ha almeno due direzioni reciproche, o meglio se l'insieme dei lati interessati da misure reciproche costituisce una sorta di rete di poligonali fra loro variamente connesse, purché connesse (un esempio, in figura A.26). In tal caso, il trasporto dell'orientamento tutt'altro che immediato da un punto di vista visivo diventa agevole (senza dover eseguire alcuna ricerca) proprio grazie all'uso di una struttura a livelli radicata. Tuttavia quando si hanno solo poche direzioni reciproche può accadere che la cosiddetta rete di poligonali sia, in realtà, costituita da più reti disgiunte (un esempio, in figura A.27). In tal caso, il trasporto dell'orientamento si arresta dopo aver raggiunte (senza dover eseguire alcuna ricerca) tutte le stazioni di una di quelle reti, avendo esaurito contemporaneamente tutti gli elementi della corrispondente struttura a livelli radicata.

Colonna A della matrice disegno simbolica (II)

memorizzata compatta per colonne: $a \ \alpha b \ e \ f$ (lati colleganti)

riga a della matrice disegno simbolica (I)

memorizzata compatta per righe: $A \ B$ (vertici collegati): 1^a presenza del punto B

riga α della matrice disegno simbolica (I)

memorizzata compatta per righe: $A \ D$ (vertici collegati): 1^a presenza del punto D

riga e della matrice disegno simbolica (I)

memorizzata compatta per righe: $B \ A$ (vertici collegati): 2^a presenza del punto B

lato $A \ B$ interessato da misure reciproche

lato $A \ D$ non interessato da misure reciproche

Fig. A.24 – Verifica della reciprocità della diretta connessione fra due punti

1° livello

punto origine: A (radice)

colonna A della matrice disegno simbolica (II) memorizzata compatta per colonne: $a \ \alpha b$ e f (lati colleganti)

riga a della matrice disegno simbolica (I) memorizzata compatta per righe: $A \ B$ (vertici collegati)

inoltre: $\exists \ \theta_{AB} \ \theta_{BA}$: si orienta la stazione B

riga b della matrice disegno simbolica (I) memorizzata compatta per righe: $A \ C$ (vertici collegati)

inoltre: $\exists \ \theta_{AC} \ \theta_{CA}$: si orienta la stazione C

2° livello

punto corona del punto origine A : B ecc.

punto corona del punto origine A: C ecc.

3° livello ecc.

5° livello ecc.

Fig. A.25 – Trasporto dell'orientamento provvisorio di tutte le stazioni percorrendo il grafo

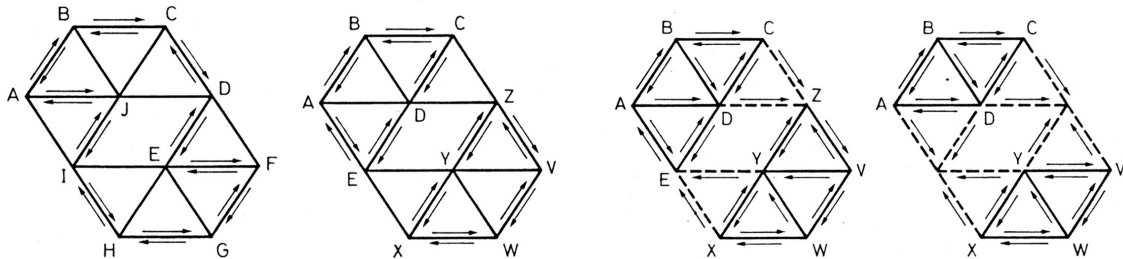


Fig. A.26 – Rete di triangolazione con una rete di poligonali di direzioni reciproche

Fig. A.27 – Rete di triangolazione con più reti di poligonali di direzioni reciproche

Fig. A.28 – Riconnessione di un'unica rete di più reti disgiunte di poligonali di direzioni reciproche

A questo punto, occorre prendere uno qualsiasi dei vertici della triangolazione ancora non – orientati (nuovo punto origine) e costruire una nuova struttura a livelli radicata in questo nuovo punto origine, verificando sempre durante questa operazione la reciprocità della diretta connessione fra due stazioni. Successivamente si può effettuare il trasporto (indipendente) dell'orientamento (sempre senza dover eseguire alcuna ricerca) in tutte le stazioni di un'altra di quelle reti, ancora esaurendo contemporaneamente gli elementi della corrispondente struttura a livelli radicata. Si procede così, finché in tutte quelle reti non è effettuato il trasporto (indipendente) dell'orientamento²¹. Per ciascuna di queste reti, ovviamente utilizzando anche le direzioni non – reciproche, si calcolano poi (indipendentemente), le coordinate provvisorie di tutti loro punti.

Resta il problema di riconnettere queste reti in una sola che tutte le comprenda. A tal fine, si osservi che, prese due reti adiacenti, entrambe devono aver in comune almeno due punti determinati mediante intersezioni in avanti²² (un esempio, in figura A.28). Una rototraslazione piana con variazione di scala, calcolata su due punti comuni, permette allora di ottenere le coordinate approssimate di tutti i punti e l'orientamento approssimato di tutte le stazioni.

Per quanto riguarda invece il calcolo delle coordinate, la struttura a livello radicata nel punto origine non è purtroppo di alcun aiuto, in quanto con sole misure angolari questo calcolo deve essere effettuato a partire da due punti origine anziché uno solo. In effetti il calcolo in sé è abbastanza semplice: si tratta solo di intersezioni in avanti, ma è invece alquanto complesso reperire, in modo coerente e operativo, tutta l'informazione topologica necessaria sia per individuare nel grafo tutta la catena di intersezioni in avanti, sia per selezionare preliminarmente un nocciolo rigido, ovvero due punti tra loro direttamente connessi in modo reciproco. Infatti una rete con nocciolo rigido, ovvero due punti fra loro direttamente connessi in modo reciproco e poi una catena di intersezioni in avanti (con lati non necessariamente interessati di misure reciproche) è una delle più deboli reti rigide, cioè geometricamente determinabili.

²¹ Se poi una di queste reti è formata da un solo vertice, allora questa è una stazione determinata mediante intersezione indietro che, da punti noti, ovvero a rete principale calcolata, non dà problemi d'intersezione per il calcolo delle coordinate.

²² Si noti che un punto determinato mediante intersezioni in avanti in una delle due reti, può anche essere un punto della triangolazione nell'altra, e viceversa.

La selezione del nocciolo rigido avviene utilizzando insieme le matrici I, II e III. Per ogni punto (punto di partenza), si individuano, attraverso la matrice III, i suoi punti di corona; successivamente per ciascuno di questi punti corona, con la stessa matrice, si verifica se fra i punti delle loro corone è presente anche il punto di partenza. Inoltre con metodologia analoga a quella già descritta nell'illustrazione del trasporto dell'orientamento, bisogna garantirsi di volta in volta che due punti di stazione fra loro direttamente connessi lo siano anche in modo reciproco.

Si osservi che, in generale, per le reti ben connesse, la ricerca sovraesposta, benché alquanto laboriosa si interrompe già dopo pochissimi passi, esistendo in questi casi moltissimi noccioli rigidi. Inoltre per individuare nel grafo tutta la catena di intersezioni in avanti, è ancora necessario utilizzare insieme le matrici I, II e III. Per ciascuno dei due punti origine, si individuano, utilizzando la matrice III, i suoi punti corona, ricavandone poi la loro intersezione (insiemistica), mediante il test d'intersezione a tre uscite, come mostrato nella seconda nota della figura A.29).

Le coordinate provvisorie di ciascun punto (punto in esame) di questa intersezione (insiemistica) vengono calcolate per intersezione semplice in avanti. Per questa operazione, si utilizza dapprima la colonna relativa al punto in esame della matrice II, per ricavare l'informazione topologica relativa a tutte le direzioni azimutali entranti e uscenti in/da questo punto (ovvero i numeri d'ordine delle misure). Successivamente bisogna ricavare, dall'indicatore (diverso dal punto in esame) nella riga della matrice I puntata dalla prima informazione topologica, l'informazione topologica relativa ai punti corona del punto in esame (ovvero i numeri d'ordine dei punti). Infine si deve verificare se fra questi esistono due volte entrambi i punti origine²³ (un esempio, in figura A.29).

Determinati i punti appartenenti all'intersezione (insiemistica) dei punti corona dei due punti origine, occorre ripetere il procedimento appena descritto per tutte le coppie distinte ottenibili, accoppiando sia ogni punto di questa intersezione (insiemistica) con ciascun punto origine, sia tutti i punti di questa intersezione (insiemistica) a due a due fra loro. In questo modo, si trovano nuovi punti appartenenti alle intersezioni (insiemistiche) dei punti corona di tutte le coppie costituite e si procede così, finché tutte le intersezioni (insiemistiche) effettuate ad un dato passo non risultano vuote (un esempio, in figura A.30). Ancora una volta, conviene rimarcare come proprio l'essere dovuti partire da due punti origine, anziché uno solo, abbia condotto, passo dopo passo, alla costruzione di una struttura a livelli non radicata che purtroppo non gode delle stesse proprietà di ordinamento delle strutture a livello radicate.

La strategia di individuazione della catena di intersezioni in avanti può essere notevolmente snellita; infatti usando l'informazione sull'ampiezza di banda indietro ed avanti, per ogni punto, è possibile conoscere a priori (ovvero prima di eseguire il test a tre uscite) se è vuota l'intersezione (insiemistica) dei punti corona dei due vertici della coppia in esame. Il pregio di questo test a priori sta soprattutto nel fatto che esso gioca un ruolo tanto più importante, quanto più grande è una rete planimetrica di triangolazione (un esempio, nella prima nota acclusa alla figura A.29). Terminato così il calcolo delle coordinate provvisorie di tutti i punti della triangolazione, è poi possibile calcolare le coordinate provvisorie dei punti determinati mediante intersezioni in avanti, individuandoli come i punti non appartenenti all'elenco dei punti di stazione, ovvero saltando fra le componenti disgiunte del grafo.

²³ Più precisamente per il calcolo dell'intersezione semplice in avanti basta che il punto in esame abbia una direzione azimutale orientando entrante da entrambi i punti origine.

Colonna A della matrice normale simbolica (III) memorizzata compatta per elementi isolati:

$A B C D$ (vertici collegati)

colonna B della matrice normale simbolica (III) memorizzata compatta per elementi isolati:

$A B D E$ (vertici collegati)

intersezione (insiemistica): D

colonna D della matrice disegno simbolica (II) memorizzata compatta per colonne:

$\alpha d g i \beta j \gamma k p$ (lati colleganti)

riga a della matrice disegno simbolica (I) memorizzata compatta per righe:

$A D$ (vertici collegati)

riga d della matrice disegno simbolica (I) memorizzata compatta per righe

$B D$ (vertici collegati)
 D

si determina il punto

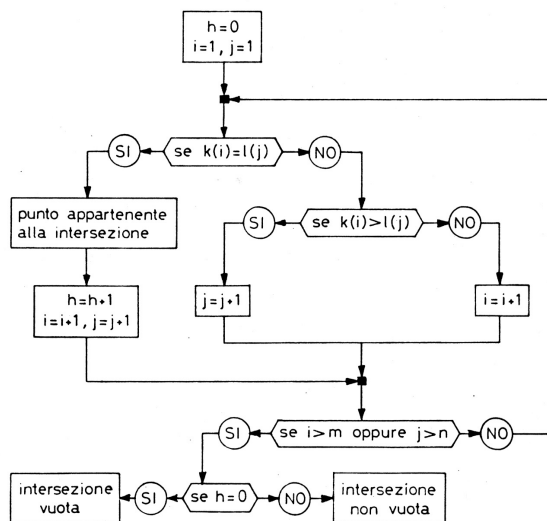
Nota 1: Coppie con intersezione (insiemistica), dei punti corona della coppia in esame, vuota a priori.

Coppie:	i	j	$ba(i)$	$bi(j)$
	$A - B$		$D < E$	
	$A - I$		$D < F$	
	$A - J$		$D < G$	
	$B - I$		$E < P$	
	$B - J$		$F < G$	
	$C - J$		$F < C$	

La coppia $C-H$ ha invece intersezione (insiemistica) vuota, pur essendo: $ba(C) = F > E = bi(H)$

Legenda: $bi(j)$ e $ba(i)$ bande indietro ed avanti della coppia (i) e (j) in esame

Nota 2: Test d'intersezione a tre uscite degli insiemi dei punti corona di due vertici



Legenda:

- k, l insiemi dei punti corona
- i, j indici correnti sugli elementi degli insiemi
- m, n numerosità degli insiemi
- h contatore dei punti appartenenti all'intersezione (insiemistica) dei due insiemi

Fig. A.29 Individuazione delle misure (direzioni azimutali entranti nel punto D) da utilizzare nel calcolo dell'intersezione semplice in avanti (determinazione del punto D)

1° passo: punti origine: $A B$
 coppia: $A-B$ intersezione (insiemistica): D si determina il punto D

2° passo: punti vecchi: D e punti nuovi: D
 coppie: $A-D B-D$ intersezioni (insiemistiche): C si determinano i punti $C E$

3° passo: punti vecchi: $A B D$ e punti nuovi: $C E$
 coppie: $A-C A-E B-C B-E D-C D-E C-E$
 intersezioni (insiemistiche): $P C$ si determinano i punti $F G$

4° passo: punti vecchi: $A B D C E$ e punti nuovi: $F G$
 coppie: $A-F A-G B-F B-G D-F D-G C-F C-G E-F E-G F-G$
 intersezioni (insiemistiche): $H I$ si determinano i punti $H I$

5° passo: punti vecchi: $A B D C E F G$ e punti nuovi: $H I$
 coppie: $A-H A-I B-H B-I D-H D-I$
 intersezioni (insiemistiche): J si determina il punto J

6° passo: punti vecchi: $A B D C E F G H I$ e punti nuovi: J
 coppie: $A-J B-J D-J C-J E-J F-J G-J H-J I-J$
 intersezioni (insiemistiche): 0

Fig. A.30 – Catena di intersezioni in avanti saltando fra le componenti disgiunte del grafo

Inoltre ogni qual volta si ritrova un punto cui sono già state assegnate le coordinate provvisorie, è possibile calcolare le discrepanze sulle determinazioni multiple della triangolazione e delle intersezioni in avanti²⁴: operazione affatto onerosa e invece molto importante per la ricerca di almeno buona parte degli errori grossolani.

Per completezza si ricorda che, in questa fase, devono essere compiute anche tutte quelle operazioni di trattamento preliminare delle misure che consentono di passare delle misure realmente effettuate alle quantità osservate. In questo caso specifico, la riduzione al primo strato delle misure angolari reiterate, la riduzione all'orizzonte e all'ellissoide delle distanze di eventuali basi o traverse, nonché la loro riduzione ai centri, se effettuate da ex – centri (anche se sono fuori centro pure i punti di osservazione) non presentano problemi d'intersezione²⁵ con il calcolo delle coordinate approssimate.

Al contrario, la riduzione al centro delle misure angolari effettuate da ex-centri può essere effettuata solo dopo il calcolo delle coordinate approssimate. Come noto infatti per la riduzione al centro delle misure angolari, è necessario conoscere la misura angolare della direzione al centro, inoltre la misura di precisione dell'eccentricità dell'ex – centro rispetto la stazione e, in assenza della distanza fra il punto di stazione e quello di osservazione, almeno un'informazione grossolana proveniente dalle coordinate approssimate. Resta da sottolineare che, in questa fase, possono essere segnalati anche gli errori grossolani più grandi in eventuali misure ausiliarie: azimuth e distanze, inadatte invece per la loro rarità al calcolo delle coordinate approssimate.

²⁴ Nel caso piuttosto frequente nelle reti ben conformate in cui le determinazioni multiple ridondanti di un vertice siano più di una, se tutte quante presentano discrepanze, allora è probabile che una delle misure utilizzate per percorrere il grafo sia affetta da errore grossolano. Analogamente si ha per gli errori d'inquadrimento, nel caso in cui la ridondanza dei punti fissi sia maggiore di uno.

²⁵ Con l'espressione problemi d'intersezione si intende che l'ordine di esecuzione di alcune operazioni non è affatto libero; al contrario alcune di esse, dipendenti dai risultati di altre possono essere eseguite solo dopo che queste sono terminate.

A.5 Alcune brevi considerazioni sul sistema GPS

Il sistema GPS non consente solo un nuovo tipo di osservazioni, ma costituisce proprio un sistema vero e proprio, dotato di una sua teoria, indipendente tanto dalla topografia classica, quanto dalla geodesia (intesa come scienza). Anzi a rigore, il sistema GPS non consente un nuovo tipo di osservazioni (essendo infatti le misure ricavate distanze e componenti di distanze). Tuttavia è proprio l'intera teoria del sistema GPS a formare un capitolo a sé stante. Un significativo parallelo può essere ritrovato nella fotogrammetria le cui osservazioni, descritte come tangenti di direzione, sono ricollegabili agli angoli zenitali. Tuttavia anche la fotogrammetria è dotata di una sua teoria, ancora indipendente dalla topografia classica (oltretutto dalla geodesia, perché principalmente geometria analitica e/o proiettiva nello spazio).

Allora il calcolo delle coordinate approssimate di punti di reti misurate con il sistema GPS è un non – problema, perché le misure (di pseudo – range), in un singolo punto, danno le coordinate del punto medesimo, con la precisione di $10 - 25 m$, e le misure (di fase), in una singola base, danno le componenti delle basi medesime, con precisione quantomeno centimetrica. A questo punto, è ben evidente che le coordinate sono coordinate e comunque l'approssimazione è abbastanza accettabile, mentre le componenti delle basi (con precisione oltretutto altissima), anche se soggette ad una trasformazione S del sistema di riferimento (nello spazio 3D), dati i valori piccoli delle rotazioni e della variazione di scala, sono sommabili, base dopo base, fino ad ottenere coordinate.

Una conclusione così plateale pone immediatamente una domanda impertinente, ovvero perché parlare ancora di coordinate approssimate e di come ottenerle, se catene e/o maglie di quadrilateri trilaterati sono lo schema di misura oggi adottato per osservazioni con il sistema GPS ed esse non danno problemi di sorta, per quanto riguarda le coordinate approssimate. Tutto ciò è certamente vero, riducendosi inoltre, di conseguenza, la topografia a poche osservazioni isolate (singoli lati di poligoni, intersezioni in avanti, intersezioni all'indietro), per collegare punti determinati con il sistema GPS a riferimenti stabili, dove solitamente la stazione GPS non è effettuabile. Eppure la risposta corretta dà tuttora d'interesse il problema enunciato.

Infatti anche a prescindere dal problema classico della storia della topografia, la fotogrammetria pone tuttora problemi analoghi e certamente maggiori, come nel caso di prese terrestri (non semplicemente frontali, ma comunque disposte) o da elicottero, oppure nella visione robotica. In tutti questi casi fotogrammetrici, il passaggio dallo spazio immagine allo spazio oggetto, passando per lo spazio modello, presenta seri problemi geometrici, qualche problema topologico e parecchi problemi informatici (quando le basi di dati sono particolarmente estese, come nella elaborazione di immagini digitali). Inoltre gli stessi problemi topologici ed informatici si ritrovano nella gestione delle basi di dati cartografici (dalla ricostruzione di superfici alla modellazione d'oggetti) all'interno dei sistemi informativi geografici e territoriali.

In quest'ultimo caso, i problemi geometrici devono essere correttamente detti geodetici, per l'intersezione stretta con la forma della terra ed il campo della gravità terrestre, ma gli stessi sono largamente indipendenti dai suddetti problemi topologici, mentre quelli informatici sono meno complessi e comunque diversi da quelli enunciati in precedenza. Marginalmente resta da osservare come il passaggio a problemi geodetici costituisca innegabilmente un salto di livello: dalla geometria analitica alla geometria differenziale, dove l'analisi infinitesimale e l'analisi funzionale mettono globalmente in gioco altri contenuti matematici. Infine quanto detto permette anche di dare una risposta, definitivamente positiva, all'attualità del problema del calcolo delle coordinate approssimate, quale lemma per altri problemi simili, benché più complessi.

APPENDICE B – Estensione ai blocchi fotogrammetrici

B.1 Imposizione del sistema di riferimento

Si consideri la seguente casistica:

- ❑ l'orientamento esterno, calcolato mediante le equazioni di collinearità, dove le osservabili sono le coordinate immagine, necessita di sette informazioni;
- ❑ l'orientamento assoluto, calcolato mediante trasformazioni di similitudine nello spazio (ovvero trasformazioni S nello spazio 3D), dove le osservabili sono le coordinate modello, necessita nuovamente di sette informazioni;
- ❑ l'orientamento relativo, sia nel caso generale di prese qualsiasi, sia nel caso semplificato di prese quasi nadirali, oppure quasi frontali, non richiede ulteriori informazioni, trattandosi di un problema appartenente alla seconda classe e, in particolare, di una centratura di figure.
- ❑ il concatenamento di modelli, calcolato mediante trasformazioni di similitudine nello spazio (ovvero S nello spazio 3D), dove le osservabili sono le coordinate modello (concatenate), non richiede ulteriori informazioni, trattandosi di un problema appartenente alla seconda classe e, in particolare, di una centratura di corpi 3D.

Si noti come il caso della proposta Inghilleri, introducendo insieme le coordinate modello e misure di distanza, necessita di sei informazioni. Questa differenziazione è dovuta al fatto che, nella soluzione proposta da Inghilleri, le coordinate modello non possono essere considerate separatamente dall'orientamento relativo e calcolate a posteriori.

B.2 Progettazione ed ottimizzazione

Un blocco fotogrammetrico è un particolare tipo di rete. Infatti come ogni rete può essere fatto corrispondere ad un grafo. In questo grafo, i nodi sono costituiti dai punti di appoggio e di legame (tre coordinate) e dalle immagini (tre coordinate, dei punti di presa e tre angoli di assetto), mentre i lati sono costituiti dai punti osservati sulle immagini (due coordinate). Inoltre con queste precisazioni, anche un insieme di prese fotogrammetriche terrestri costituisce uno speciale tipo di blocco ed ancora un particolare tipo di rete.

In questa ottica, un blocco fotogrammetrico è sottoponibile ai medesimi problemi di ottimizzazione delle reti geodetiche, secondo i risultati ottenibili dall'applicazione dei concetti generali di ottimizzazione matematica (come minimizzare o massimizzare una funzione di rischio o di guadagno, scelta a priori). In particolare, l'ottimizzazione della configurazione delle osservazioni, o di primo ordine, può stabilire:

- ❑ la posizione dei punti di appoggio e di legame;
- ❑ la posizione dei punti di presa, ovvero la quota di volo, il ricoprimento longitudinale fra immagini, lungo una strisciata, ed il ricoprimento trasversale tra le strisciate;
- ❑ gli angoli di assetto, cosa utile nei blocchi fotogrammetrici (aerei), composti da più sottoblocchi, ed in fotogrammetria terrestre.

Invece l'ottimizzazione dei pesi delle osservazioni, o di secondo ordine, può stabilire:

- ❑ i pesi delle coordinate dei punti osservati sulle immagini;
- ❑ i pesi delle coordinate dei punti di appoggio;
- ❑ i pesi di eventuali parametri ausiliari, concernenti i punti di presa o gli angoli di assetto, oppure i (alcuni) parametri dei polinomi di autocalibrazione.

Si osservi che pesi prossimi a zero, nelle coordinate planimetriche e/o nella quota di un punto di appoggio, mostra la sua inutilità, ovvero la possibilità di non determinarlo topograficamente. Si noti poi che pesi prossimi a zero, in tutte le coordinate di tutti i punti osservati su un'immagine (o su tutte le immagini di una strisciata), mostra l'inutilità di quella immagine (o di quella intera strisciata).

Come per le reti geodetiche, i pesi, se non sono controllati da opportune condizioni di vincolo, possono dare risultati metrologicamente non accettabili. In tal caso, mentre pesi negativi e pesi positivi inferiori ad un mezzo comportano la cancellazione dell'osservazione, pesi troppo elevati sono difficilmente raggiungibili. Infatti anche ripetendo parecchie volte le osservazioni, la presenza di errori sistematici impedisce comunque il raggiungimento della precisione voluta. L'osservazione di più punti vicini costituisce, entro certi limiti, un semplice espediente per aggirare l'ostacolo.

L'ottimizzazione di secondo ordine complica innegabilmente le operazioni di misura delle coordinate dei punti osservati sulle immagini. Ciò dà valore alla proposta, formulata dal Prof. Mariano Cunietti (nell'ambito di una ricerca OEEPE (European Organization for Experimental Photogrammetric Research) per la quale ha assunto il ruolo di centro pilota), di articolare le operazioni di misura in più fasi:

- ❑ fase di misura delle coordinate planimetriche approssimate dei punti, successivamente oggetto di osservazione sulle immagini da eseguirsi (al calcolatore) su una carta, disponibile in forma numerica, a piccola scala (la quota approssimata può essere calcolata con un procedimento di media mobile, se si dispone anche di un modello digitale delle altezze, benchè rozzo); un semplice programma di calcolo fornisce poi, date le coordinate planimetriche approssimate, la codifica di quegli stessi punti;
- ❑ fase di misura delle coordinate approssimate dei punti osservati sulle immagini, da eseguirsi (sempre al calcolatore) su copie ingrandite, tramite zoom, delle immagini; un opportuno programma di calcolo, dati la scala media delle immagini, l'angolo di orientamento di un sottoblocco ed i fattori di ricoprimento longitudinale e trasversale, permette di ricavare preventivamente un elenco di tentativo dei punti osservabili su un'immagine, da convalidare durante questa fase;
- ❑ fase di ottimizzazione di primo e, soprattutto, di secondo ordine, da eseguirsi con un apposito programma di calcolo;
- ❑ fase di misura delle coordinate di punti osservati sulle immagini, da eseguirsi al calcolatore su matrici di toni di grigio corrispondenti alle immagini, tramite correlazione automatica assistita; dove la codifica dei punti è acquisita dalla prima fase, l'elenco dei punti da osservare su un'immagine e la loro posizione approssimata (raggiunta automaticamente per via numerica nel caso di correlazione automatica) sono acquisiti dalla seconda fase, il peso di ogni osservazione (controllato dal calcolatore) è acquisito dalla terza fase.

Come si nota, la quarta fase diventa, sempre più, una fase destinata solo alla effettuazione di misure di alta precisione, governate da un menù, quasi interamente predisposto nelle fasi precedenti, che pertanto solo

raramente dovrà essere cambiato dall'operatore (anzi spesso e, vieppiù nel futuro, proprio tutta la quarta fase sarà quella che potrà essere quasi completamente automatizzata). È poi evidente che le prime tre fasi, fatta eccezione per le misure delle copie ingrandite delle immagini, possono essere compiute prima che sia eseguito il volo fotogrammetrico (o le prese fotogrammetriche terrestri) e sono di sussidio anche al progetto di questo (o queste).

Si ricordi che la simulazione può anche essere eseguita in modo non interattivo con un comune programma di triangolazione aerea e/o di ricostruzione di prese fotogrammetriche terrestri purché, come per il metodo delle stelle proiettive, abbia quali dati di input:

- ❑ lo schema di misura, ovvero l'elenco delle immagini e l'elenco dei punti osservati sulle immagini;
- ❑ le coordinate approssimate dei punti di presa e gli angoli approssimati di assetto delle immagini;
- ❑ le coordinate approssimate dei punti di appoggio e di legame;
- ❑ sigma zero a priori.

Come noto, infatti la misura delle coordinate, ancorchè approssimate, dei punti osservati sulle immagini è del tutto inutile per qualsiasi simulazione, bastando la precisione globale delle misure (cioè sigma zero), per ottenere informazioni sulla precisione dei parametri e sull'affidabilità delle misure stesse. Da ultimo, si ricordi che in fotogrammetria già la progettazione classica eseguita in forma grafica è un impegno assai oneroso, pertanto anche la simulazione non aggraverà certamente di molto i tempi complessivi di lavoro.

B.3 Compensazione libera

La compensazione libera è il modo più corretto per eseguire una compensazione dei dati, prescindendo da informazioni a priori, trattate come vincoli esterni che potrebbero forzare ed alterare i risultati della compensazione stessa. Si parla di compensazione libera quando i vincoli (nel caso fotogrammetrico: i punti di appoggio) sono in numero minimo indispensabile per sanare il difetto di rango, ovvero in numero minimo per imporre un sistema di riferimento. Questo procedimento può essere adottato per i problemi di tipo altimetrico, planimetrico e spaziale, con tre diverse modalità di applicazione: la prima arbitraria, la seconda per imposizione dei parametri medi, la terza con il metodo cosiddetto di buon adattamento (in inglese, best fitting), costituendo le ultime due una soluzione, computazionalmente praticabile, di un problema di ottimizzazione di ordine zero.

❑ CASO ALTIMETRICO

In questo caso, si è in presenza di un solo parametro incognito.

a) Metodo arbitrario

Si procede fissando una quota qualsiasi e ricavando le altre rispetto a questa.

b) Parametri medi

Il parametro fissato è la media delle quote approssimate.

c) Best fitting

In questo caso, si ipotizza che i caposaldi siano collegati ad un'origine fittizia da pseudo – osservazioni, pari alle quote approssimate. Allora il parametro bloccato sul valore nullo è la traslazione dell'origine fittizia.

□ CASO PLANIMETRICO

Questo caso comporta la presenza di quattro parametri incogniti, considerando tra questi anche l'eventuale presenza di una scala.

a) Metodo arbitrario

Anche in questo caso, si procede fissando un qualsiasi punto (due coordinate), un qualsiasi angolo di direzione ed una distanza qualsiasi.

b) Parametri medi

I parametri medi sono fissati con l'imposizione del baricentro (media delle coordinate approssimate), di una rotazione nulla e di una scala unitaria.

c) Best fitting

In questo caso, date le coordinate approssimate appartenenti ad un'ipotetica rete di emanazione e le coordinate appartenenti alla rete locale, una trasformazione conforme (rototraslazione e scala) collega tra loro i due sistemi di coordinate. Il best fitting provvede ad imporre traslazioni e rotazione nulle, e scala unitaria.

□ CASO 3D

In questo ambito possono essere distinti due sottocasi.

Caso A

Questa situazione si verifica, quando la direzione dell'asse Z è assunta come nota e gli effetti del caso altimetrico e del caso planimetrico si sommano. Quasi tutte le applicazioni fotogrammetriche, se considerate insieme alle reti che determinano i punti di appoggio, ricadono in questo caso. Infatti in fotogrammetria non si può eseguire una compensazione libera delle sole osservazioni fotogrammetriche, perchè si avrebbe un malcondizionamento (dovuto alla scarsa rigidità del blocco fotogrammetrico), se non venissero considerati anche i punti di appoggio.

Di conseguenza, per eseguire una compensazione libera, occorre compensare insieme il blocco fotogrammetrico e la rete che determina i punti di appoggio (joint adjustment). I parametri incogniti da fissare sono cinque, ovvero quattro (tre traslazioni e una rotazione nel piano orizzontale), più uno eventuale, per la presenza di una scala.

Nel caso particolare in cui siano state effettuate misure di componenti della distanza, riferite agli assi coordinati del sistema di riferimento, la soluzione del problema consiste semplicemente nell'applicare tre volte, indipendentemente per ciascuna componente, le soluzioni definite per il caso altimetrico.

Caso B

Questa situazione si verifica, quando la direzione dell'asse Z non è data; ad esempio, come nel caso in cui i punti di appoggio vengono determinati solo con misure di distanze, oppure altri invarianti

geometrici. I parametri incogniti da fissare sono sette, ovvero sei (tre traslazioni e tre rotazioni nello spazio), più uno eventuale, per la presenza di una scala.

a) Metodo arbitrario

Si fissano due punti qualsiasi ed una qualsiasi quota, oppure un punto qualsiasi, un qualsiasi angolo di direzione, una distanza qualsiasi e due qualsiasi quote.

b) Parametri medi

I parametri sono fissati con l'imposizione del baricentro, di rotazioni nulle e di una scala unitaria.

c) Best fitting

Anche in questo caso, una trasformazione conforme (nello spazio 3D) collega i due sistemi di coordinate. Il "best fitting" provvede ad imporre traslazioni e rotazioni nulle e scala unitaria.

B.4 Affidabilità e robustezza

Nel trattamento di osservazioni fotogrammetriche e, nello specifico, nella compensazione della triangolazione aerea, gli errori grossolani si distinguono usualmente in grandi, medi e piccoli. Sono errori grossolani grandi:

- ❑ alcuni veri e propri errori grossolani nella preparazione dei dati: perdita totale o parziale dell'informazione, differenti unità di misura, ecc.;
- ❑ gli errori nella definizione dei sistemi di riferimento: differenti origini, differenti scale, terne sinistre invece di terne destre, ecc.;
- ❑ gli errori di codifica: questi generano falsi punti di legame e producono un accartocciamento del blocco fotogrammetrico.

Sono errori grossolani medi:

- ❑ gli scambi locali fra punti;
- ❑ gli errori di identificazione dei punti, in fase preparatoria;
- ❑ gli errori di identificazione dei punti, durante le operazioni di misura.

Anche tutti questi scambi e/o errori generano falsi punti di legame, ma non producono, in generale, un accartocciamento del blocco fotogrammetrico.

Infine sono errori grossolani piccoli gli errori di osservazione dei punti la cui entità varia fra 4 e 20 volte lo scarto quadratico medio atteso per gli errori accidentali di misura. Questi non generano, in generale, falsi punti di legame; tuttavia la loro presenza in un numero pari a $0.5 - 2\%$ dell'insieme di osservazioni, dove questo varia da qualche migliaio ad alcune decine di migliaia, ovvero da qualche decina ad un centinaio di piccoli errori grossolani, fa sì che gli effetti di mascheramento propri del criterio di stima dei minimi quadrati impediscano ogni discernimento. Allora anche in questo caso, come già nei due precedenti, l'uso di procedure robuste, opportunamente scelte ed impiegate, risponde vantaggiosamente alla bisogna.

Successivamente metodologie e procedure dell'analisi multivariata, come la regressione multipla e/o l'analisi di varianza, si applicano innanzitutto alla reiezione di piccoli e medi errori grossolani, come pure alla

determinazione della significatività dei coefficienti dei polinomi di autocalibrazione, nonché degli eventuali parametri cinematici e/o morfologici di modelli continui.

B.5 Topologia: grafi, matrici normali

Per l'applicazione a problemi di compensazione delle triangolazioni aeree bisogna innanzitutto precisare chi sono i punti (topologici) ed i lati di un grafo di una rete geodetica e di un blocco fotogrammetrico. L'insieme dei parametri aggiuntivi incogniti relativi ad uno stesso punto (oppure modello o immagine) di una rete (e/o blocco fotogrammetrico), coinvolto nel sistema di equazioni di osservazione, costituisce un punto del grafo. L'insieme delle grandezze osservabili che sono state misurate fra due punti costituisce un lato del grafo. Nelle reti di livellazione geometrica, ogni caposaldo coincide con un punto del grafo ed ogni tronco di linea di livellazione rappresenta un lato del grafo: esiste cioè totale coincidenza fra gli elementi delle due strutture. Nelle reti geodetiche, in generale, è punto del grafo ogni punto (cioè l'insieme delle sue coordinate con l'eventuale orientamento della stazione), mentre è lato del grafo l'insieme delle misure effettuate fra due punti (direzioni azimutali, distanze, componenti della distanza, angoli zenitali, dislivelli). In fotogrammetria, la corrispondenza fra gli elementi delle due strutture (blocco e grafo) è meno intuitiva. In questo caso, sono punti del grafo i punti – terreno ed i modelli (o le immagini), mentre sono lati dello stesso grafo i punti – modello (o i punti – immagine). Infine quando si introducono nelle compensazioni i risultati di precedenti compensazioni nella forma di:

- ❑ differenze di coordinate di punti (ad esempio, componenti della distanza);
- ❑ punti in altri sistemi di riferimento, dove è necessario istituire origini fittizie;
- ❑ qualsivoglia tipo di informazione correlata, totalmente o anche solo parzialmente,

sono punti del grafo i punti coinvolti da dette informazioni (comprese le origini fittizie), mentre sono lati del grafo le informazioni stesse (ivi inclusi i punti in altri sistemi di riferimento). A riguardo, si consideri il blocco fotogrammetrico illustrato nelle figure B.1 e B.2; come già detto in precedenza, il passaggio dal grafico di un blocco fotogrammetrico a un grafo (topologico) è molto meno evidente di quello dal grafico di una rete geodetica sempre a un grafo (topologico). Tuttavia le basi di dati fotogrammetrici sono sempre tali da rendere la costruzione del grafo del tutto automatica.

Queste particolari basi di dati fotogrammetrici, nella loro parte topologica, costituiscono non solo la matrice disegno simbolica, ma anche la parte più importante della matrice normale simbolica. Infatti poiché ogni trasformazione S nello spazio 3D coinvolge solo un modello ed un punto oggetto, come pure ogni equazione di collinearità coinvolge solo un punto di presa ed un punto oggetto, la matrice disegno simbolica e la matrice normale simbolica hanno una ben precisa forma come illustrano le figure B.3 ed B.4.

Si osservi che una così fatta matrice normale simbolica ha un'ampiezza di banda e soprattutto una dimensione del profilo addirittura enormi. L'applicazione a questa matrice di un algoritmo di riordino delle incognite riduce drasticamente sia l'ampiezza di banda che la dimensione del profilo, come illustra, sempre per lo stesso esempio, la Fig. B.5. In questo modo, divengono agevoli tutte quelle operazioni di algebra matriciale (normalizzazione, fattorizzazione, soluzione del sistema, inversione, propagazione della covarianza) necessarie per ottenere la soluzione a minimi quadrati ed informazioni sulla precisione e l'affidabilità della stessa.

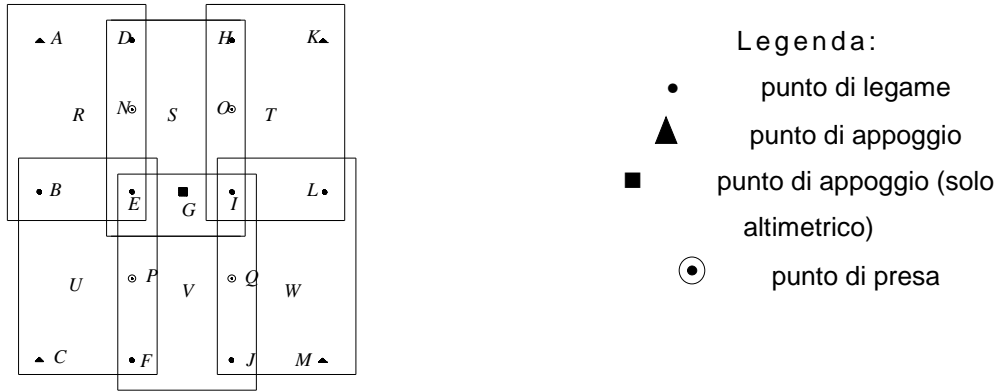


Fig. B.1 – Blocco fotogrammetrico.

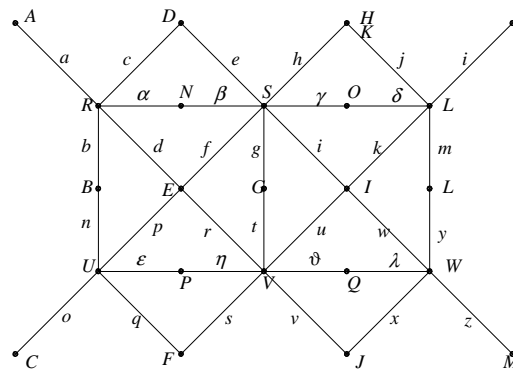


Fig. B.2 – Grafo del blocco.

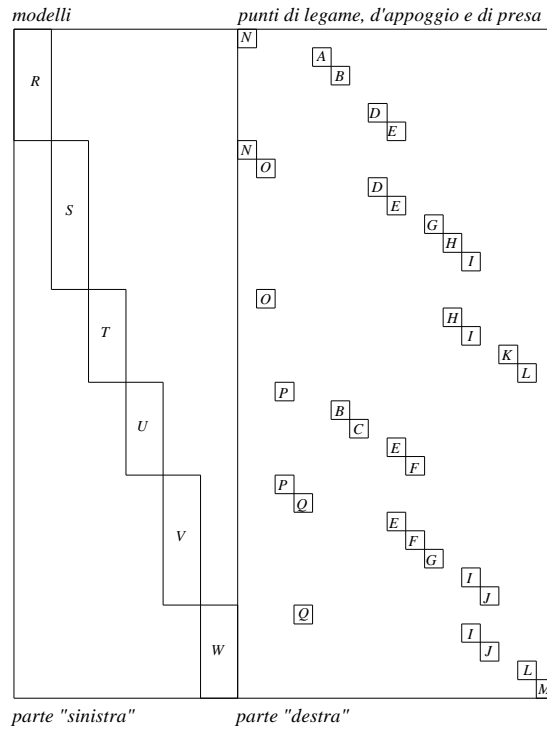


Fig. B.3 – Matrice disegno simbolica.

B.6 Operazioni topologiche

La base di dati fotogrammetrici provenienti da misure stereo ha in generale i punti raggruppati per coppie di immagini (ovvero per modelli, dopo aver eseguito l'orientamento relativo); invece la base di dati fotogrammetrici provenienti da misure mono ha i punti raggruppati per singole immagini; inoltre il passaggio da una base di dati fotogrammetrici all'altra è comunque facile. Pertanto facendo specifico riferimento all'esempio proposto, la matrice disegno simbolica può essere scomposta in due parti distinte:

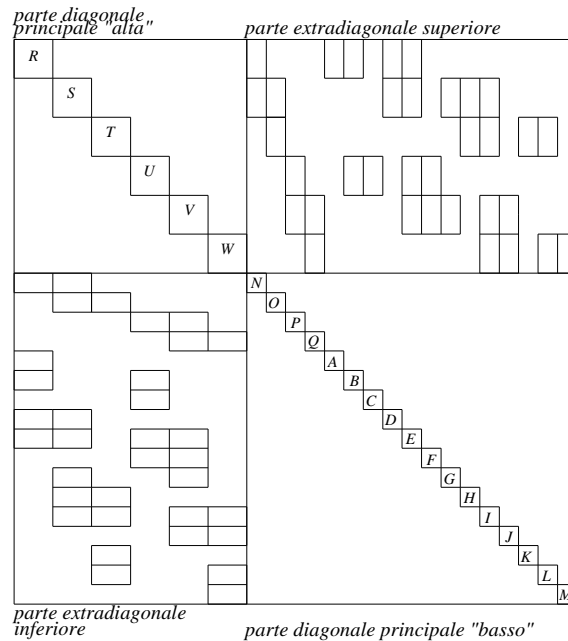


Fig. B.4 – Matrice normale simbolica.

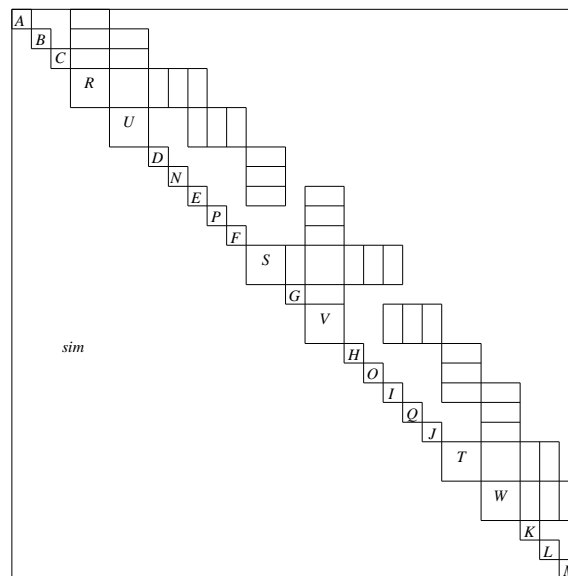


Fig. B.5 - Matrice normale simbolica (dopo l'applicazione di un algoritmo di riordino).

- una parte "sinistra" nella quale, per ogni equazione di osservazione, si trovano raggruppati gli indicatori delle incognite, relative ai parametri dell'orientamento assoluto di un modello, oppure di orientamento esterno di un'immagine;

- ❑ una parte "destra" nella quale, per ogni equazione di osservazione, si trovano raggruppati gli indicatori delle incognite, relative alle coordinate dei punti di legame o di appoggio.

Anche la matrice normale simbolica può essere scomposta in due parti: una parte diagonale principale ed una parte extradiagonale. Ancora la parte diagonale principale può essere scomposta in due parti:

- ❑ una parte diagonale principale "alta" nella quale, per ogni equazione del sistema normale, si trovano raggruppati gli indicatori delle incognite, relative ai parametri di orientamento assoluto di un modello, oppure di orientamento esterno di un'immagine;
- ❑ una parte diagonale principale "bassa" nella quale, per ogni equazione del sistema normale, si trovano raggruppati gli indicatori delle incognite, relative alle coordinate dei punti di legame o di appoggio.

Infine la parte extradiagonale può essere scomposta in due parti:

- ❑ una parte extradiagonale "superiore" nella quale, per ogni equazione del sistema normale, si trovano raggruppati gli indicatori delle incognite di tutti i punti di legame o di appoggio, compresi in un modello o individuati su un'immagine;
- ❑ una parte extradiagonale "inferiore" nella quale, per ogni equazione del sistema normale, si trovano raggruppati gli indicatori delle incognite di tutti i modelli, oppure di tutte le immagini, dove è rispettivamente compreso o individuato un punto di legame o di appoggio.

Così accanto alle solite forme di memorizzazione compatta:

- ❑ la matrice disegno simbolica per righe: matrice I;
- ❑ la matrice disegno simbolica per colonne: matrice II;
- ❑ la matrice normale simbolica per elementi isolati: matrice III,

si hanno altre forme di memorizzazione compatta:

- ❑ la parte "sinistra" della matrice disegno simbolica per colonne: matrice IV;
- ❑ la parte "destra" della matrice disegno simbolica per colonne: matrice V;
- ❑ la parte extradiagonale superiore della matrice normale simbolica per elementi isolati: matrice VI;
- ❑ la parte extradiagonale inferiore della matrice normale simbolica per elementi isolati: matrice VII,

la cui derivazione delle matrici disegno e normale simboliche (delle quali sono parte) è ovviamente immediata. Di nuovo, alla particolare forma delle matrici disegno e normale simboliche, si ha che le basi di dati fotogrammetrici, purché opportunamente riordinate, danno proprio la stessa informazione topologica di quella fornita insieme dalla matrice disegno simbolica memorizzata compatta per righe: matrice I, e dalla parte extradiagonale superiore della matrice normale simbolica memorizzata compatta per elementi isolati: matrice VI, essendo poi queste collegate, fra loro, dalla parte "sinistra" della matrice disegno simbolica memorizzata compatta per colonne: matrice IV, a sua volta opportunamente ordinata.

Tuttavia si può opportunamente ordinare le colonne della matrice IV, in modo tale che, utilizzando la matrice IV, invece della matrice VI, si ottenga un procedimento alternativo, molto più svelto. Innanzitutto si noti che la matrice IV e la matrice VI hanno sempre lo stesso numero di colonne (con riferimento all'esempio, il numero dei modelli); ogni colonna della matrice IV ha sempre lo stesso numero di elementi della corrispondente colonna della matrice VI (ovvero con riferimento all'esempio, il numero dei punti compresi in un modello). Gli elementi di ciascuna colonna della matrice VI sono disposti per numero d'ordine crescente; gli elementi di ciascuna colonna della matrice IV sono in corrispondenza biunivoca con gli elementi della corrispondente colonna della matrice VI. Per tutto questo, è possibile ordinare gli elementi di ciascuna colonna della matrice IV, cosicchè la corrispondenza biunivoca sia l'identità del numero d'ordine con gli elementi della corrispondente colonna della matrice VI.

A questo punto, è facile rilevare che, se una base di dati fotogrammetrici ha modello per modello, oppure immagine per immagine, i punti disposti per numero d'ordine crescente, allora questa base costituisce insieme la matrice I e la matrice IV, in quanto non sarebbe altrimenti costituita che dai numeri d'ordine delle misure relative ai punti compresi nei modelli o individuati sulle immagini. L'uso, così definito, delle basi di dati fotogrammetrici è poi facilmente generalizzabile ad altre basi di dati fotogrammetrici (diverse da quelle di input), quali per esempio quelle composte di punti appartenenti alle strisciate, oppure ai sottoblocchi. Così il calcolo di valori approssimati, ove necessario e comunque la ricerca dei grandi e medi errori grossolani, si sviluppa effettuando, preliminarmente alle ricerche geometriche, l'intersezione (insiemistica) fra le "colonne" della base di dati fotogrammetrici, di volta in volta in esame.

Gli indicatori degli elementi, di ogni base di dati fotogrammetrici, servono da puntatore per l'indirizzamento, da questa, all'insieme generale bene – ordinato (ovvero avente proprio l'ordine dei numeri naturali) dei punti. Si ricordi infine che, per avere basi di dati fotogrammetrici provviste di proprietà d'ordine, è comunque necessario effettuare preliminarmente la sostituzione della numerazione alla nomenclatura dei punti. Eseguire questa operazione è molto semplice, se la nomenclatura dei punti usata è a quattro (sei) cifre, come si ottiene per esempio utilizzando due (tre) cifre significative della coordinata nord del punto in esame e due (tre) cifre significative della coordinata est dello stesso punto. Se invece la nomenclatura dei punti usata è a ben più di quattro (sei) cifre, come si ottiene per esempio utilizzando affiancati il nome della prima strisciata e della prima immagine, su cui è individuato un punto, più un contatore dei punti all'interno di ciascuna immagine, occorre impiegare un metodo più lento e laborioso, ma comunque contenuto per quanto concerne l'occupazione di memoria.

PARTE II – APPLICAZIONE ALLO STUDIO DI MOVIMENTI E DEFORMAZIONI

1. La grande frana di Ancona del 13 dicembre 1982

Nello studio di una frana ad andamento catastrofico, come è stata la frana di Ancona del 1982, occorre innanzitutto distinguere fra i movimenti di terra superficiali e quelli subsuperficiali e profondi, fino alla superficie di scorrimento la cui delimitazione è un po' lo scopo principale degli studi geotecnico, geofisico e geomorfologico. Tale superficie con il suo andamento e la dislocazione, se delimitata con sufficiente precisione, contribuisce a far conoscere le cause della frana stessa e la meccanica del movimento.

L'indagine per la determinazione dei movimenti subsuperficiali e profondi è compito soprattutto della geofisica e dell'esplorazione geognostica eseguita tramite pozzi od altri tipi di sondaggi. Tuttavia è evidente

che l'indagine geofisica è perturbata da molteplici cause di incertezze, mentre l'indagine geognostica mediante perforazioni, carotaggi e pozzi, è costosissima e può essere compiuta in un numero limitato di punti coinvolti con il movimento franoso.

I movimenti registrabili sulla superficie esterna sono indubbiamente più semplici da misurare, meno costoso è il loro rilevamento e quindi possono essere sviluppati ed estesi sull'intero territorio coinvolto, anche se essi sono meno significativi dal punto di vista della meccanica del fenomeno. Pertanto una dettagliata rilevazione delle modifiche superficiali, dipendenti dalle modifiche subsuperficiali e profonde, è di aiuto per interpretare il fenomeno, le sue cause e la sua meccanica. I movimenti rilevabili in superficie sono riconducibili essenzialmente a due tipologie:

- spostamenti planimetrici ed altimetrici di punti ben definiti della superficie esterna solidali con la massa franosa;
- deformazioni della superficie esterna.

Mentre gli spostamenti mettono in luce zone di movimento maggiore, almeno ipoteticamente, le deformazioni possono, rilevando le zone di deficienze e d'accumulo delle masse terrose, studiare le variazioni dell'equilibrio tra le masse che la frana ha messo in movimento e lo stato di equilibrio raggiunto. Quest'ultimo è un indice non trascurabile delle componenti che hanno giocato un ruolo determinante nella meccanica del fenomeno.

Gli spostamenti planoaltimetrici e le deformazioni possono distinguersi in principali e d'assestamento. Sono principali quei movimenti che comprendono la parte catastrofica dell'evento franoso, cioè la parte preponderante del movimento verificatosi in un intervallo di tempo relativamente assai breve. Sono invece da considerarsi movimenti d'assestamento quelli successivi all'evento catastrofico, fino ad esaurimento completo del movimento stesso; essi sono in generale abbastanza lenti.

Si può pensare ad un'ulteriore classificazione per i movimenti sia principali che d'assestamento: parziali o totali. Sono parziali quando il dato rilevato si riferisce solo ad una parte del movimento principale o d'assestamento; sono invece totali i dati complessivi. In particolare, i movimenti totali generali comprendono tutti i movimenti di terra avvenuti in occasione dell'evento, sia nella sua parte catastrofica che in quella d'assestamento.

Non è possibile una misura diretta sia degli spostamenti che delle deformazioni. Pertanto si determinano differenze fra due misure di posizione: la prima eseguita prima dell'evento e la seconda dopo l'evento. Tutto ciò comporta misure complesse, dovendosi ricavare per due volte la posizione di punti, ma è spesso problematica la disponibilità di misure fatte prima. Infatti non è noto dove avverrà l'evento catastrofico, le misure prima possono, in generale, essere non disponibili.

Il procedimento più immediato è fare riferimento ad una cartografia a grande scala, eventualmente esistente per la zona coinvolta. Se la cartografia è fotogrammetrica, si possiedono anche le immagini aeree della zona in frana. L'idoneità della cartografia e delle corrispondenti immagini aeree dipende dalla scala della carta e dalla precisione del rilevamento: maggiore è la scala della carta, maggiore è la precisione ottenibile.

Carte a scala 1:10.000 e 1:5.000 consentono di ricavare indicazioni qualitative, solo se l'evento è di dimensioni notevoli. Carte a scala 1:2.000 o maggiori e le corrispondenti immagini aeree offrono possibilità di confronto più dettagliate ed attendibili sui movimenti di terra coinvolti.

Informazioni locali incomplete e spesso disaggregate si possono poi ottenere, se nella zona della frana si sono eseguiti particolari tipi di rilevamenti per scopi tecnici, come livellazioni o cartografie di zone limitate, piani quotati, tracciamento di strade. Tuttavia questi elementi integrativi saranno interessanti ed utili, solo se esiste la possibilità della determinazione dei movimenti principali sull'intero territorio.

Gli spostamenti e le deformazioni d'assestamento, avvenendo nell'area della frana già delimitata, non pongono problemi di misura. Tuttavia occorre tenere conto del fatto che i movimenti d'assestamento sono, in generale, molto più piccoli di quelli principali e che vanno gradualmente smorzandosi con il passare del tempo. Pertanto le procedure di rilevamento devono tenere conto di questa esigenza ed essere di maggiore sensibilità di quelle per il rilevamento dei movimenti principali.

Queste misure andranno preferibilmente eseguite con metodi geo – topografici, oppure con fotogrammetria terrestre. Quest'ultima procedura può andar bene solo se la conformazione del terreno si presta al rilevamento necessario, se non è molto estesa, se la copertura dell'edificato e della vegetazione non sono notevoli in densità ed estensione e se il terreno ha una pendenza uniforme.

Qualora il rilevamento dei movimenti d'assestamento venga eseguito con procedimenti geo – topografici, occorre seguire procedure operative semplici, ma sicure, e sufficientemente precise per poter con garanzia stabilire, quando il movimento può ritenersi concluso. Inoltre deve essere abbastanza denso, per cogliere ed evidenziare movimenti locali, a volte solamente superficiali e tuttavia non meno importanti e pericolosi.

2. Materiale documentario disponibile

Il territorio interessato dalla frana del 13 dicembre 1982 è stato cartografato a scale diverse e in diverse epoche oltreché dall'IGMI alla scala 1:25.000, come tutto il territorio nazionale. La regione Marche ha fatto eseguire una cartografia ortofotografica alla scala 1:10.000. Tuttavia ciò che risulta utile per il rilevamento dei movimenti principali è la cartografia alla scala 1:2.000 fatta eseguire dal comune di Ancona nel 1969 ed aggiornata nel 1980.

Infatti la scala dei primi due rilevamenti è troppo piccola per questo scopo, mentre la scala 1:2.000 offre buone possibilità di utilizzo come documento della situazione del terreno prima della frana. Tuttavia piuttosto che la carta si è preferito utilizzare 6 immagini aeree eseguite nel 1980, alla scala media 1:11.000, che coprono l'intera zona in frana con una strisciata est – ovest, parallela alla costa. Le prese, eseguite con camera grandangolare da 150 *mm* di distanza principale, sono di buona qualità.

Il materiale documentario dopo l'evento franoso è costituito da tre strisciate scelte fra le molte eseguite su incarico della Regione Marche. Queste strisciate, eseguite solo pochi giorni dopo l'evento, sono state ottenute con camere grandangolari di distanza 150 *mm*, ad una scala media 1:6.000 circa. Anche queste prese sono di buona qualità. In tal modo è possibile determinare i movimenti principali in modo sufficientemente dettagliato, anche se purtroppo il materiale fotografico relativo a prima non risulta essere alla scala ottimale come è invece il materiale dopo.

3. Triangolazione aerea

L'uso delle immagini aeree per il rilevamento metrico di un territorio richiede, come noto, che all'interno delle coppie stereoscopiche siano conosciute le coordinate di un certo numero di punti d'appoggio. Questi punti determinano la posizione e la dimensione della restituzione, ovvero permettono di passare dallo spazio

immagine allo spazio oggetto.

Per quanto riguarda i punti d'appoggio prima, cadendo alcuni di essi all'interno della zona in frana, non possono essere utilizzati, essendosi sicuramente spostati. D'altra parte, non era opportuno, qualche mese dopo la frana e l'esecuzione del volo, rilevare punti d'appoggio dopo, non essendo noto l'andamento dell'assestamento, con il rischio che i punti si fossero mossi rispetto al momento del volo.

La determinazione degli spostamenti e delle deformazioni principali consiste nel confronto relativo fra due misure, una fatta prima e l'altra fatta dopo. Pertanto è di primaria importanza che questi due rilevamenti siano posizionati relativamente, quanto meglio possibile, mentre la loro posizione e dimensione assoluta hanno scarsa incidenza nella determinazione delle variazioni, piccole rispetto all'estensione del rilevamento. Di conseguenza, si è ritenuto di dover privilegiare il posizionamento relativo dei due rilevamenti ottenuti, piuttosto che passare attraverso il loro orientamento assoluto indipendente.

Un'estensione del procedimento di triangolazione aerea è sembrato idoneo per ottenere questo scopo. Infatti le immagini sono legate fra loro dai punti di legame, posizionate e dimensionate dai punti d'appoggio. L'estensione del principio di triangolazione aerea consiste nel fatto che si hanno due coperture fotografiche dello stesso territorio, eseguite in tempi diversi e con scale medie diverse. Queste coperture sono legate fra loro (oltreché ovviamente all'interno di ciascuna) tramite punti di legame situati nella zona dei due voli esterna alla frana, dove questi punti sono rimasti fermi nel periodo di tempo fra i due voli.

Le connessioni interne alla zona in frana, proprie di ciascun volo separatamente, e le connessioni fra i due voli esterni alla zona in frana dovrebbero privilegiare il posizionamento relativo rispetto al posizionamento assoluto, affidato ai soli punti d'appoggio del rilevamento prima. La compensazione d'assieme rende intrinsecamente omogenei i due voli, imponendo la coincidenza, in entrambi, dei numerosi punti di legame e dei pochi punti d'appoggio comuni.

4. Scelta e distribuzione dei punti di legame

Per l'esecuzione della triangolazione aerea occorrono pertanto i seguenti punti di legame:

- punti di legame interni al solo volo prima;
- punti di legame interni al solo volo dopo;
- punti di legame comuni ai due voli.

I primi due tipi di punti non creano problemi, giacché interni a singoli voli, dove la scala e la qualità delle immagini sono omogenee. Non così per il terzo tipo di punti che devono essere identificati sia nel volo prima (a scala media 1:11.000 ed eseguito in primavera), sia nel volo dopo (a scala media 1:6.000 ed eseguito a metà dicembre, due anni e mezzo dopo il volo prima).

Queste disparità nel materiale fotografico creano difficoltà nell'identificazione di questi punti. Nelle normali triangolazioni aeree si usano due procedimenti alternativi:

- individuazione dei punti di legame su elementi ben visibili di particolari del terreno riconosciuti su entrambe le immagini;
- individuazione di punti di legami su punti artificialmente generati mediante l'operazione stereoscopica di puntinatura.

Poiché era difficile stabilire quale dei due metodi fosse il migliore si è ritenuto opportuno ricorrere ad entrambe le procedure. I punti puntinati di legame fra i due voli sono in totale 109, quelli su manufatti sono 78, mentre tutti ottenuti mediante puntinatura sono i 38 punti di legame interni a ciascuno dei due voli. L'operazione di scelta e di individuazione dei punti di legame ha richiesto molta cura: i punti puntinati di legame vanno scelti in zone di terreno abbastanza omogeneo, osservando stereoscopicamente su due immagini e poi trasportando lo stesso punto, sempre stereoscopicamente, sulle altre immagini. I punti di legame su particolari topografici vanno scelti in zone ove esistono manufatti, scegliendo particolari ben definiti, in planimetria ed altimetria, su tutte le immagini dei voli prima e dopo. Di questi punti occorre fare una descrizione monografica, per evitare di commettere errori di riconoscimento.

5. Esecuzione delle misure

Terminata l'operazione di individuazione dei punti di legame, fuori frana e interni alla frana, si è dato inizio alle misure. Le operazioni di misura su ogni modello stereoscopico sono state precedute da una verifica operando su un reticolo quadrettato di precisione. I risultati di questa verifica sono soddisfacenti, in quanto lo sqm delle discrepanze fra le misure eseguite sul reticolo ed i valori di taratura del reticolo stesso è inferiore a $2 \mu m$.

L'orientamento relativo analitico è stato ottenuto su 12 punti, due per ogni zona standard. Le misure sono state ripetute, con parallassi residue maggiori di $15 \mu m$. Per gli orientamenti relativi dei vari modelli si sono ottenuti sqm di $4.8 \mu m$ in media, con un massimo di $6 \mu m$. In ogni modello, le misure delle coordinate dei punti si susseguono nel seguente ordine:

- punti d'appoggio fuori frana;
- punti puntinati fuori frana;
- punti puntinati in frana;
- punti d'appoggio in frana;
- punti lungo la linea di costa del mare;
- punti su manufatti in frana e fuori.

I punti fuori frana sono misurati su tutti i modelli dei due voli, i punti puntinati in frana sono misurati sui due voli indipendentemente ed i punti d'appoggio in frana sono misurati solo sul volo prima.

I voli prima e dopo non possono avere punti in comune lungo la linea di costa giacché la frana arriva fino al mare. Allo scopo di evitare che il volo dopo non risultasse sufficientemente vincolato in quota sul suo bordo esterno nord, si è pensato di utilizzare il livello del mare la cui quota, al momento della presa, è nota tramite il Mareografo di Ancona. Inoltre la collimazione stereoscopica del livello del mare risulta buona, purché si prenda il punto di contatto terra – acqua. Per il volo prima non si sono presi punti lungo la linea di costa del mare, giacché per tale volo si dispone di una serie di punti quotati lungo la strada statale Adriatica (via Flaminia).

I punti su manufatti fuori frana servono a costituire un legame di tipo diverso dalla puntinatura, tra i voli prima e dopo. I punti su manufatti in frana servono a misurare gli spostamenti planoaltimetrici avvenuti a causa del movimento franoso. Infatti si è ritenuto che solo i punti individuati su manufatti fossero da ritenersi legati al

terreno e tali da rappresentarne il movimento. Questi punti devono essere sempre scelti in corrispondenza del suolo: punti alti (ad es. sui tetti) possono essere alterati in posizione, a causa delle eventuali rotazioni del manufatto provocate dalla frana stessa. In totale, il numero di punti su manufatti in frana è 182, mentre quello su manufatti fuori frana è 78.

6. Compensazione della triangolazione aerea

I 5 modelli del volo prima ed i 23 del volo dopo, sono stati compensati globalmente, usando i seguenti punti:

- ❑ 11 punti d'appoggio fuori frana comuni ai due voli;
- ❑ 34 punti d'appoggio in frana presenti per il solo volo prima;
- ❑ 20 punti lungo la linea di costa del mare per il solo volo dopo;
- ❑ 30 punti puntinati di legame fuori frana comuni ai due voli;
- ❑ 21 punti puntinati di legame in frana per il solo volo prima;
- ❑ 91 punti puntinati di legame in frana per il solo volo dopo;
- ❑ 78 punti di legame su manufatti fuori frana comuni ai due voli.

La compensazione ha messo in luce alcuni errori grossolani di misura che sono stati eliminati. Il risultato della compensazione, oltre alle coordinate compensate, fornisce i residui delle equazioni di legame e d'appoggio, nonché una serie di dati statistici fra i quali σ_0 in planimetria pari a $\pm 0.31 m$ e σ_0 in altimetria pari a $\pm 0.20 m$, essendo 2114 il numero di equazioni per la planimetria, 1337 quello per l'altimetria, 894 il numero di incognite per la planimetria, 609 quello per l'altimetria, 1229 la ridondanza per la planimetria e 728 quella per l'altimetria. Il loro complesso permette di ottenere un giudizio globale sull'attendibilità dei risultati:

❑ sqm nei punti di presa	<i>X</i>	0.23 <i>m</i>	<i>n.</i> 38
	<i>Y</i>	0.17 <i>m</i>	<i>n.</i> 38
	<i>Z</i>	0.15 <i>m</i>	<i>n.</i> 38
❑ sqm nei punti di legame	<i>X</i>	0.23 <i>m</i>	<i>n.</i> 1046
	<i>Y</i>	0.25 <i>m</i>	<i>n.</i> 1046
	<i>Z</i>	0.16 <i>m</i>	<i>n.</i> 1130
❑ sqm dei punti d'appoggio	<i>X</i>	0.38 <i>m</i>	<i>n.</i> 11
	<i>Y</i>	0.36 <i>m</i>	<i>n.</i> 11
	<i>Z</i>	0.34 <i>m</i>	<i>n.</i> 93

Globalmente questi risultati sono soddisfacenti, in particolare, i valori sui punti di legame sono relativamente piccoli.

7. Misura delle sezioni per la determinazione delle deformazioni del terreno

A seguito della triangolazione aerea, si sono eseguite le misure per la determinazione delle sezioni prima e dopo, per la determinazione delle deformazioni del terreno a causa della frana. Quest'operazione equivale alla formazione del modello digitale delle altezze (DEM).

Si è iniziato con il volo prima; ogni modello di questo volo è stato orientato assolutamente utilizzando solamente i punti puntinati interni al modello. Tale scelta è suggerita dal fatto che le coordinate di questi punti sono da ritenersi più omogenee. Una volta orientato assolutamente il modello si è iniziato a misurare le quote dei punti lungo sezioni dirette come la coordinata nord. Tali sezioni risultano circa normali alla costa, pressappoco dirette come la frana ed anche trasversali alla strisciata diretta est – ovest.

La distanza tra le sezioni è di 20 m. Non è stato invece possibile mantenere costante l'intervallo di registrazione lungo le sezioni causa la non omogeneità del terreno: presenza di case, boscaglie, alberi isolati, vigneti. Allora la registrazione, lungo le varie sezioni, è stata fatta con un intervallo ove possibile prossimo ai 20 m, adattandolo poi di volta in volta allo stato del terreno. L'insieme dei punti restituiti costituisce un reticolato a maglie, da un lato di 20 m e dall'altro di lunghezza variabile dipendente dalla morfologia del terreno, avente tuttavia valore medio pari a 20 m. I punti restituiti sul volo prima sono circa 9.000 e le sezioni 146.

Le misure lungo le zone di sovrapposizione dei modelli consecutivi del volo prima risultano ripetute due volte, in due modelli successivi, con due differenti operazioni d'orientamento assoluto, utilizzando punti puntinati di legame solo parzialmente in comune ai due modelli consecutivi. Queste sezioni ripetute permettono di ricavare indicazioni circa la precisione della misura delle quote del grigliato di punti e conseguentemente del DEM.

Terminate le misure sulla strisciata prima, si è iniziato il lavoro di misura dei modelli del volo dopo. Si è deciso di utilizzare per la costruzione del DEM solo le due strisciate parallele 2A ed 1. La terza strisciata, leggermente obliqua rispetto alle precedenti, è stata accantonata; il suo uso era solamente giustificato in triangolazione aerea per irrigidire la forma del blocco.

L'operazione di misura sul volo dopo degli stessi punti delle stesse sezioni (la cui quota era stata determinata con le misure sul volo prima) è stata facilitata dalla possibilità di automazione, percorrendo la stessa sezione lungo la coordinata y e fermandosi ad ogni punto avente la stessa coordinata dei punti della stessa sezione già misurati in precedenza sul volo prima. Se il punto per mutata morfologia del terreno o per altri vari motivi non è più misurabile, viene eliminato. Il punto viene eliminato anche se risulta macroscopicamente errato.

Anche per il volo dopo, tutte le volte che si ha sovrapposizione fra modelli, la sezione o una parte di essa (che viene a trovarsi in tale zona) è ripetuta, ottenendo la possibilità di fare confronti sia tra modelli lungo la stessa strisciata, sia fra modelli di strisciate adiacenti. La quota dei punti di sezione, ottenuta con il volo dopo, è registrata unitamente alle coordinate planimetriche, alle quote ottenute con il volo prima ed alle differenze di quota (quota dei punti del volo dopo meno quota dei punti del volo prima).

8. Incertezza delle misure fotogrammetriche degli spostamenti

Prima di presentare i risultati delle misure degli spostamenti con procedimento fotogrammetrico è doveroso mettere in luce l'incertezza di tali misure. Tale dato, anche se non rigorosamente, indica il limite di

accettabilità di questi risultati. Quanto più si è vicino a questi valori tanto meno attendibili sono i risultati delle misure. Si dovrebbe parlare di probabilità, tuttavia si introdurrebbe un parametro del quale non si conosce il comportamento, stante le limitate informazioni sulla distribuzione.

Già una prima indicazione a carattere teorico proviene dagli sqm ottenuti in sede di compensazione della triangolazione aerea. Lo sqm sui punti di legame è risultato di circa $\pm 0.24 m$ in x e y , e di $0.16 m$ in z . Questi valori indicano l'ordine di grandezza che si può ottenere sugli altri punti distribuiti isolatamente. Un'ulteriore indicazione proviene dall'analisi separata dei residui delle equazioni per i punti puntinati e per quelli su manufatti, situati entrambi fuori frana.

	punti su manufatti	punti puntinati
n. punti	72	61
sqm $x (m)$	0.31	0.19
sqm $y (m)$	0.31	0.16
sqm $z (m)$	0.16	0.14

Questi valori danno la certezza di determinazione della singola coordinata, mentre il movimento è dedotto dal confronto di due coordinate. Si è eseguito un test sui valori di tali movimenti che permette di dare un giudizio sulla determinazione del limite di frana dei geomorfologi. Sono state individuate due fasce, larghe ciascuna $80 m$, lungo il confine di frana tracciato dai geomorfologi e dai geologi, una all'interno e l'altra all'esterno. Sono stati calcolati la media e gli sqm degli spostamenti dei punti sui manufatti che si trovano rispettivamente nella fascia interna, nella fascia esterna e al di là di quest'ultima (punti detti fuori fascia). Dal decremento delle medie degli spostamenti e dei loro sqm, passando dalla fascia interna alla zona fuori fascia, si deduce che il confine di frana tracciato dai geomorfologi e dai geologi corrisponde effettivamente alla zona in cui gli spostamenti si annullano. Per quanto riguarda invece il giudizio sulla fascia d'incertezza delle misure degli spostamenti, occorre tenere presente la sola riga; dai valori in essa contenuti si deducono alcune importanti conseguenze:

- ❑ la media di questi spostamenti è praticamente nulla in tutte e tre le coordinate (ciò significa che il comportamento di questi spostamenti è casuale e da ascrivere soprattutto ad errori di misura);
- ❑ lo sqm è più alto di quanto non si dovesse attendere dai dati precedentemente citati.

In effetti lo spostamento derivante dalla differenza di due coordinate misurate avrebbe dovuto essere, per i punti sui manufatti, $\sqrt{2} \cdot 0.30 m$ per le due coordinate planimetriche e $\sqrt{2} \cdot 0.16 m$ per la quota, cioè rispettivamente $0.44 m$ per x e y e $0.23 m$ per z . I valori ottenuti sono assai più alti e le cause sono le seguenti:

- ❑ tra il 1980 ed il 1982 il terreno può avere subito modifiche, dovute a movimenti naturali ed antropici;
- ❑ le misure non risultano indipendenti.

E' molto probabile che la prima delle due cause sia colpevole dell'eccesso di errore in quota, mentre alla seconda siano da ascrivere gli eccessi di errore in planimetria.

n. punti	$M_{\Delta x}$ (m)	$\sigma_{\Delta x}$ (m)	$M_{\Delta y}$ (m)	$\sigma_{\Delta y}$ (m)	$M_{\Delta z}$ (m)	$\sigma_{\Delta z}$ (m)
fascia interna 31	-0.107	0.748	1.756	2.269	0.219	0.679
fascia esterna 42	0.006	0.671	0.369	0.780	0.116	0.344
fuori fascia 61	-0.006	0.632	0.043	0.607	0.012	0.324

9. Spostamenti determinati tramite punti su manufatti

I punti individuati su manufatti dentro e fuori frana sono in totale 390. Per ciascuno di questi punti, si hanno le coordinate prima e dopo l'evento, e da queste si ricavano gli spostamenti planimetrici ed altimetrici principali superficiali, dovuti all'evento franoso nella sua fase parossistica. La distribuzione di questi punti sui manufatti non è omogenea. Essi si concentrano notevolmente nella zona ove passa la strada da Posatora a Torrette e lungo la costa sulla statale Adriatica. Inoltre i punti sono più densi ad est dove si trova il centro abitato della città di Ancona.

Questa disomogeneità era inevitabile, giacché null'altro se non gli edifici ed i manufatti giacenti sul terreno permettono di misurare spostamenti di punti definiti e solidali al terreno. Per aiutare l'osservazione qualitativa e tentare anche un approccio di interpretazione quantitativa si sono eseguiti calcoli per mettere in luce il legame esistente tra gli spostamenti e le caratteristiche del territorio. In particolare, si è studiato il comportamento delle componenti secondo $y(\Delta y)$ e $z(\Delta z)$ degli spostamenti, in funzione sia della coordinata y che della coordinata x . Onde eliminare le influenze perturbanti delle zone marginali, per lo studio in funzione di y (coincidente con la coordinata nord e normale alla costa), si è selezionata una fascia di punti compresi fra le coordinate x , 6400 e 7600 m, mentre per lo studio in funzione di x (coincidente con la coordinata est e parallela alla costa), la fascia selezionata è compresa fra le coordinate y , 8400 e 9100 m. Si sono costruite quattro variabili statistiche doppie corrispondenti ai seguenti accoppiamenti:

- $y/\Delta y$ lungo la fascia nord – sud; $x/\Delta y$ lungo la fascia est – ovest;
- $y/\Delta z$ lungo la fascia nord – sud; $x/\Delta z$ lungo la fascia est – ovest.

Per ogni variabile statistica doppia, è stata costruita la tabella a doppia entrata, considerando come argomenti indipendenti le coordinate y e x rispettivamente, sono state ricavate le curve di regressione e variabilità; inoltre sono stati calcolati l'indice di Pearson η^2 e il coefficiente di correlazione lineare semplice r :

	$\Delta y - y$	$\Delta z - y$	$\Delta y - z$	$\Delta z - x$
η^2	0.608	0.487	0.833	0.358
r	0.621	0.622	-0.385	0.276

Con questi dati, si è avuta una prima idea sulle relazioni tra gli argomenti delle quattro variabili doppie. Si è passati poi alla determinazione di relazioni funzionali tra Δy e y , tra Δz e y , tra Δy e x , e tra Δz e x , che meglio interpolano l'andamento delle curve di regressione. Come curve interpolanti sono state usate funzioni polinomiali e l'interpolazione è stata effettuata con il metodo dei minimi quadrati. Sui coefficienti di queste curve sono stati effettuati test di significatività con $\alpha = 0.05$ su due code.

Le curve interpolanti l'andamento degli spostamenti Δy e Δz secondo y sono rette; le curve degli spostamenti Δy e Δz secondo x sono cubiche, la prima con il coefficiente di x^3 non significativo. Per ogni curva di regressione è stata valutata la precisione dell'interpolazione attraverso σ_0 . Nella tabella sono riportati per ogni curva interpolatrice i valori dei coefficienti del polinomio interpolante e di σ_0 :

	$a(m^{-2})$	$b(m^{-1})$	c	$d(m)$	$\sigma_0(m)$
$\Delta y - y$	0	0	4.19×10^{-3}	-37.30	1.92
$\Delta y - x$	2.68×10^{-9}	-5.89×10^{-6}	-3.22×10^{-3}	3.62	1.11
$\Delta z - y$	0	0	2.31×10^{-3}	-21.13	0.65
$\Delta z - x$	-2.97×10^{-9}	1.26×10^{-7}	8.21×10^{-4}	- 4.29	0.50

Nel calcolo della curva interpolatrice degli spostamenti Δz secondo y non si è tenuto conto dei punti fuori frana; infatti in corrispondenza della zona di distacco esiste una netta discontinuità. E' particolarmente significativo il fatto che l'andamento della curva degli spostamenti Δy secondo x , presenti un massimo al centro della fascia in frana, mentre si annulla ai margini della stessa.

Un comportamento quasi analogo è denunciato dall'andamento degli spostamenti Δz secondo x . Come per y , gli spostamenti e le variazioni di quota maggiori sono al centro della fascia. Un comportamento di questo tipo corrobora l'ipotesi di frana unica la cui superficie di scorrimento giunge alla superficie del terreno sul perimetro della frana, avendo un minimo (massima profondità) al suo centro, dove è ovvio aspettarsi spostamenti massimi. Al contrario, se la frana fosse stata superficiale, gli spostamenti sarebbero stati quasi omogenei lungo l'intera fascia.

10. Incertezza delle misure lungo le sezioni

La misura della quota di punti lungo le sezioni istituite in direzione nord – sud, in modo da formare un reticolato a maglia per quanto possibile quadrata a lato di 20 m, è stata eseguita a parte orientando assolutamente i singoli modelli sui punti puntinati le cui coordinate sono state determinate tramite la triangolazione aerea. Pertanto non è corretto trasferire a queste misure l'incertezza delle coordinate dei punti sui manufatti. Allo scopo di avere un termine di riferimento per giudicare l'attendibilità dei risultati, è opportuno ricavare autonomamente l'incertezza delle misure della quota del grigliato dei punti. Si possono ricavare indicazioni sull'incertezza delle misure tramite due tipi di informazioni: quella derivante da alcune sezioni ripetute entro lo stesso modello e quella deducibile dalle misure di sezioni ripetute in due modelli distinti.

Le prime informazioni riguardano l'incertezza dovuta alla sola collimazione stereoscopica in quota; la seconda riguarda oltre all'incertezza di collimazione, anche l'incertezza d'orientamento del modello stereoscopico nelle due misure distinte. Si noti come si parli di sola incertezza nella misura della quota prima, poiché il riposizionamento dopo può avvenire automaticamente con un'incertezza inferiore a $2 \mu m$ alla scala delle immagini. Gli errori planimetrici, presenti anche nelle prove fatte ripetendo spezzoni di sezioni in due modelli distinti, inducono errori di misura in quota, in quanto il punto della superficie del terreno è spostato, in assoluto, rispetto alla posizione precedente. L'analisi di questi risultati porta a formulare le seguenti osservazioni:

Volo (n. punti)	-	M	σ
prima	498	-0.003 m	0.26 mm
dopo	907	0.004 m	0.20 mm

- ❑ le medie delle differenze sono praticamente nulle;
- ❑ gli sqm sono leggermente maggiori per le sezioni del volo prima, rispetto a quella del volo dopo; infatti il volo prima è stato fatto a quota relativa maggiore;
- ❑ questi valori sono ottenuti dal confronto di due misure indipendenti; pertanto il contributo di ogni misura si ottiene dividendo questi valori per $\sqrt{2}$, ottenendo così una conferma dei valori degli sqm sui punti di legame ottenuti dalla compensazione della triangolazione aerea.

11. Rappresentazione dei risultati

In totale le sezioni sono 146, i punti sono 8.800, cioè in media 61 punti per ogni sezione. La lunghezza delle sezioni varia tra un massimo di 1.600 m a ovest ad un minimo di 1.200 m a est. L'estremo sud delle sezioni è generalmente il più alto; la quota di tale estremo è molto variabile e giunge al massimo circa in corrispondenza del centro del rilevamento. Tutte le sezioni terminano a livello del mare.

Con questi dati si è provveduto a tracciare il profilo delle sezioni ottenute dal volo prima, sovrapponendo a questo, con scala maggiore, il grafico delle differenze di quota. La prima e l'ultima sezione sono relative a zone fuori frana. Le oscillazioni del grafico delle differenze in queste sezioni fuori frana sono dovute agli errori di misura ed alle variazioni di quota del terreno fra il 1980 e il 1982, a detta dei geologi non improbabili. Infatti una zona a sud – est, interamente fuori frana e lontana dalla stessa, che presenta differenze di quota sistematicamente positive (variazione negativa della quota), è notoriamente coinvolta da movimenti franosi.

Il piano quotato delle variazioni di quota, utilizzando tutti gli 8.800 punti, è stato costruito alla scala 1:2.000; esso mostra ove si sono verificati difetti di massa e dove invece sono presenti eccessi di massa. Grosso modo, si può dire che la zona di transizione tra eccessi e difetti di massa ha andamento inclinato nord – ovest sud – est con andamento e posizione molto prossimi a quelli della strada Posatora – Torrette. Questa linea coincide parzialmente con una delle trincee connesse con frane antiche.

Una più dettagliata analisi porta alla formulazione di altre osservazioni qualitative:

- ❑ le zone marginali a est ed ovest risultano mal definite: in queste zone, gli spostamenti diminuiscono e si

confondono con gli errori;

- gli errori di misura delle variazioni sono poco inferiori a 0.5 m; pertanto l'equidistanza minore, compatibile con tale situazione di errore, è quella di 1 m: un dettaglio maggiore avrebbe reso confusa e forse erronea la visione globale del fenomeno;
- la linea di zero più a Sud coincide praticamente con il limite di frana determinato dai geomorfologi (ad est e ad ovest tale coincidenza non sussiste per le ragioni dette in precedenza);
- la linea di zero intermedia che separa la zona di variazioni negative, più a sud, dalla zona di variazioni positive, più a nord, ha un andamento obliquo parallelo e quasi coincidente con la strada Posatora – Torrette;
- un'altra linea di zero, più a nord, corre lungo il litorale;
- le zone ove si hanno maggiori variazioni negative sono allungate, parallele alla zona di limite sud e ad essa molto accostate; le zone ove si hanno maggiori variazioni positive sono concentrate a nord – est della zona di frana, in prossimità del punto ove iniziano le infrastrutture portuali di riporto; una zona con variazioni positive meno accentuate si allunga parallelamente alla linea di costa, fino al limite estremo ovest della frana;
- la presenza della linea di zero lungo la costa al nord non consente di supporre una zona di innalzamento, al di là della linea di costa, del fondo marino.

Un'analisi quantitativa dettagliata dell'equilibrio esistente fra difetto ed eccesso di masse permette di individuare la direzione media di migrazione delle terre e la sua dispersione.

12. Analisi degli spostamenti principali sui manufatti con il metodo della collocazione

Il valore ottimale del passo di autocorrelazione è 115 m per gli spostamenti planimetrici e 110 m per gli spostamenti in quota. Con questa ampiezza delle corone circolari, si sono calcolati i valori empirici delle covarianze, in corrispondenza delle varie lunghezze di correlazione. La funzione di covarianza che approssima, al meglio, i valori empirici è data dal prodotto di una funzione esponenziale (con esponente negativo) per una funzione di Bessel di ordine zero. Per ciascuna delle tre coordinate, i coefficienti di queste funzioni sono riportati in tabella, unitamente alla varianza generale degli spostamenti, a quella spiegata del segnale ed a quella residua del rumore.

	$\sigma_v^2(m^2)$	$a = \sigma_s^2(m^2)$	$b(km^{-1})$	$c(km^{-1})$	$\sigma_n^2(m^2)$
γ_{xx}	0.65	0.16	1.28	4.19	0.49
γ_{yy}	4.91	4.39	0.19	3.14	0.52
γ_{zz}	0.39	0.21	0.86	4.82	0.18

Successivamente è stato effettuato il filtraggio sull'insieme dei valori di spostamento (265 valori per ogni componente di spostamento), trovando cioè per ogni punto in cui si era misurato lo spostamento la parte correlata dello spostamento, detta segnale, e la parte accidentale, detta rumore. Inoltre è stato calcolato lo sqm a posteriori del rumore (ricavato dai valori stimati del rumore) e, per ogni punto in cui era stato misurato

lo spostamento, è stato ricavato l'errore quadratico medio di stima del segnale.

I valori del rumore sono stati tagliati al livello di significatività pari al 5% su due code, eliminando così 11 punti in quota e 33 punti in planimetria.

	<i>n.</i>	<i>sqm</i> (<i>v</i>)	<i>sqm</i> (\hat{n})	<i>sqm</i> (\hat{n} -)	\sqrt{M} (σ_e^2)
<i>x,y(m)</i>	530	1.67	0.67	0.51	0.26
<i>z(m)</i>	265	0.63	0.37	0.29	0.17

Si noti che gli sqm del rumore a posteriori, dopo aver tagliato i valori nelle code, sono in buon accordo con la precisione ottenuta nel calcolo degli spostamenti. Il trattamento separato delle componenti planimetriche rispetto alla quota è stato possibile, poiché i risultati sperimentali hanno messo in evidenza crosscorrelazioni irrilevanti, ovvero una quasi totale indipendenza.

Dopo il filtraggio, è stata eseguita la predizione del segnale in punti di un reticolo di passo 100 m. Il segnale predetto mette in evidenza il confine della frana (praticamente la zona circostante la frana in cui esso è pressoché nullo) e ricalca, con buona approssimazione, il confine di frana tracciato dai geomorfologi. Tuttavia va sottolineato come questo metodo presupponga un legame omogeneo ed isotropo del segnale con gli altri punti e non possa mettere in evidenza zone di discontinuità.

Inoltre è interessante notare come la direzione degli spostamenti muti leggermente entro la frana. Infatti mentre gli spostamenti ad est sono diretti rigorosamente nord – sud, gli spostamenti più ad ovest denunciano una componente verso ovest che cresce gradatamente verso l'estremo ovest dell'area in frana. Questo fatto (che l'operazione di filtraggio ha messo particolarmente in evidenza) è dovuto probabilmente alla forma del terreno che ha nella Montagnola il punto più alto, degradando poi verso nord e verso ovest. Gli spostamenti superficiali in frana hanno seguito le linee di massima pendenza della superficie di scorrimento che rispecchia l'andamento morfologico esterno.

L'omogeneità degli spostamenti, così filtrati, è una prova ulteriore che la frana è un fenomeno unitario con probabili origini profonde. Completamente casuale è invece la distribuzione del rumore; esso è di intensità maggiore all'interno della frana. Infatti all'interno, il fenomeno catastrofico ha sicuramente generato effetti locali (non interpretabili come segnale) che si sono aggiunti agli errori di misura ai quali invece vanno ascritti i rumori residui nella zona fuori frana. Infine comportamenti fortemente anomali sono probabilmente dovuti ad errori grossolani.

13. Analisi delle deformazioni principali della superficie della frana

Il procedimento di filtraggio è stato applicato anche alle misure della deformazione principale esterna della frana utilizzando il grigliato di punti in corrispondenza dei quali si sono misurate le differenze di quota. Per ragioni di brevità, sono stati scelti 376 punti, prendendo una sezione ogni cinque e, lungo la sezione, un punto ogni cinque. Si è ottenuta una funzione di covarianza di forma identica a quella ottenuta per l'analisi degli spostamenti principali sui manufatti, dando ancora ragione all'unitarietà del fenomeno franoso con probabili origini profonde. Infatti se si confrontano le funzioni di covarianza degli spostamenti in quota dei punti della superficie del suolo e degli spostamenti in quota dei punti sui manufatti, si nota che l'andamento delle due funzioni, a meno di un fattore di scala, è pressoché identico.

$\sigma_v^2 (m^2)$	$a = \sigma_s^2 (m^2)$	$b (km^{-1})$	$c (km^{-1})$	$\sigma_n^2 (m^2)$
0.59	0.32	1.08	4.46	0.27

Lo sqm a priori del rumore è $0.77 m$; al termine del filtraggio, lo sqm a posteriori del rumore è $0.47 m$ e lo sqm a posteriori del rumore, dopo aver tagliato 29 valori nelle code, è $0.30 m$. Quest'ultimo valore è in buon accordo con i valori delle incertezze di misura delle quote dei punti. I risultati ottenuti mettono in evidenza la netta separazione fra zone con depressione e zone con innalzamento (spostate a nord – est); la linea di separazione fra queste è leggermente obliqua rispetto alla costa.

14. Presentazione dei risultati

I risultati, presentati nel prosieguo, sono già stati ottenuti con elaborazione mediante software proprietario, negli anni immediatamente successivi l'accadere della frana di Ancona. Tuttavia questi software, non ingegnerizzati, sono stati gestiti da personale specializzato che aveva, quasi contemporaneamente, provveduto alla scrittura ed all'implementazione dei software stessi. Tutto ciò restringe notevolmente le possibilità di un loro uso da parte di utenti qualsiasi. Per questa ragione, dato anche l'enorme diffusione dei PC e dei software commerciali adatti ad essere girati sugli stessi, si è scelto di rielaborare gli stessi dati con il software commerciale S-PLUS, cosicché si dimostrasse possibile ottenere risultati, sostanzialmente identici, da parte di chiunque interessato, con innegabili minori difficoltà operative²⁶.

²⁶ L'ambiente S-PLUS è un oggetto orientato la cui definizione e prima stesura è stata effettuata al Politecnico Federale di Zurigo, ed è attualmente anche disponibile, in dominio pubblico, con il nome di R. Ogni cosa è un oggetto di una certa classe, avente determinate proprietà, ed in esso si possono distinguere le seguenti classi di oggetti: strutture dati, funzioni, matrici ed oggetti statistici stimati. Pertanto le sue capacità consistono nel creare o manipolare oggetti; è possibile importare dati da qualsiasi fonte e gestirli in opportune finestre, produrre grafici di buona qualità e svolgere analisi statistiche. A tal fine, si utilizza l'oggetto esploratore: esso è formato da due pannelli, quello di sinistra è costituito da cartelle, preparate separatamente, con riferimenti relativi agli oggetti e quello di destra mostra le proprietà di un oggetto selezionato nel pannello di sinistra.

L'oggetto esploratore presenta quattro cartelle: dati, grafici, relazioni e testi, ognuna delle quali ha una precisa posizione. Tramite l'uso dell'oggetto esploratore, è possibile ricercare oggetti in una specifica cartella, oppure in tutti i database, tramite un'opportuna funzione di ricerca. Il primo database è il luogo dove sono contenuti gli oggetti, i rimanenti contengono funzioni e indirizzi per localizzare gli oggetti selezionati nel primo database. Un altro importante strumento è lo spazio di lavoro. Esso contiene l'informazione necessaria per una specifica sessione ed i nomi dei documenti aperti, e lavora sugli oggetti di quella particolare sessione da utilizzare per una sessione successiva.

Per manipolare ed inserire i dati si utilizzano finestre dati, ovvero fogli di calcolo elettronico. I due tipi di dati più importanti sono detti double e factor. Il primo è usato per rappresentare variabili continue, il secondo per rappresentare dati discreti ed è costituito dai livelli assunti (ovvero dalle categorie individuali assunte dalle variabili discrete). Le più importanti strutture dati sono: data frames, formate da righe contenenti le osservazioni e colonne con inserite le variabili; data sheets, generalizzazione dei precedenti dove le colonne non devono essere della stessa lunghezza; list, contenenti l'insieme delle stime dei parametri, i valori predetti ed altri risultati.

In un processo di analisi dei dati, uno dei primi passi è la creazione di grafici che permettono di avere una prima idea circa il comportamento dei dati stessi. Esistono due principali sistemi grafici: i grafici dell'oggetto orientato e quelli tradizionali. I primi utilizzano interfacce grafiche, mentre i secondi sono creati mediante funzioni di mappatura. Infine in esso si possono trovare alcuni metodi statistici:

- statistica descrittiva ad una o due dimensioni;
- confronto di ipotesi mediante test statistici della normalità e non parametrici;
- analisi di varianza per mettere in evidenza comportamenti medi, in rapporto a dispersioni residue;
- regressione (classica) con lo scopo di calcolare i parametri di una regressione lineare o non lineare, con dati indipendenti e/o correlati;
- modelli lineari generalizzati usati per interpolare dati distribuiti in modo non – normale;
- modelli non – lineari e modelli misti usati per interpolare dati il cui comportamento è altamente non – lineare;
- elementi finiti capaci di interpolare con funzioni polinomiali a pezzi (ad es., funzioni spline), variamente raccordate tra loro;
- regressione robusta con lo scopo di individuare dati anomali all'interno di basi di dati qualsiasi, mediante varie procedure robuste;
- cluster analysis per raggruppare in gruppi omogenei dati simili fra loro, avendo cura che ciascun gruppo sia ben differenziato dagli altri;
- processi stocastici: stime di covarianza (correlazioni parziali ed autocorrelazioni), studio di serie temporali e reticoli georeferenziati, analisi in frequenza.

L'ambiente S-PLUS si è considerevolmente sviluppato come potenzialità d'indagine statistica, a partire dai suoi inizi. I suoi contenuti sono costantemente accresciuti e le sue capacità si sono notevolmente espanse; tutto ciò fa di questo ambiente un ambiente apprezzabile, per rispondere a molteplici e svariate richieste di analisi, elaborazione e validazione dei dati.

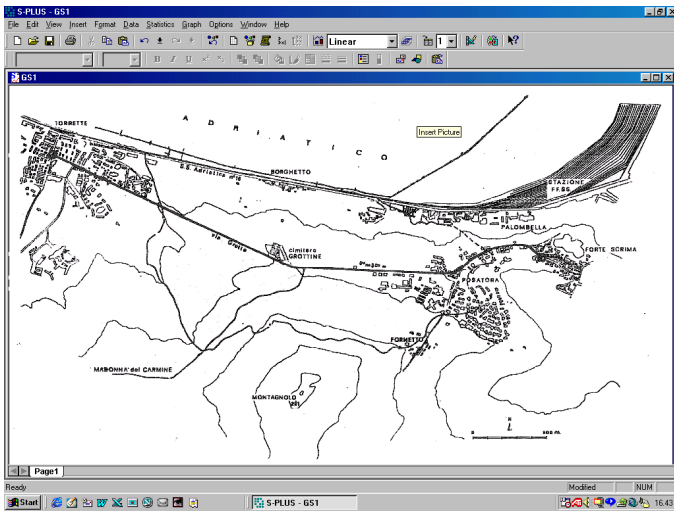


Fig. II.1. Carta topografica dell'area in frana.

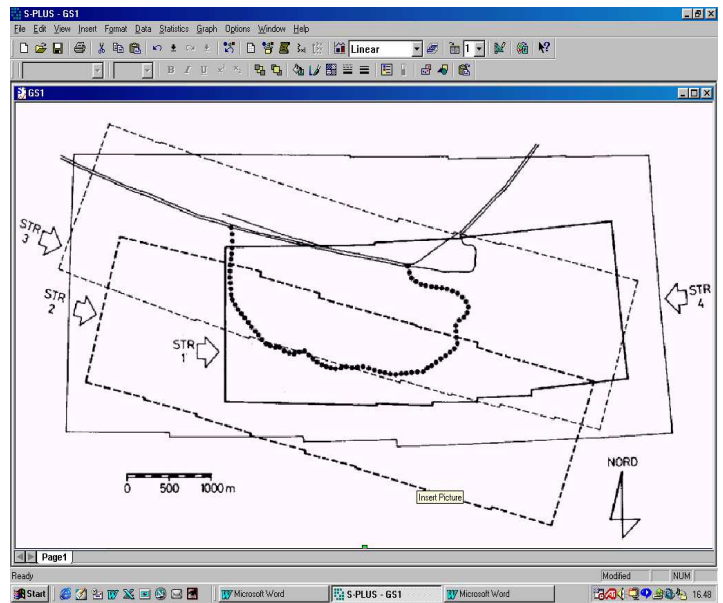


Fig.II.2. Grafico di copertura delle prese fotogrammetriche prima e dopo la frana.

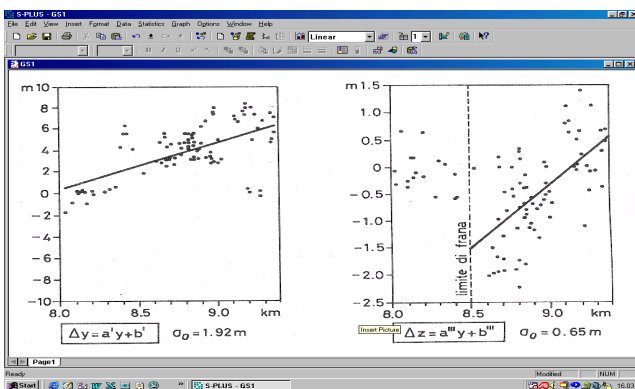


Fig. II.3. Analisi statistica dei movimenti principali lungo la direzione di frana.

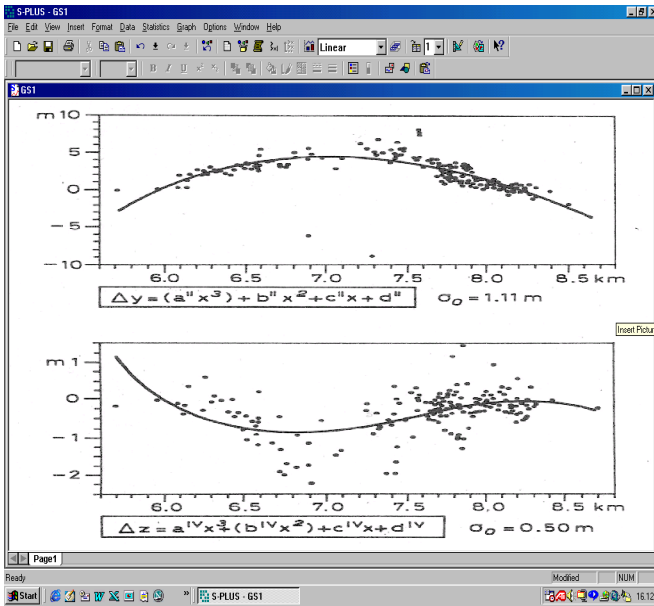


Fig. II.4. Analisi statistica dei movimenti principali trasversalmente al corpo di frana.

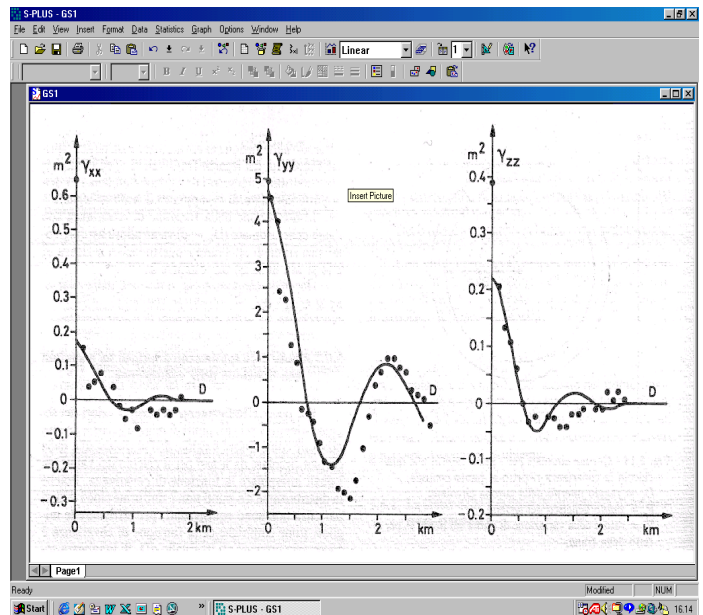


Fig. II.5. Funzioni di autocovarianza dei movimenti principali.

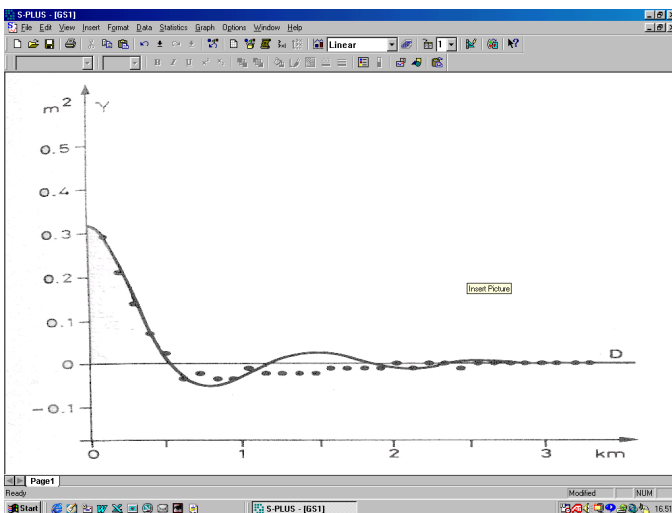


Fig. II.6. Funzioni di autocovarianza delle deformazioni principali.

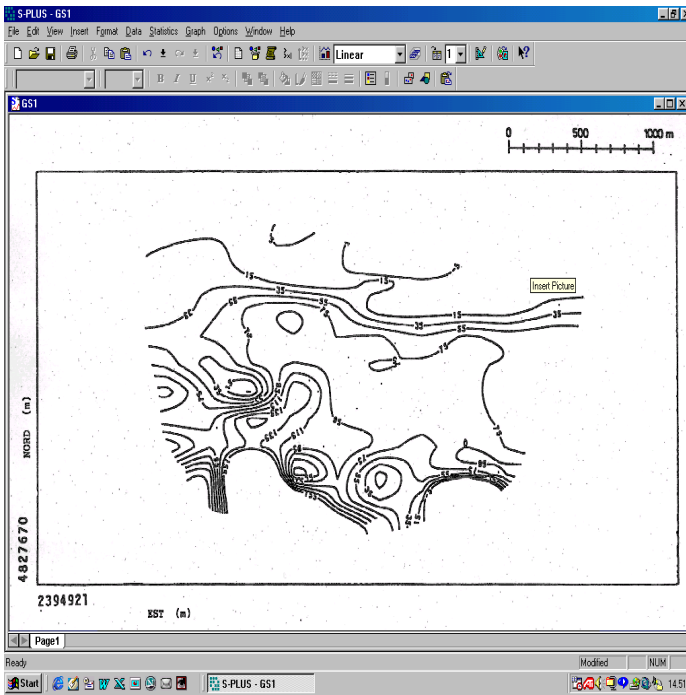


Fig. II.7. Carta e curve di livello delle deformazioni principali.

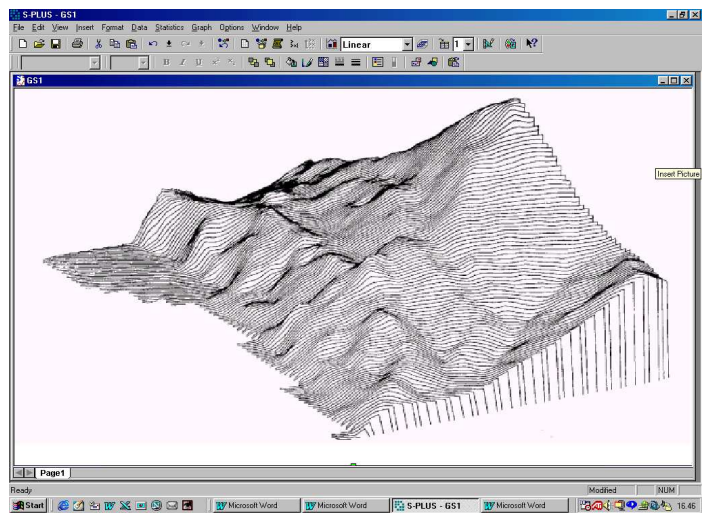


Fig. II.8. Modello digitale della superficie di deformazione della frana.

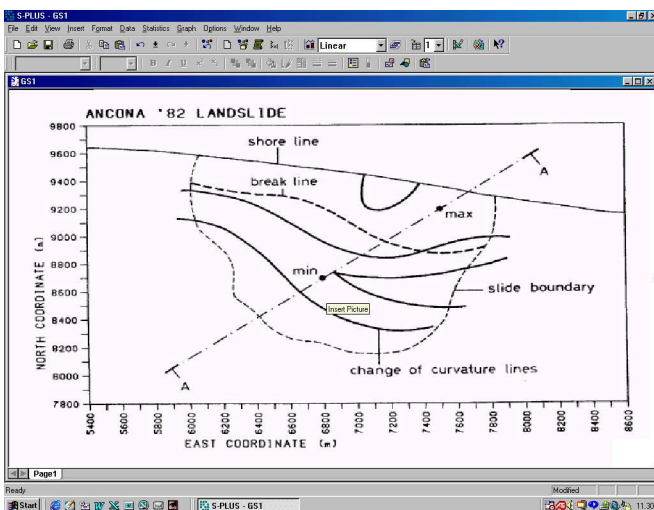


Fig. II.9. Linee caratteristiche della frana.

15. Problemi aperti

Non spetta a chi ha il compito di effettuare le misure e di trattare le osservazioni interpretare poi i risultati ottenuti. Essi vengono posti in mano agli esperti che potranno, se possibile, interpretarle dal punto di vista della meccanica della frana ed, in particolare, evidenziare se si tratta di frana con radici profonde oppure superficiali. Tuttavia la massa dei dati raccolti, soprattutto per quel che riguarda la descrizione delle variazioni superficiali, è così ingente che sollecita ulteriori tentativi di elaborazione.

Le conferme di quanto già determinato nelle elaborazioni immediatamente successive all'evento franoso e/o nel corso del suo assestamento, ottenute facendo ora uso del software commerciale S-PLUS, danno ragione del possibile attuale trasferimento di competenze, da un circolo ristretto di studiosi ad una ben più vasta comunità di persone, addette al monitoraggio del territorio e degli oggetti ivi consistenti. Tutto ciò dà valore agli studi, fatti a suo tempo e qui ripresentati, perché solo ciò che supera una ristretta cerchia acquisisce una piena validità, sostenuta inequivocabilmente dalla sua radicata diffusione.

Due possono essere le modalità di un trasferimento, una più ambizioso di un sistema chiavi in mano, capace di operare l'insieme delle procedure descritte, ed un'altra più praticabile, ma altrettanto valida, costituita da più moduli estensibili, operanti in parallelo. Benché il fascino della prima sia largamente innegabile, resta da constatare, come non sia comunque possibile modellare, in unico sistema, l'intero mondo (o l'intero universo) nei suoi vari e differenti aspetti; pertanto l'adozione di moduli estensibili costituisce spesso un ragionevole compromesso fra rigore e compatibilità.

In entrambi i casi, i problemi da affrontare, relativamente al problema oggetto di questo studio specifico, riguardano la compensazione di strutture reticolari (ad esempio, reti geodetiche – topografiche e/o blocchi fotogrammetrici), la modellazione dell'andamento dinamico di alcuni parametri (ad esempio, coordinate di punti, variabili meteorologiche, altri parametri di servizio) e del comportamento geomorfologico di altri parametri (ad esempio, parametri cinematici, variabili ambientali, ancora altri parametri di servizio), nonché la visualizzazione dei risultati ottenuti.

Poiché le osservabili, messe in gioco per il rilevamento dei movimenti principali, hanno coinvolto misure fotogrammetriche, unitamente a misure geodetiche – topografiche (anche per l'appoggio delle prime) ed a dati desunti da osservazioni cartografiche preesistenti, la possibilità di modellare insieme strutture reticolari, andamenti dinamici e comportamenti geomorfologici richiede di mettere mano ad un programma di compensazione globale, introducendo in esso parametri cinematici e modelli di distribuzione geomorfologica (ovvero nuovi parametri capaci di modellare comportamenti lineari, superficiali e/o spaziali).

Da tempo, la Sezione Rilevamento del DIAR ha in uso il programma CALGE (già scritto ed implementato presso l'allora istituto, confluito poi nel dipartimento odierno). Una sua nuova e più avanzata versione potrebbe essere capace di quanto sopra richiesto e specificato. Tuttavia occorre precisare come il suddetto programma sia ormai prossimo alle trentamila istruzioni e, di conseguenza, il sapere mettere letteralmente le mani al suo interno è cosa davvero non elementare e non esente da possibili pericoli. Proprio per questa ragione, sarà necessario partire dalla formulazione del modello concettuale per un suo adeguato sviluppo futuro.

Come noto, un modello concettuale discende da un modello esterno che potrebbe essere costituito anche dal presente testo e, dal modello concettuale deriva un modello logico che richiede l'utilizzo di un linguaggio specifico, adatto ad essere compreso da un certo sistema operativo di un dato elaboratore, per essere poi tradotto in un modello fisico, direttamente eseguibile sull'elaboratore stesso.

Pertanto il modello concettuale può essere scritto con una relativa libertà di scrittura e limitarsi a liste ordinate di problemi da risolvere, rinunciando a fare uso dei tradizionali (ma ormai un po' superati) schemi a blocchi. D'altra parte questa scelta non è affatto troppo riduttiva, perché molti moduli già preesistenti potranno vantaggiosamente essere utilizzati all'interno di un programma principale, concepito in una nuova versione, e corredato da alcune subroutine principali, ben rinnovate e capaci di mettere in opera e gestire tutte le novità richieste.

16. Impianto delle sezioni per il controllo dell'assestamento

Le sezioni trasversali (lungo le quali misurare con procedimenti topografici classici gli spostamenti planoaltimetrici d'assestamento) hanno chiesto per la loro istituzione un certo periodo di tempo. Dapprima con la collaborazione di geologi e geomorfologi, sono state scelte le posizioni di cinque sezioni trasversali. Queste sezioni incominciano nella zona sud più alta, in località sicuramente non connesse con il movimento franoso e scendono fino al mare seguendo spezzate la cui forma è stata imposta soprattutto dalla morfologia del terreno. I punti delle spezzate sono materializzati sul terreno con picchettoni a sezione quadrata con lato di 10 *cm* ed infissi nel terreno per una profondità di 100 *cm*; questi punti sono anche i punti di stazione dai quali si misurano angoli e distanze per la determinazione della posizione dei punti controllati.

Il picchettone più in alto di ciascuna sezione è collegato alla rete geodetica nazionale, cosicché le coordinate planimetriche sono date nel sistema cartografico Gauss – Boaga; le quote sono anch'esse derivate dalla rete di livellazione nazionale. Lungo le cinque sezioni vengono tenuti sotto controllo periodico mediante misure angolari e di distanza, tre diversi tipi di punti:

- ❑ picchetti piantati nel terreno, allineati lungo i lati delle sezioni;
- ❑ punti posti su edifici o manufatti in genere, anche fuori allineamento, ma prossimi alle sezioni;
- ❑ punti di stazione degli strumenti di misura;
- ❑ punti su pozzi per inclinometri e sondaggi.

Le distribuzioni dei diversi tipi di punti fra le varie sezioni, a partire dalla *A* nei pressi di Posatora fino alla *E* nei pressi di Torrette, ed altre caratteristiche delle sezioni stesse sono illustrate in tabella. In totale, sono stati messi 224 picchetti lungo le sezioni e posti sotto controllo 168 manufatti, per una lunghezza complessiva di 8852 *m* e coprendo un'area di circa 130 ha sul totale di circa 230 ha della frana.

sezione	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>TOT</i>	<i>L</i>
punti <i>a</i>	23	61	48	60	224	32
punti <i>b</i>	32	37	28	26	168	45
punti <i>c</i>	5	4	4	2	18	2
punti <i>d</i>		1	9		10	
totale punti	60	103	89	89	420	79
lunghezza	1810	1473	1609	1768	8853	2193
dislivello	183	202	261	161		209

n. misure	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>
1	19.01.83	04.02.83	14.01.83	26.01.83	08.02.83
1 bis	25.01.83		18.01.83	27.01.83	
2 bis			19.02.83		
2	23.03.83	22.03.83	25.03.83	28.03.83	24.03.83
3	17.05.83	18.05.83	20.05.83	23.05.83	26.05.83
4	27.10.83	02.11.83	09.11.83	03.11.83	11.11.83
5	12.03.84	13.03.84	14.03.84	15.03.84	16.03.84

17. Operazioni di misura e di calcolo

Terminate le operazioni di impianto delle singole sezioni che hanno richiesto oltre un mese, sono subito iniziate le misure. La prima sezione ad essere impiantata è quella centrale (*C*), essendo anche quella in corrispondenza della quale sono stati situati altri tipi di sondaggi, in particolare, i sondaggi profondi per scopi geologici, geofisici e geognostici. Le sezioni *A*, *C* e *D* sono state misurate, le prime due volte, a breve intervallo di tempo (cinque o sei giorni). Scopo di queste misure ravvicinate è quello di una preliminare verifica della precisione delle determinazioni. Sulla base della metodologia usata e degli strumenti impiegati, lo sqm delle coordinate dei punti, sia su manufatti che su picchetti, all'estremo delle sezioni, ove si accumulano gli errori, dovrebbe teoricamente essere di qualche centimetro (e comunque non superiore a ± 5 cm) ed i dati sperimentali confermano le previsioni.

L'istituzione delle sezioni è stata fatta nei primi mesi dell'83, cioè in piena stagione invernale e subito dopo la frana, quando l'attività antropica era minima. Purtroppo nelle ultime misure, si è dovuto registrare una perdita di quasi tutti i punti di controllo su picchetti a causa delle riprese attività agricole e delle opere di risanamento idrologico del versante. Questo inconveniente, non arreca grandi danni giacché i movimenti d'assestamento più importanti sono quelli più vicini alla data della frana, cioè relativi alle prime misure eseguite.

18. Risultati delle misure degli spostamenti principali superficiali

Frana Barducci

Le misure eseguite, subito dopo la frana, sulla sezione già da alcuni anni istituita sulla frana Barducci, hanno messo in luce spostamenti e deformazioni. Gli estremi si sono spostati verso mare: 11 m per il pilastro più a sud e 6 m per il pilastro più a nord. Inoltre la sezione presenta variazioni di forma interessanti, in particolare il formarsi di una contropendenza nella parte più bassa della sezione. Questo fatto è di particolare importanza nell'interpretazione geomeccanica della frana.

Strada Posatora – Torrette

Il confronto fra i dati della livellazione eseguita nel 1969, alla data del rilevamento originario a scala 1:2.000 del Comune di Ancona, e quelle eseguite nel gennaio e febbraio 1983, lungo la strada Posatora – Torrette, ha permesso di costruire il grafico delle variazioni altimetriche. Per interpretare correttamente questo grafico

occorre ricordare che esso consiste nel confronto fra i profili altimetrici rilevati prima e dopo l'evento franoso. Il profilo non segue una stessa sezione, planimetricamente definita, prima e dopo, bensì un particolare topografico: la strada Posatora – Torrette, la quale investita in maniera praticamente totale dalla frana ha subito fortissimi spostamenti orizzontali. Pertanto non si può interpretare il grafico come un movimento verticale lungo una sezione (in questo caso longitudinale) della frana, bensì come gli spostamenti altimetrici subiti da una particolare struttura topografica del territorio, tuttora chiaramente riconoscibile anche dopo la frana, quale la strada Posatora – Torrette. Le variazioni di quota dei punti della strada sono dovute soprattutto a scivolamento verso il basso della strada come conseguenza del prevalente spostamento planimetrico. L'interesse maggiore di questa sezione è soprattutto concentrato nelle variazioni di quota differenti da zona a zona. Nell'interpretazione di questi dati, occorre anche ricordare che la fascia di incertezze ha ampiezza $\pm 40 \text{ cm}$, dovuta all'incerta identificazione dei punti della vecchia livellazione.

Percorrendo la strada da Posatora verso Torrette, si incontra dapprima una zona di variazioni limitate, tale zona è situata fuori frana. Quando la strada imbocca via Gran Sasso, si incominciano a notare i primi lievi cedimenti e poi subito un picco di 1.84 m di cedimento, seguito da un rapido ritorno a zero. Si è qui in una zona molto tormentata con variazioni sia in un senso che nell'altro, che possono essere collegate con fattori molto localizzati. Dopo il ritorno a zero la strada riprende a scendere con una certa regolarità fino ad un minimo poco prima del Cimitero (1.86 m). Anche la risalita è regolare ed abbastanza lenta, per tornare a valori prossimi allo zero, poco prima di Torrette, in zona ormai fuori frana.

19. Analisi delle misure sulle sezioni

Gli spostamenti d'assestamento, subiti dai picchetti lungo le sezioni e dai punti su manufatti ad esse vicini, sono ripartiti in spostamenti planimetrici ed altimetrici. A causa della limitazione della scala di rappresentazione e della non convenienza di presentare lunghi elenchi di dati, si sono rappresentati i risultati in modo da rendere evidente sinteticamente le zone di maggiori variazioni, rispetto a quelle in cui si hanno variazioni minori o nulle, come suggerito dal fatto che gli spostamenti d'assestamento sono effettivamente raggruppabili in zone omogenee di maggiore o minore spostamento.

Prima di passare ad analizzare i risultati, conviene verificare, se la precisione di misura è quella ipotizzata. Si giunge a questo giudizio, usando le misure ripetute a breve intervallo di tempo sulle sezioni *A*, *B* e *C*.

- ❑ Le differenze maggiori di 5 cm sono solo il 5% del totale di quelle misurate;
- ❑ la loro distribuzione è simmetrica;
- ❑ non sono presenti differenze nelle tre coordinate;
- ❑ non si evidenziano differenze significative fra le misure su manufatti e quelle su picchetti;

pertanto si può ritenere confermata l'ipotesi che l'errore di misura sia, in generale, minore $\pm 0.05 \text{ m}$. Ricordando entro quali limiti d'incertezza sono situate le misure, limiti che occorre avere presenti nella valutazione dei risultati delle misure successive, si può passare all'analisi dei risultati. I moduli degli spostamenti planimetrici sono ripartiti in fasce di valori relativi agli spostamenti misurati dopo circa sei mesi dalla catastrofe.

Fasce di spostamento (cm)	punti fuori frana						punti in frana							
	manufatti			picchetti			manufatti			picchetti				
	x	y	z	x	y	z	x	y	z	x	y	z		
<-10											2	10		
-10÷-5	1					2	1	1			4	3		
-5÷-2		1			2		5	4	3	7	13	12		
-2÷0	5	1		6	8	3	42	28	28					
0÷+2	3	7	8	13	9	17	27	33	45	49	50	48		
+2÷+5				4	2	3	3	9	3	4	9	11		
+5÷+10			1				1	5	1	2	2	1		
+10÷+15							1				2	1		
>+15												1		
totale	9	9	9		23	23	23	80	80	80		119	119	119

fasce di spostamento (cm)	manufatti	picchetti	totali
0 ÷ 5	61	70	131
5 ÷ 10	24	29	53
10 ÷ 20	8	24	32
20 ÷ 40	1	13	14
40 ÷ 70	1	4	5
70 ÷ 100	-	5	5
100 ÷ 150	-	2	2
> 150	-	3	3
totale	95	150	245

Un diverso raggruppamento presenta i moduli degli stessi spostamenti, ripartiti in fasce di acclività (sufficientemente ampie per essere significative) del terreno in corrispondenza del punto considerato. Gli spostamenti planimetrici sono molto differenziati da luogo a luogo. La distribuzione dei massimi è molto discontinua. Lungo le sezioni si hanno zone diffuse di movimenti piccoli, piccolissimi o praticamente nulli e zone concentrate di movimenti molto ampi. Queste zone di concentrazione di grossi spostamenti si trovano nelle sezioni *A*, *B*, *C* e *D*, soprattutto in presenza di caratteristiche orografiche particolari: la scarpata immediatamente a sud della strada costiera nelle sezioni *B* e *C*, e la zona di maggiore acclività, subito a sud della strada Posatora – Torrette, nelle sezioni *A*, *B*, *C* e *D*. La discontinuità delle zone di maggior

movimento suggerisce l'ipotesi che non esista un effetto d'assestamento globale in tutta l'area, ma che l'assestamento avvenga localmente. Avvalorano la conclusione precedente, circa il fatto che i movimenti d'assestamento siano prevalentemente locali, le seguenti considerazioni:

- ❑ i manufatti (che sono ancorati più in profondità nel terreno di quanto non lo siano i picchetti) hanno un modulo dello spostamento d'assestamento compreso nella fascia dei 5 cm (con una percentuale del 64%), mentre i picchetti hanno modulo minore di 5 cm (con la percentuale del 47%): questa netta differenza di percentuale (che sicuramente crescerebbe notevolmente, se si tenesse conto solo dei punti controllati in frana) dice che sono maggiormente soggetti a spostamento i punti superficiali;
- ❑ la ripartizione degli spostamenti totali relativi ai picchetti, in funzione dell'acclività del terreno, mostra un andamento abbastanza triangolare: con il crescere della fascia di pendenza aumenta la dispersione dei valori.

L'esame degli spostamenti altimetrici viene ancora limitato ai valori totali.

- ❑ Le variazioni di quota dovute all'assestamento sono di entità ben minore degli spostamenti planimetrici. Infatti 206 variazioni di quota su 245 (pari all'84%) sono minori di 5 cm, mentre per gli spostamenti planimetrici la percentuale era del 54%. Inoltre la differenza di percentuali fra le variazioni di quota inferiori ai 5 cm sui manufatti e sui picchetti, è minore di quella registrata per gli spostamenti planimetrici: 90% per i manufatti e 80% per i picchetti;
- ❑ i valori significativi, maggiori di 10 cm, sono concentrati sulle sezioni in poche zone, a loro volta, correlate fra loro in modo assai incerto;
- ❑ le variazioni altimetriche sui picchetti, correlate all'acclività, presentano un andamento nettamente meno triangolare rispetto all'andamento riscontrato negli spostamenti planimetrici;
- ❑ globalmente tuttavia anche il comportamento in altimetria conferma quanto suggerito dagli spostamenti planimetrici: gli assestamenti sono di tipo locale e necessariamente superficiali.

fasce di spostamento (cm)	manufatti	picchetti	totali
0 ÷ 5	80	120	206
5 ÷ 10	8	3	21
10 ÷ 20	-	11	11
20 ÷ 40	1	3	4
40 ÷ 70	-	2	2
70 ÷ 100	-	1	1
> 100			
Totale	95	150	245

20. Impianto della livellazione di precisione fra Posatora e Torrette

La Commissione istituita dal CNR per lo studio della frana si preoccupò di dare corso alla misura dei movimenti d'assestamento. Infatti un movimento di terra così ampio, repentino ed imponente non si esaurisce immediatamente dopo la fase parossistica. La misura dell'entità, della durata e della distribuzione dei movimenti d'assestamento è motivata sia da ragioni sociali che da ragioni scientifiche. Le prime concernono ovviamente i problemi di sicurezza del traffico e degli interventi necessari a fermare il degrado degli edifici danneggiati. Le seconde riguardano la possibilità di conoscere la natura delle cause determinanti, qualora presenti ed agenti, in particolare, le cause meteorologiche.

Queste misure iniziarono subito secondo due diversi indirizzi: la misura molto precisa degli spostamenti altimetrici d'assestamento lungo la strada Posatora – Torrette che attraversa per intero a mezza costa la zona della frana, oltre alla misura dei vettori spostamento pianoaltimetrici d'assestamento lungo sezioni trasversali alla frana, come già illustrato in precedenza.

La livellazione geometrica, per la sua velocità e facilità di impianto e di esecuzione, è stata fra le prime operazioni eseguite sul territorio dopo la frana. Essa parte da Posatora, con un tratto di zona fuori frana, poi con una serie fittissima di caposaldi, legati ai manufatti, a distanza media di 30 m (lunghezza di una battuta fra due stadi), giunge a Torrette, ove termina in zona fuori frana. La linea lunga circa 2.5 km, comprende 284 caposaldi in frana ed alcuni altri fuori frana.

Si può ritenere che, con i procedimenti seguiti e gli strumenti impiegati, le variazioni di quota, fra due ripetizioni, abbiano uno sqm che, nel punto estremo, non supera 2 mm, come confermato dalle differenze sui punti presumibilmente stabili, in Torrette a partire da Posatora.

n.	data
1	03.03.1983
2	30.04.1983
3	01.07.1983
4	27.09.1983
5	09.12.1983
6	03.02.1984
7	10.04.1984

Date di inizio delle operazioni di livellazione lungo la strada di Posatora – Torrette .

21. Variazioni altimetriche lungo la strada Posatora – Torrette

La linea di livellazione di alta precisione, lungo la strada Posatora – Torrette, è stata ripetuta sette volte. Il confronto fra le quote ottenute partendo dallo stesso caposaldo, posto fuori frana ed assunto con quota costante alle diverse date, permette di evidenziare le variazioni di quota dovute all'assestamento del terreno. Queste variazioni non sono relative ad una sezione verticale costante nel tempo, ma a punti legati a manufatti che si possono spostare nel tempo anche planimetricamente.

Le misure iniziano in zona fuori frana, terminano ancora con caposaldi posti fuori frana e hanno

un'incertezza inferiore al millimetro. Dopo la seconda misura che denuncia un andamento abbastanza regolare delle variazioni, le successive misure presentano variazioni locali molto accentuate, oltre ad un graduale abbassarsi nella zona in frana ed anche un più ridotto abbassarsi dei punti fuori frana verso Posatora. Irregolarità ed allontanamento graduale aumentano fino ad un massimo raggiunto con la quarta misura, per diminuire di poco nelle ultime tre misure. L'estrema variabilità dei movimenti da punto a punto è da attribuirsi al fatto che i caposaldi sono legati a manufatti fiancheggianti la strada, l'assestamento dei quali, nel periodo dopo la frana, è avvenuto in maniera totalmente indipendente.

L'estrema precisione delle misure esaspera molto la rappresentazione delle variazioni locali. Per eliminare questa estrema variabilità si è proceduto al calcolo della media delle variazioni d'assestamento in corrispondenza di ciascuna a partire dalla seconda. Questo valore di abbassamento medio è indicativo di un fatto importante: esiste un assestamento generale, di ampiezza molto contenuta, reso visibile sulle quote per merito dell'estrema precisione delle misure rilevate da livellazione. Nella determinazione degli spostamenti planimetrici sulle sezioni, è probabile esista un uguale andamento generale, mascherato tuttavia dalla presenza di errori di misura maggiori di questi stessi spostamenti (in questo caso, emergono solo gli spostamenti locali indipendenti e più vistosi).

L'insieme degli abbassamenti medi conferma quanto già assunto come ipotesi nello studio degli spostamenti lungo le 5 sezioni: l'assestamento più vistoso si è manifestato nei primi sei mesi dopo la frana (a questa fase, ne è seguita un'altra d'assestamento praticamente nullo). Si noti come l'abbassamento medio continui a crescere per nove mesi dopo la frana, mentre la dispersione media delle variazioni locali cresca fino ad un massimo raggiunto a fine anno. Questa differenza nei punti di massimo può essere interpretata come una dimostrazione che i due massimi si riferiscano a fenomeni diversi, dovuti a cause distinte. L'abbassamento medio è collegato con fenomeni profondi, ovvero ad un assestamento generale del corpo di frana, mentre la dispersione media è dovuta ad assestamenti indipendenti e superficiali, legati a condizioni molto localizzate del terreno.

Sia i valori relativi agli spostamenti planimetrici lungo le sezioni, sia i risultati delle livellazioni ripetute di alta precisione lungo la strada Posatora – Torrette, pur essendo differenti come significato ed incertezza, confermano entrambi l'ipotesi che, in un anno, si siano esauriti tutti gli spostamenti per assestamento conseguenti alla frana, tenuto anche conto che la piovosità, durante quello stesso anno, è stata assai limitata. Si ricordi invece che l'evento franoso coincide con il termine di un periodo di notevole piovosità. Pertanto non potendosi stabilire nessuna correlazione tra piovosità e spostamenti planimetrici e soprattutto altimetrici d'assestamento, essi sembrano piuttosto un fenomeno naturale localizzato, conseguenza di un movimento di terra a carattere catastrofico.

22. Rete di livellazione di precisione per il controllo dell'assestamento

Il Comune di Ancona ha autonomamente deciso di estendere la livellazione di precisione fra Posatora e Torrette ad una ben più vasta rete di livellazione di precisione, con lo scopo di controllare dettagliatamente i movimenti d'assestamento dell'intero corpo di frana. A tal fine, lungo il reticolo di strade esistenti, è stata impiantata la suddetta rete di livellazione di precisione della quale sono state effettuate, nel tempo, undici misurazioni.

Le livellazioni successive costituiscono una base di dati per studiare i movimenti verticali, quando rivestono fondamentale importanza finalità di controllo. Si noti che l'effettiva precisione di una rete di livellazione

decrese, indipendentemente dalla precisione delle misure, quando l'area investigata diventa troppo grande o quando la sua struttura geomorfologica è troppo tormentata (infatti l'incertezza, dovuta alla correzione ortometrica, è paragonabile o addirittura più grande degli errori propri di misura).

Nel contesto dei problemi di controllo, risulta difficile effettuare, con i normali confronti statistici, stime corrette dei movimenti verticali, per il verificarsi contemporaneo dei due seguenti motivi. Può accadere che le misure richiedano molto tempo, paragonabile all'intervallo tra due ripetizioni. Inoltre le misure, pur interessando una stessa zona, possono riguardare una rete che man mano si modifica in funzione dei nuovi dati acquisiti. Pertanto risulta necessario definire un modello che consideri queste ulteriori caratteristiche di variabilità spazio – temporali, in modo tale che si possa individuare l'evolversi del fenomeno.

Una delle possibili soluzioni è quella di considerare un opportuno modello cinematico che associ le altezze di ogni punto ai movimenti ad esso relativi all'interno di un'unica equazione di osservazione. Quando si hanno a disposizione un numero limitato di ripetizioni che non consentono una modellazione in termini di serie temporali, si può applicare utilmente un modello funzionale che includa un polinomio di grado opportuno, funzione del tempo, per ogni caposaldo. Dopo la compensazione, i parametri addizionali del modello funzionale (velocità, accelerazione, ...) possono essere analizzati in funzione delle coordinate (piane) di ogni punto.

In questo caso, il modello stocastico può rimanere quello classico adottato, come usuale, per le livellazioni di precisione, mentre il difetto di rango delle equazioni di moto coincide con il numero dei parametri cinematici, fisicamente distinti, utilizzati per descrivere il moto, aumentato di uno per assegnare la quota del caposaldo origine. Altri eventuali punti di quota nota e privi di movimento servono per controllo e, se imposti, costituiscono vincoli.

23. Risultati della compensazione cinematica

Il campione delle misure risultante dalle undici ripetizioni è stato compensato utilizzando un polinomio del terzo ordine ed un caposaldo della rete nazionale di livellazione è stato assunto come riferimento. Un altro caposaldo della stessa rete è stato utilizzato ai soli fini del controllo della compensazione, dovendo rimanere costante l'altezza e sufficientemente piccoli i parametri cinematici di questo punto.

La gestione ordinaria delle misure ha permesso di scartare alcune osservazioni, poiché i loro residui standardizzati non soddisfacevano l'ipotesi nulla. L'eliminazione di queste osservazioni può essere causata da errori derivati dal modello funzionale, utilizzato nella compensazione, dal modello stocastico delle osservazioni, da azioni di disturbo dei caposaldi origine, se in numero maggiore di uno.

Come conseguenza di questa operazione, sono stati saltati alcuni caposaldi, salvaguardando il collegamento altimetrico fra un caposaldo precedente ed uno seguente. Questa eliminazione è stata eseguita in passi successivi, fino ad ottenere un valore di sigma zero pari a circa 3 mm, con una conseguente diminuzione dei caposaldi (da 791 a 765) e della ridondanza (da 4253 a 3613).

Successivamente è stato calcolato lo sqm delle variazioni di quota ad epoche prefissate. Da un'analisi comparata, si evince che lo sqm della compensazione cinematica è quasi sempre più piccolo del corrispondente valore relativo alle compensazioni separate.

Mediante rappresentazione a curve di livello, è mostrato l'andamento delle altezze e dei parametri cinematici provenienti dalla compensazione cinematica. In particolare, per quanto riguarda la velocità, appare significativo l'innalzamento nei quartieri di Palombella, Borghetto, Villa Barducci e nella vecchia Facoltà di

Medicina, mentre si riscontra un abbassamento alle pendici del Montagnolo ed in prossimità di Posatora.

passo	σ_0 (mm)	osservazioni	punti	parametri	ridondanza
1	18.13	7273	781	3024	4253
2	15.63	7240	780	3017	4227
3	9.86	7176	780	3008	4172
4	4.94	6846	780	2932	3918
5	2.99	6445	765	2831	3618

		n.	RMS (MSE)	MAX (MSE)
PRECISIONE	Altezza (mm)	765	10.92	34.92
	Velocità (mm/T)	736	56.54	192.17
	Accelerazione (mm/T ²)	677	104.16	340.90
	Var. accelerazione (mm/T ³)	653	68.95	348.05
	T = 913 giorni			
AFFIDABILITA'	Differenza d'altezza (mm)	6445	0.44	2.51

La compensazione cinematica sui dati di livellazione ha portato alcuni considerevoli vantaggi. Innanzitutto l'enorme incremento di ridondanza (da qualche decina a circa 4000) ha portato un sensibile miglioramento della precisione dei parametri e dell'affidabilità delle misure. In particolare è possibile controllare bracci isolati, di solito, molto importanti per raggiungere alcuni caposaldi di controllo. D'altra parte, rimangono alcuni problemi aperti. Ad esempio, la scelta del modello funzionale può essere fatta in maniera più sofisticata attraverso l'uso di funzioni spline che meglio si adattano al comportamento di variazioni d'altezza.

24. Funzione di covarianza dei parametri cinematici

Un'analisi preliminare dei risultati delle compensazioni separate ha mostrato aree nelle quali le variazioni d'altezza dei caposaldi possono considerarsi omogenee. Questo fatto ha suggerito la possibilità di effettuare

un'analisi spaziale dei parametri cinematici.

Dato il notevole numero di caposaldi in esame, è stato conveniente supporre che il campione dei parametri cinematici provenga da una realizzazione di un processo stocastico continuo, lineare, stazionario di ordine due, normale ed isotropo. In tal modo, ciascun dato può essere suddiviso in una parte correlata, chiamata segnale, ed una parte aleatoria, chiamata rumore. Il processo stocastico piano è vettoriale, prendendo in esame la velocità, l'accelerazione e la sua variazione prima, in funzione delle coordinate planimetriche dei caposaldi.

Seguendo il metodo della collocazione, sono state ricavate dapprima le funzioni di covarianza empiriche e successivamente le corrispondenti funzioni di covarianza modello. Dette funzioni hanno una significativa lunghezza di correlazione ed inoltre la varianza del segnale è notevolmente maggiore di quella del rumore. Il filtraggio dei dati, relativi ai tre parametri cinematici, ha permesso la separazione di una parte correlata (il segnale) da una parte aleatoria (il rumore). Per ogni dato, è calcolato l'errore quadratico medio di stima del segnale e, dai valori stimati del rumore residuo, è stato calcolato il suo valore quadratico medio.

Prendendo in considerazione 913 giorni e 765 caposaldi, sono stati eliminati, perché non soddisfacenti l'ipotesi nulla, 29 valori di velocità, 21 d'accelerazione e 19 della sua variazione prima. Si noti come, in alternativa, si sarebbe potuto progettare, realizzare ed analizzare reti di misure parecchio più dense, così da modellare localmente anche andamenti puntuali che, con una maglia più rada, si compartano solo come dati anomali. D'altra parte, proprio la loro puntualità rende, in pratica, inutile un'analisi di dettaglio (condotta a grandissima scala).

Caposaldi	Compensazione Cinematica		Compensazione Separata	
	<i>MSE (mm)</i>		<i>MSE (mm)</i>	
	<i>1 anno</i>	<i>2.5 anni</i>	<i>1 anno</i>	<i>2.5 anni</i>
80	1.44	1.51	1.84	1.92
99	1.52	2.31	1.98	2.05
134	1.48	2.06	2.36	2.42
149	1.45	1.95	2.78	2.83
257	1.52	2.06	2.69	2.75
293	1.44	1.89	2.78	2.83.
296	1.43	1.85	2.78	2.83
328	1.39	1.74	2.78	2.83
368	1.44	2.30	3.00	3.09
388	1.26	1.26	3.04	3.04

STIMA DELLE FUNZIONI DI COVARIANZA DEL FILTRAGGIO

	Velocità (cm/T)	Accelerazione (cm/T^2)	Var. acc. (cm/T^3)
N	736	677	653
M	0.00	0.00	0.00
σ	14.23	23.21	13.26
V^{\circledast}	$ae - bRJ$ (cR)		
a	157.6834	418.2008	112.6729
b (m^{-1})	0.0000	0.0009	0.0008
c (m^{-1})	0.0060	0.0046	0.0046
σ (s)	12.56	20.45	10.61
σ (n)	6.68	10.94	7.93
σ^2 (n)/ σ^2	0.22	0.22	0.36
R (1/2) (m)	200	210	160
R (0) (m)	500	500	500
RMS (σ_n)	6.91	9.22	7.38
RMS (σ_e)	6.48	9.91	7.42
RMS (n)	4.62	5.78	4.09
n	29	21	18

25. Analisi delle misure d'assestamento sulla livellazione di precisione

Il comportamento del segnale, data la piccolezza della parte incorrelata, è molto simile a quello dei dati originali. In particolare per quanto riguarda il parametro della velocità, si notano zone critiche di abbassamento nelle aree del versante Nord del Monte Montagnolo ed in prossimità di Posatora, nonché innalzamenti significativi nella zona della vecchia Facoltà di Medicina ed al piede nella zona della Palombella e lungo la Via Flaminia, in corrispondenza di Villa Barducci.

Per quanto riguarda invece il rumore residuo dei parametri cinematici, come già detto in precedenza, si sono scartati quei valori non soddisfacenti l'ipotesi nulla con un livello di significatività pari a 1% su due code. Si nota chiaramente che alcuni punti presentano un rumore residuo nettamente superiore e ciò può essere causato dalla concomitanza dei seguenti motivi: inadeguatezza del modello polinomiale adottato per la compensazione cinematica, azioni di disturbo locale su caposaldi ancorati a strutture poco profonde o disturbo diretto del caposaldo.

26. Analisi spaziale conseguente alla compensazione cinematica

Nelle regioni dove i movimenti verticali sono rilevanti, è necessario sviluppare un modello capace di descriverli. Allo scopo di giungere ad un'analisi che tenga conto contemporaneamente della compensazione

cinematica e della collocazione, sono stati sviluppati tre modelli per la determinazione di movimenti verticali:

- ❑ un modello a singolo punto, dove sono calcolati i parametri discreti del moto per ogni punto;
- ❑ un modello con superficie continua, dove i parametri del moto sono rappresentati da polinomi del terzo ordine;
- ❑ un modello con superficie costituente una realizzazione di un processo stocastico, ottenuto mediante il filtraggio del segnale dal rumore con il metodo della collocazione.

I dati originali di livellazione sono preventivamente trattati con compensazioni separate libere relative alle singole epoche. Le compensazioni separate offrono la possibilità di eliminare errori grossolani nelle misure, errori di identificazione dei punti e di omogeneizzare i valori di sigma zero fra le singole epoche. Si noti come l'introduzione della variabile tempo, nei problemi di controllo, renda più complessa l'interpretazione e l'elaborazione dei dati; d'altra parte, essa permette di avere non solo informazioni sul passato, ma anche previsioni sull'andamento futuro del fenomeno.

Un'elaborazione sofisticata dei dati richiede di basarsi su misure della massima accuratezza e precisione. La cura posta nella progettazione e nell'esecuzione delle undici misurazioni ha consentito di ottenere ottimi risultati per quanto riguarda la congruenza delle misure (sigma zero compreso tra 1.36 mm e 0.72 mm). E' da notare che per ottenere un'adeguata descrizione altimetrica della zona sotto controllo (circa 400 ettari) è stato tenuto alto il numero dei caposaldi costituenti la rete (circa 800). L'abbondanza dei punti, soprattutto nelle zone più densamente abitate (Posatora, Forte Scrima, Palombella), è stata decisa anche per ovviare a perdite d'informazione dovute a scomparsa o manomissione di caposaldi.

L'introduzione di un modello cinematico di compensazione, capace di tenere conto contemporaneamente delle misure di tutti i rilevamenti succedutesi, presenta notevoli vantaggi rispetto alla compensazione separata delle singole campagne. Innanzitutto si possono ricavare direttamente i parametri cinematici che consentono una migliore interpretazione delle variazioni di forma superficiali della massa franosa. Allo stesso tempo, si è ottenuto un sensibile miglioramento della precisione delle stime e dell'affidabilità delle misure.

Resta da osservare, come la compensazione cinematica e la successiva analisi spaziale siano possibili, quando sono ben identificati i punti (nel caso specifico, punti di una rete di livellazione di precisione) e le loro traiettorie su cui costruire il modello temporale della compensazione cinematica e fra cui adattare un modello spaziale per la suddetta analisi. Al contrario, se le traiettorie non sono ben identificabili ed i punti di misura cambiano, di volta in volta, allora è solo possibile procedere dapprima all'analisi spaziale, tramite ricostruzione di linee, superfici od oggetti, e solo successivamente all'analisi delle variazioni temporali dei parametri caratterizzanti le suddetti linee, superfici ed oggetti. Si badi tuttavia, come questo secondo modo di procedere metta in evidenza solo variazioni, ma non dia indicazioni sui movimenti in atto (infatti i parametri potrebbero cambiare, senza un movimento effettivo, oppure restare invariati, con un movimento stazionario).

27. Presentazione dei risultati

Anche in questo caso i risultati ottenuti e presentati nel prosieguo, già elaborati con software proprietario, sono stati rielaborati con software commerciale S-PLUS, già presentato in precedenza.

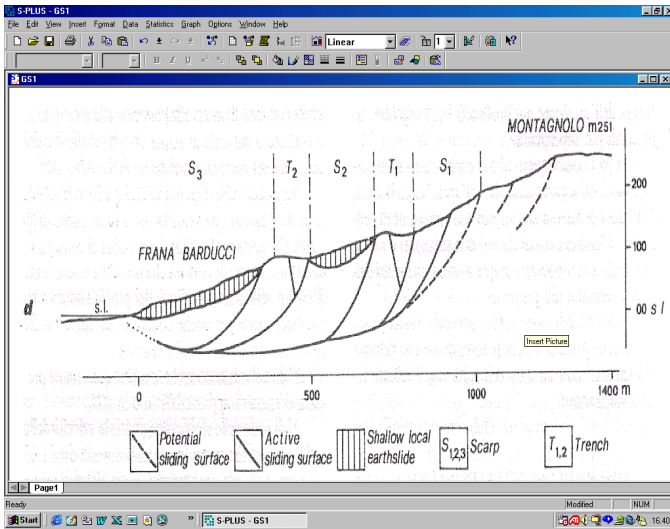


Fig. II.10. Uno schema ragionevole della superficie di rottura che ha determinato la frana.

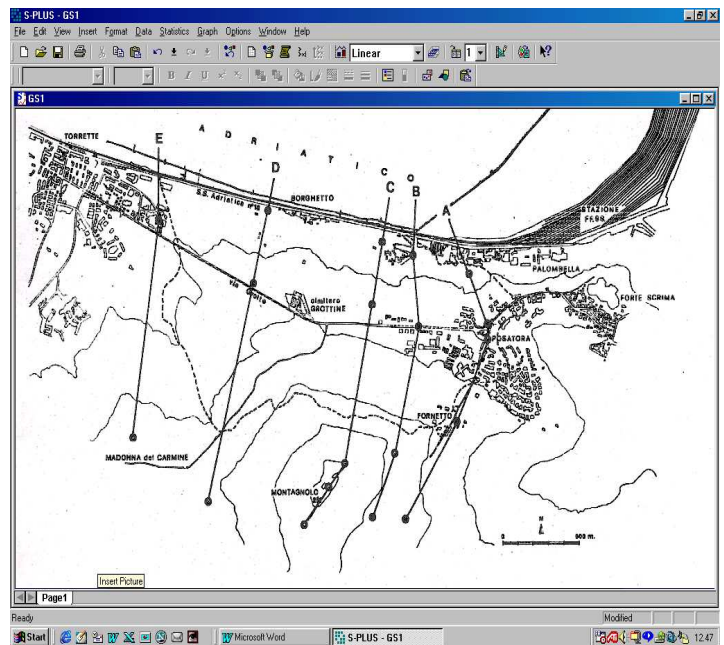


Fig. II.11. Schema delle funzioni di controllo dei movimenti d'assestamento.

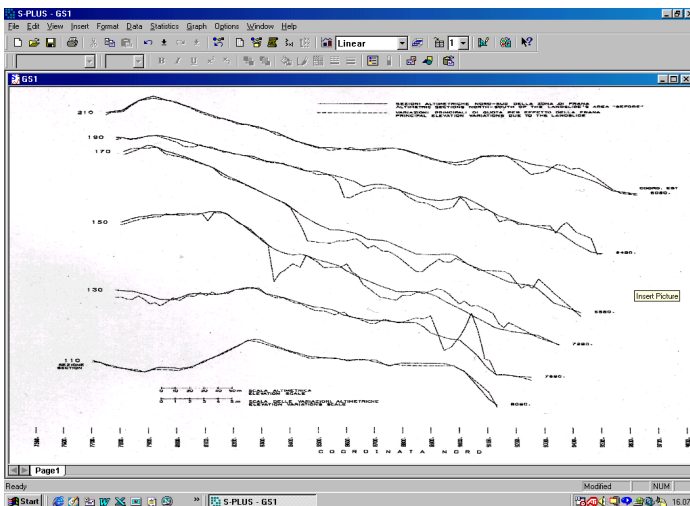


Fig. II.12. Rappresentazione dei movimenti d'assestamento determinati lungo le sezioni di controllo.

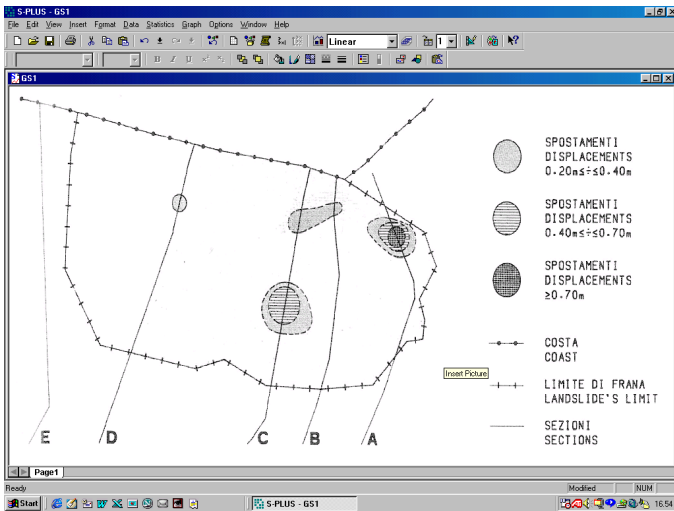


Fig. II.13. Rappresentazione dei movimenti planimetrici d'assestamento, gen.1983 – mar. 1983.

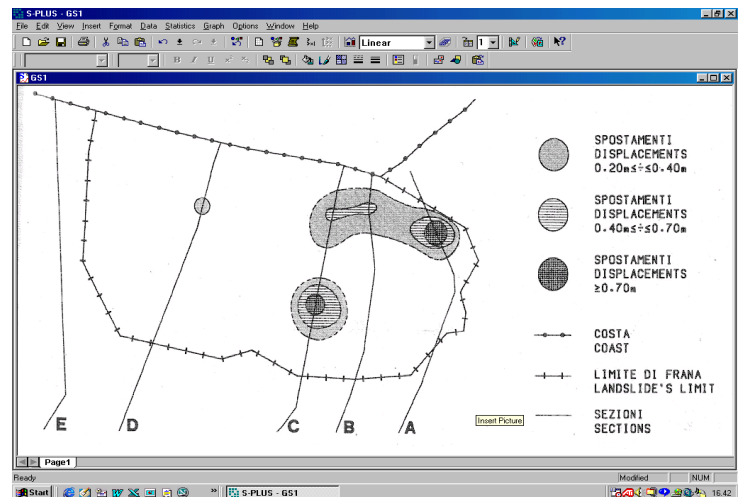


Fig. II.14. Rappresentazione dei movimenti planimetrici d'assestamento, gen. 1983 – mag. 1983.

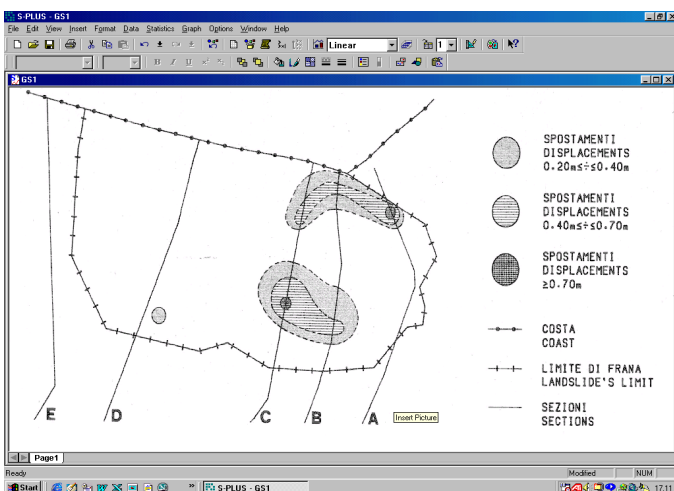


Fig. II.15. Rappresentazione dei movimenti planimetrici d'assestamento, gen. 1983 – nov. 1983.

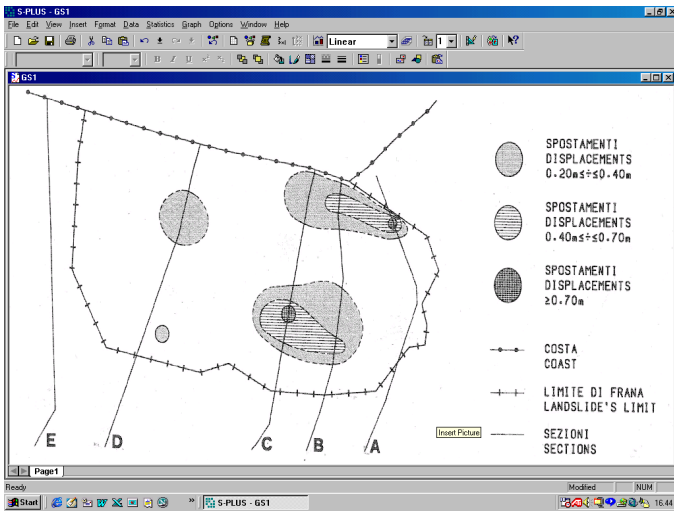


Fig. II.16. Rappresentazione dei movimenti planimetrici d'assestamento, gen. 1983 – mar. 1984.

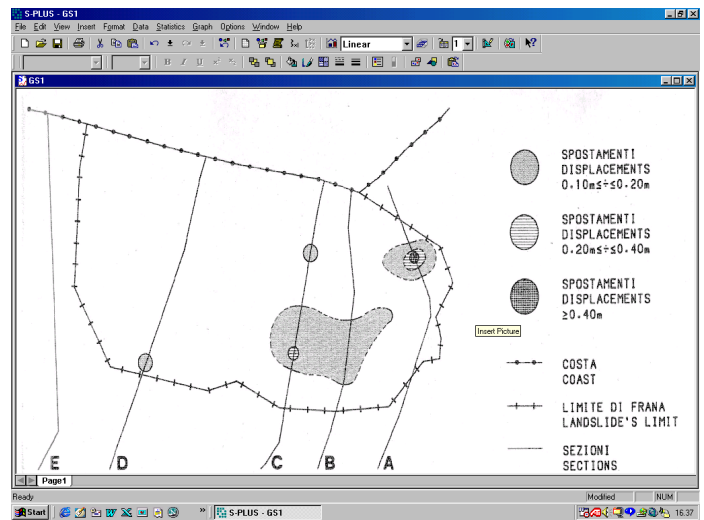


Fig. II.17. Rappresentazione dei movimenti altimetrici d'assestamento, gen. 1983 – mar. 1983.

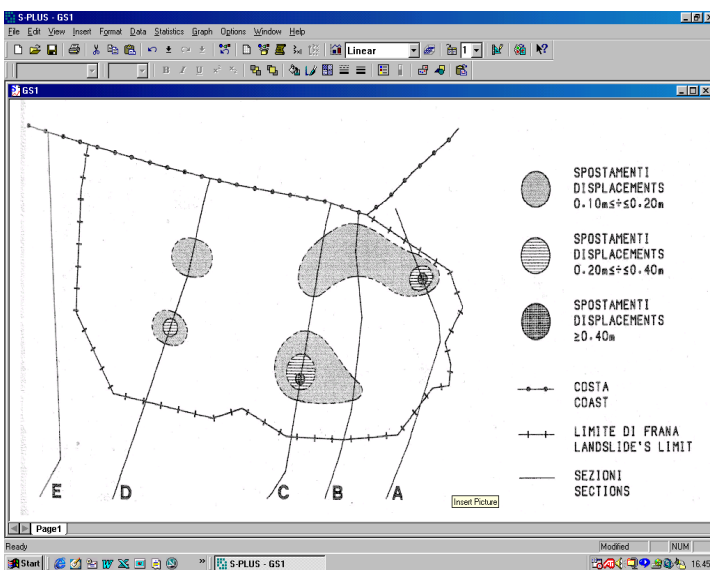


Fig. II.18. Rappresentazione dei movimenti altimetrici d'assestamento, gen. 1983 – mag. 1983.

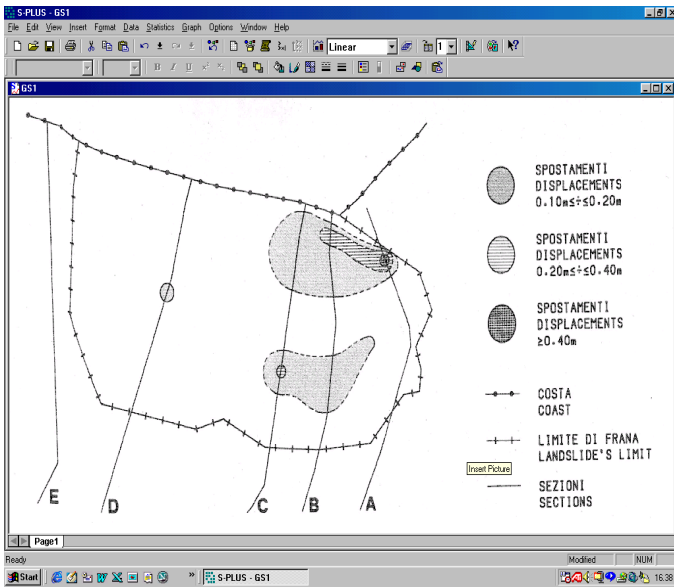


Fig. II.19. Rappresentazione dei movimenti altimetrici d'assestamento, gen. 1983 – ott. 1983.

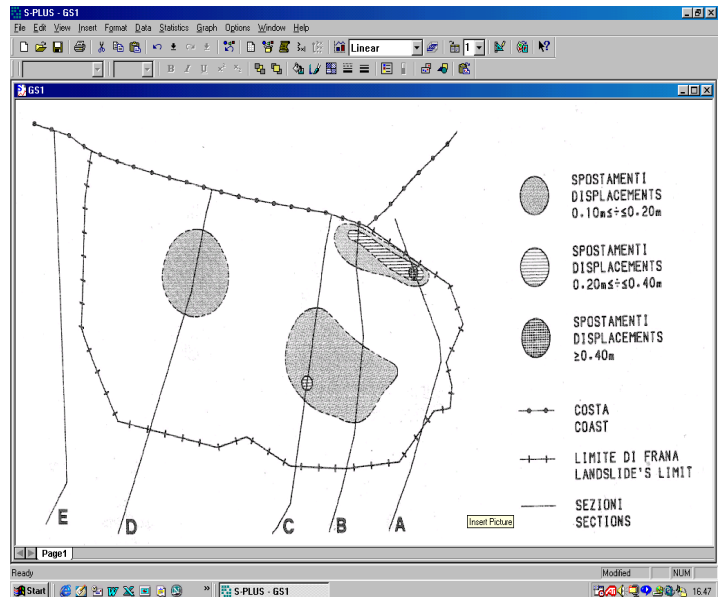


Fig. II.20. Rappresentazione dei movimenti altimetrici d'assestamento, gen. 1983 – mar. 1984.

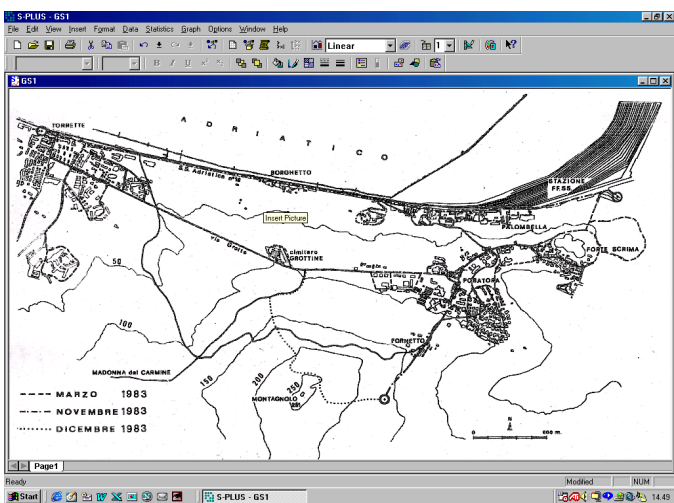


Fig. II.21. Carta topografica dell'area in frana con lo sviluppo della rete di livellazione geometrica di controllo dei movimenti d'assestamento.

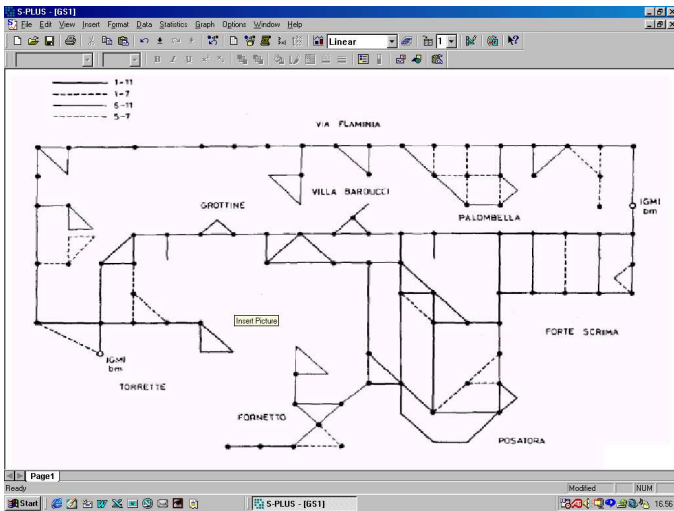


Fig. II.22. Grafo della rete di livellazione geometrica di controllo dei movimenti d'assessamento.

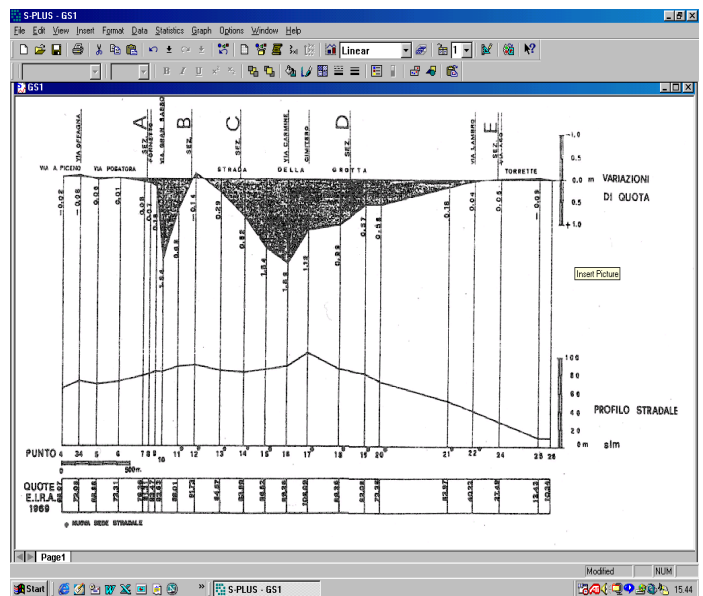


Fig. II.23. Profilo altimetrico dei movimenti principali lungo la strada Posatora – Torrette.

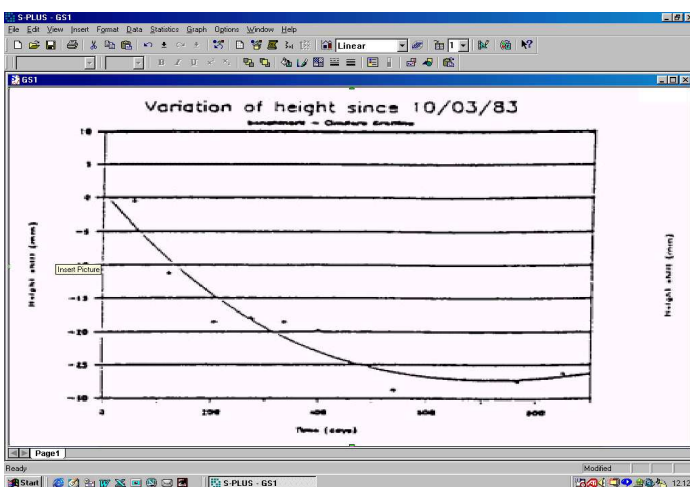


Fig. II.24. Un movimento d'assessamento per un punto che subisce un abbassamento continuo nel tempo.

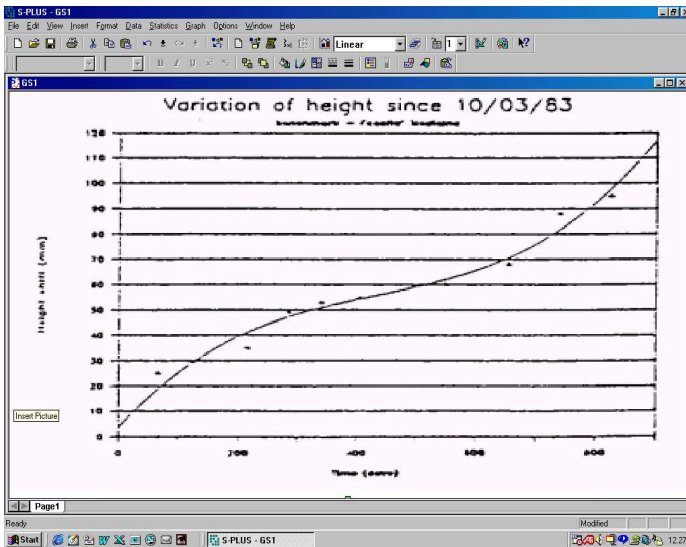


Fig. II.25. Un movimento d'assestamento per un punto che subisce un innalzamento continuo nel tempo.

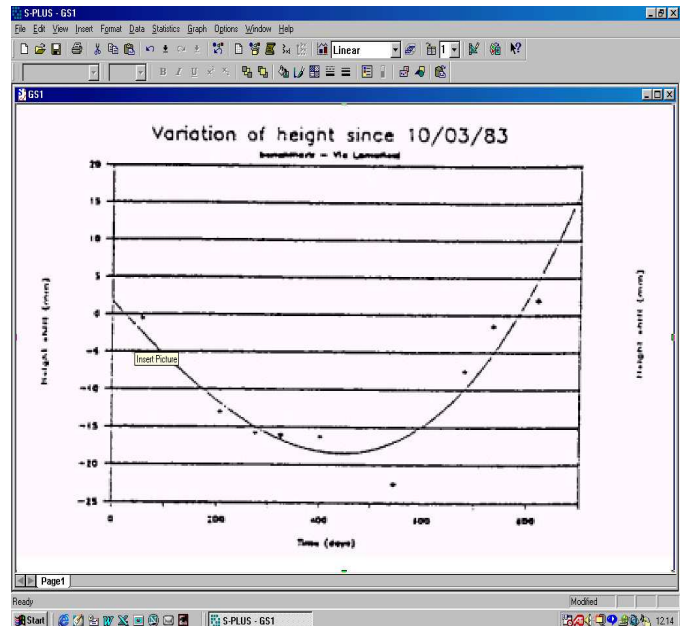


Fig. II.26. Un movimento d'assestamento per un punto che alterna un abbassamento ed un innalzamento continui nel tempo.

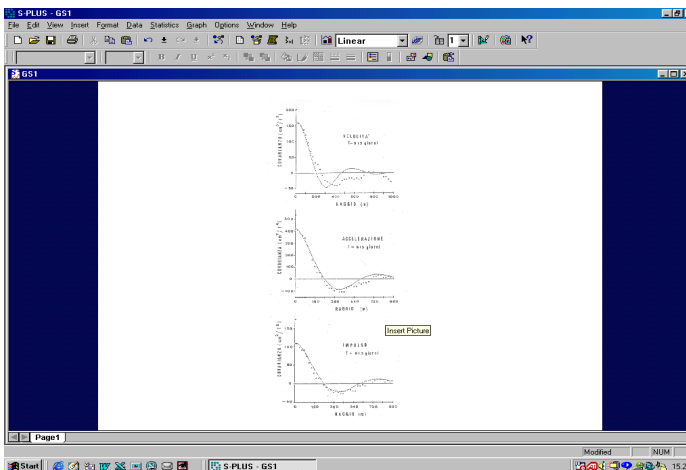


Fig. II.27. Funzione di autocovarianza delle componenti cinematiche dei movimenti altimetrici d'assestamento.

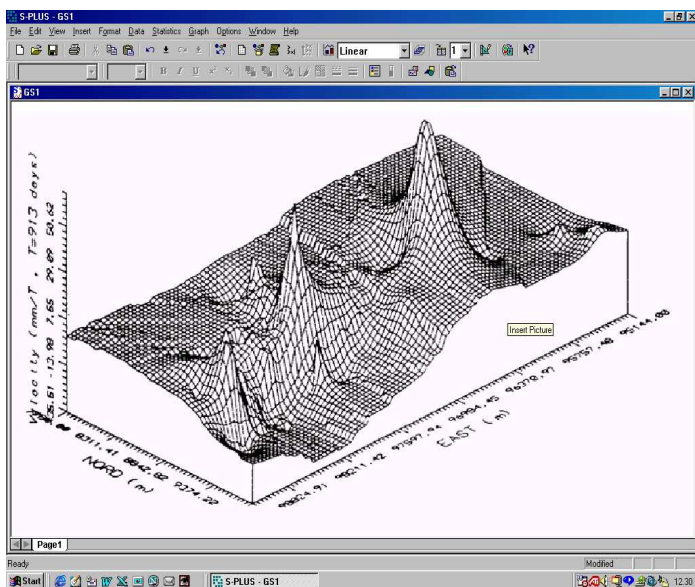


Fig. II.28. Modello digitale della velocità altimetrica d'assestamento.

28. Problemi aperti

Anche in questo secondo caso, le conferme ottenute portano a formulare considerazioni del tutto analoghe a quelle già presentate in conclusione del capitolo precedente. Pertanto date le due modalità di trasferimento di un software proprietario in un ambiente commerciale (ovvero il suo inserimento diretto, oppure la sua composizione in moduli estensibili), anche i problemi relativi al controllo dei movimenti d'assestamento richiedono innanzitutto il riconoscimento del tipo di dati e la precisazione delle modalità del loro trattamento, analisi e rappresentazione.

Le osservabili, messe in gioco per il rilevamento dei movimenti d'assestamento, hanno coinvolto misure geodetiche – topografiche e, in particolare, livellazioni geometriche (mentre le poligonali speditive sono servite soprattutto per i primi controlli di vera emergenza). Pertanto la possibilità di modellare insieme strutture reticolari, andamenti dinamici e comportamenti geomorfologici richiede di mettere mano ad un programma di compensazione più specifico, introducendo ancora in esso parametri cinematici e modelli di distribuzione geomorfologica per modellare comportamenti lineari, superficiali e/o spaziali.

Da tempo, la Sezione Rilevamento del DIAR ha in uso i programmi LEVEL_1 e LEVEL_2 (già scritti ed implementati presso l'allora istituto, confluito poi nel dipartimento odierno). Questi, proprio per la loro alta specificità, sono già in una versione ancora attualmente adatta alle elaborazioni richieste e prove per loro possibili estensioni al trattamento di campi di deformazione sono già state eseguite con successo. Pertanto di essi è del tutto ragionevole prevedere quantomeno il loro utilizzo, come moduli estensibili adatti ad operare in un ambiente commerciale di riferimento per la gestione dei dati rilevati.

Proprio questa scelta è stata adottata, perché una scelta opposta, verso un unico sistema chiavi in mano, benché ambiziosa, rischia spesso di essere poco praticabile. Allora nel prosieguo, si mostrano alcune figure illustrative dei moduli estensibili (e nello specifico di questo lavoro di laurea, dei programmi LEVEL_1 e LEVEL_2), inseriti in un ambiente commerciale prescelto.

Prima di concludere, occorre spendere alcune parole sui vantaggi dell'adozione di moduli estensibili in un dato ambiente. Infatti l'inter – operabilità è oggi una richiesta sempre più presente e pressante in tutte le comunità, estese e variegata, di ricercatori, tecnici, studenti, utenti comuni, ecc. La cosa è largamente

comprensibile, in quanto queste comunità, così vaste, hanno ormai qualche seria difficoltà ad intendersi, uniformando propri linguaggi, spesso molto diversi per origini e provenienze. D'altra parte, proprio gli interessi inter – disciplinari e multi – disciplinari fanno crescere le suddette comunità.

Pertanto è necessario saper mettere molte cose e molti fatti a patrimonio comune; oggi è di gran moda parlare di basi di dati federate, dove esse contengono, oltre ad i dati propriamente detti, anche le competenze per la loro elaborazione, compresi i programmi ed i metadati che li descrivono, descrivono i risultati ottenuti e ne danno le necessarie valutazioni di merito. L'incredibile sviluppo odierno della rete, dell'informatica distribuita e della multimedialità è di valido ausilio, per formare, mantenere e gestire queste basi di dati, almeno potenzialmente così ricche e promettenti.

Non sembri tutto ciò un elogio ingenuo di inesistenti magnifiche sorti e progressive: occorre certamente essere cauti sui molti rischi presenti (disfunzioni, manomissioni, abusi, ecc.), sulle inevitabili difficoltà che si presentano già ora e si presenteranno maggiormente in futuro, al crescere delle dimensioni e della complessità, sui tanti tentativi, sorretti da desideri arditi, e sugli scarsi risultati purtroppo spesso raccolti. Eppure occorre altresì saper trovare un po' di coraggio per buscare il levante per il ponente, a volte, correndo il rischio di scoprire un continente nuovo.

29. I programmi LEVEL_1 e LEVEL_2 per la compensazione di una rete di livellazione

La soluzione del problema generale del calcolo di una compensazione, con un programma moderno ed efficiente di calcolo, in modo quasi indispensabile, comporta di affrontare alcuni problemi specifici cui corrispondono nella struttura del programma diversi segmenti, ciascuno dei quali è destinato all'esecuzione di un ben definito insieme di operazioni.

I) INPUT, dati in ingresso ordinati nelle loro basi:

- a₁) misure provenienti da una rete di livellazioni geometriche,
- a₂) misure provenienti da livellazioni idrostatiche;
- a₃) sequenze di punti lungo costa di mare (in zona protetta dal moto ondoso) o di lago;
- b₁) coordinate e parametri invariabili dei punti di riferimento o d'emanazione o d'appoggio;
- b₂) coordinate e parametri approssimati di tutti gli altri punti²⁷.

II) ORDINE, algoritmi di teoria dei grafi:

- a₁) sostituzione della numerazione alla nomenclatura nelle strutture dei dati di input relative alle misure: si ottiene la matrice disegno simbolica memorizzata compatta per righe (matrice I), inoltre la banda indietro e la banda avanti della matrice normale simbolica memorizzata compatta per elementi isolati (matrice III);
- a₂) sostituzione della numerazione alla nomenclatura nella struttura dei dati in input relativi alle coordinate e ai parametri;
- b) trasposizione simbolica della matrice I: si ottiene la matrice disegno simbolica memorizzata compatta per colonne (matrice II);
- c) normalizzazione simbolica: si ottiene la matrice III;
- d) applicazione di algoritmi di riordino della numerazione dei punti del grafo della rete²⁸: si ottiene un vettore di riordino;

- e₁) sostituzione della nuova numerazione alla vecchia numerazione nelle strutture dei dati di input di primo tipo: si ottiene la matrice I, inoltre la banda indietro e la banda avanti della matrice III;
- e₂) sostituzione della nuova numerazione alla vecchia numerazione nella struttura dei dati di input di secondo tipo; costruzione dei puntatori dalla nuova numerazione agli insiemi delle coordinate e dei parametri invariabili ed approssimati;
- f) ulteriore ribaltamento della nuova numerazione, se il profilo indietro della matrice III risulta maggiore del profilo avanti della stessa matrice;
- g) trasposizione simbolica della matrice I: si ottiene la matrice II;
- h) normalizzazione simbolica: si ottiene la matrice III.

III) PRELIMINARI, pretrattamento delle misure e calcolo dei valori approssimati delle coordinate e dei parametri²⁹:

- a) costruzione di una struttura a livelli radicata;
- b) trasporto delle quote provvisorie;
- c) inquadramento e calcolo delle quote approssimate.

Nelle reti ben confermate, dove cioè la ridondanza delle misure è notevole, contemporaneamente al calcolo dei valori approssimati, è possibile effettuare la ricerca almeno degli errori grossolani più grandi.

IV) SISTEMA, per la soluzione ai minimi quadrati:

- a) costruzione per ogni lato del grafo della rete, del contatore delle equazioni che gli corrispondono, e per ogni punto dello stesso grafo, del contatore delle incognite che gli sono attribuite³⁰; sostituzione dei puntatori ai contatori;
- b) calcolo dei coefficienti non – nulli delle equazioni d'osservazione, utilizzando le strutture dei dati di input di primo tipo ed il puntatore dalla nuova numerazione all'insieme delle coordinate e dei parametri approssimati: si ottiene la matrice disegno memorizzata compatta per righe;
- c) calcolo dei termini noti e dei pesi³¹ delle equazioni d'osservazione, utilizzando le stesse strutture dei dati di input.

²⁷ Le coordinate approssimate possono essere omesse: se ne è previsto il calcolo e, in particolare, nelle reti altimetriche essendo lineari le equazioni d'osservazione.

²⁸ L'applicazione di un algoritmo di riordino della numerazione dei punti di una rete serve a ridurre la banda ed il profilo della matrice normale della compensazione della stessa rete. La riduzione della dispersione dalla diagonale principale degli elementi di una matrice normale di data sparsità riduce l'occupazione di memoria, se si esegue la fattorizzazione con algoritmi diretti, oppure accelera la convergenza, se si ottiene la soluzione del sistema con algoritmi iterativi, dopo averne effettuato il preconditionamento.

²⁹ Nel caso di reti di livellazioni trigonometriche, è necessario procedere al calcolo dei dislivelli, a partire dagli angoli zenitali (corretti per gli effetti di rifrazione atmosferica, curvatura terrestre e deviazione della verticale) e delle distanze inclinate; nonché ad eventuali riduzioni in centro degli angoli zenitali.

Nel caso di reti estese di livellazioni geometriche, è necessario procedere alla correzione dei dislivelli, per tenere conto degli effetti dovuti al campo della gravità terrestre; nonché in ogni caso, al calcolo del dislivello medio per le misure ottenute in modo reciproco, anziché del mezzo.

³⁰ La ripetizione nel tempo di una rete di livellazione genera più dislivelli fra due stessi punti e fa sì che più equazioni corrispondano ad un solo lato del grafo della rete. Inoltre l'adozione di un modello dinamico per il monitoraggio dei movimenti, genera più parametri in un solo punto e fa sì che più incognite corrispondano ad uno stesso punto del grafo. Infine se si fa uso anche di modelli geomorfologici per la ricostruzione di superfici di deformazione, alcuni parametri cinematici di alcuni punti sono soppressi, mentre devono essere inseriti i parametri che modellano la suddetta superficie di deformazione.

³¹ I pesi delle osservazioni possono essere ulteriormente ridefiniti per tenere conto di azioni particolari:

- raffinamento del modello stocastico;
- uso di procedure robuste.

V) ALGEBRA, algoritmi diretti di calcolo matriciale, appositamente predisposti per operare con memorizzazione compatta:

- a) normalizzazione: si ottengono la matrice normale memorizzata compatta a profilo ed il vettore termine noto normale;
- b) eliminazione delle singolarità³² ed imposizione degli eventuali vincoli utilizzando il puntatore dalla nuova numerazione all'insieme delle coordinate e dei parametri invariabili;
- c) fattorizzazione di Cholesky: si ottiene la matrice fattorizzata (triangolare superiore) memorizzata compatta a profilo;
- d) soluzione del sistema fattorizzato: si ottiene il vettore delle incognite;
- e) calcolo degli scarti - residui delle equazioni d'osservazione e di sigma zero;
- f) inversione: si ottengono solo gli elementi della matrice inversa contenuti nel profilo della matrice normale;
- g) calcolo delle varianze degli scarti-residui delle equazioni d'osservazione.

VI) OUTPUT, dati in uscita ordinati nelle loro basi:

- a) valori dei termini noti delle equazioni d'osservazione, cosa molto utile per la depurazione di almeno buona parte degli errori grossolani;
- b) stime delle correzioni ai valori approssimati, delle coordinate e dei parametri compensati, dei loro sqm e delle correlazioni fra le incognite attribuite ad uno stesso punto della rete³³;
- c) stima degli scarti-residui delle equazioni d'osservazione, dei loro sqm e calcolo delle loro ridondanze locali;
- d) stima della norma quadratica degli scarti residui, altrimenti detta sigma zero e calcolo del numero di condizione del sistema.

Per una prima verifica del funzionamento di questi programmi, all'interno del nuovo ambiente, uno schema, molto semplificato, della rete di controllo dei movimenti altimetrici d'assestamento disegna tre anelli concatenati, con tre caposaldi periferici ed uno centrale.

In questa configurazione sono state simulate misure, per 10 e 20 anni, dove il caposaldo centrale ha subito un movimento, rispettivamente, con un'ondulazione semplice e con un'ondulazione ripetuta più volte. Il primo caso si presta ad essere interpolato con funzioni polinomiali, di basso ordine, mentre il secondo richiede l'impiego di funzioni spline.

Si noti come questo schema, molto semplificato, permetta comunque di simulare tanto un movimento relativamente semplice nel caposaldo centrale, tale da poter essere modellato con un polinomio di basso ordine, quanto un movimento più complesso nello stesso caposaldo che necessita dell'impiego di un certo

Nel primo caso, avendo opportunamente raggruppato le osservazioni, i pesi ausiliari sono definiti per correggere il sigma zero a priori che vorrebbe intendere le osservazioni tutte estratte da un'unica popolazione. Allora il modello stocastico non lineare di Gauss - Helmert permette il raffinamento richiesto.

Nel secondo caso, sospettando di scarti residui troppo elevati di una precedente iterazione, che alcune osservazioni siano affette da errori grossolani, le stesse osservazioni sono ricompensate con pesi ausiliari capaci di sottopesarle. Allora queste osservazioni, pressoché estromesse dal calcolo della nuova compensazione (con le procedure robuste di Huber o Hampel od altro), lasciano indistorti i risultati e permettono di procedere ad una validazione corretta delle intere basi di dati, costituite dalle misure da compensare.

³² In generale, il sistema normale, ottenuto a partire dalle equazioni d'osservazione, risulta singolare, in quanto occorre definire il sistema di riferimento. Per togliere il difetto di rango basta vincolare nel sistema normale un opportuno numero di incognite, tante quanti sono i gradi di libertà del sistema di riferimento. In generale, ogni parametro di un modello dinamico dà difetto di rango, mentre i parametri dei modelli geomorfologici non richiedono solitamente vincoli aggiuntivi.

³³ Sono pure disponibili tutte le correlazioni per il cui calcolo si utilizzano elementi della matrice inversa contenuti nel profilo della matrice normale, ovvero le correlazioni sia fra incognite direttamente coinvolte da una misura, sia fra incognite di punti topologicamente e, in generale, geometricamente vicini.

numero di funzioni spline, per modellare il suo andamento. Anche il sistema di riferimento può essere variamente imposto, passando da una compensazione vincolata ad una compensazione libera (effettuando quest'ultima sia con un solo caposaldo fisso, sia vincolando la media dei caposaldi di riferimento).

Nel primo caso i polinomi di ordine 1, 2 e 3 mostrano i risultati di sintesi nella seguente tabella.

		Grado del polinomio					
		I		II		III	
		σ_0	epoche	σ_0	epoche	σ_0	epoche
		oss. - par. + vinc.		oss. - par. + vinc.		oss. - par. + vinc.	
Vincoli	1	87.90	10	29.13	10	10.73	10
		60-8+2		60-12+3		60-16+4	
	medio	85.56	10	55.11	10	29.64	10
		60-5+2		60-6+3		60-7+4	

ed i risultati, ottenuti con il polinomio di ordine 3 (di gran lunga il più adatto ed il migliore) sono riportati nelle figure II.29 a, b, c, d.

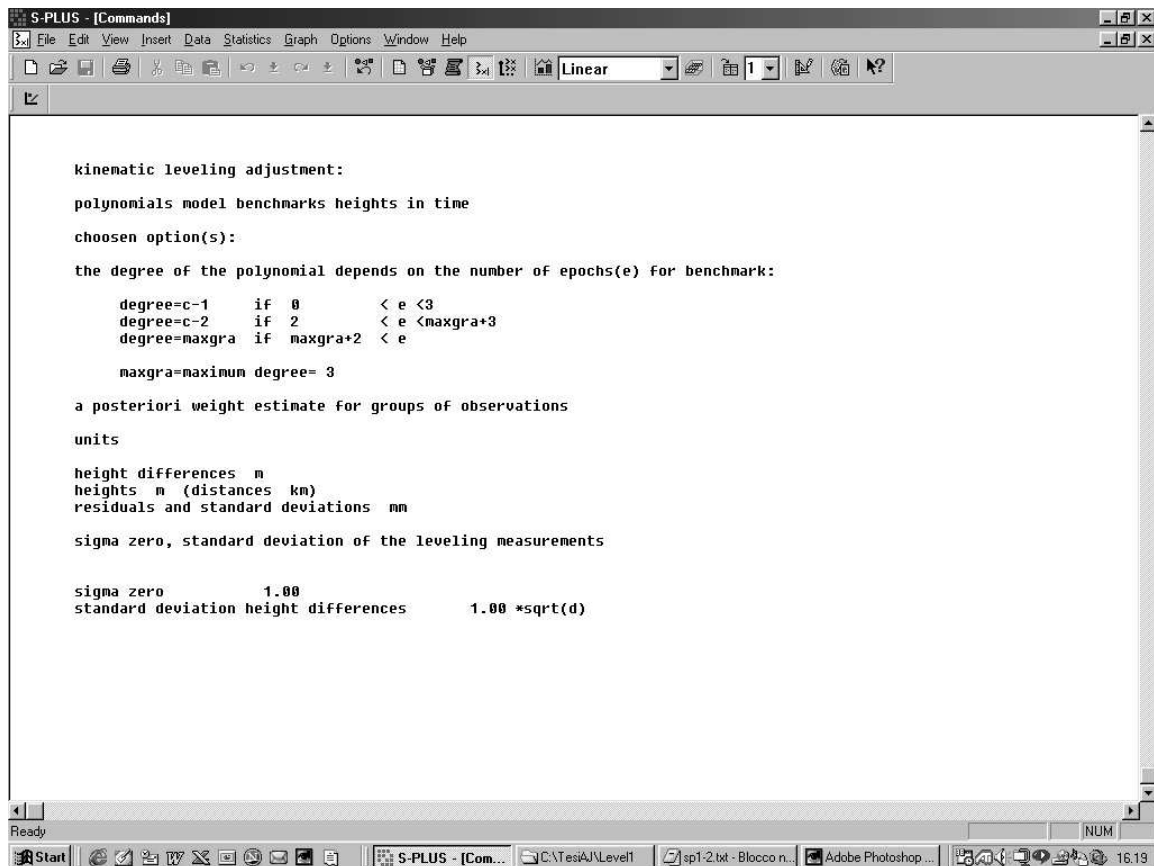


Fig. II.29.a Interpolazione con un polinomio di ordine 3.

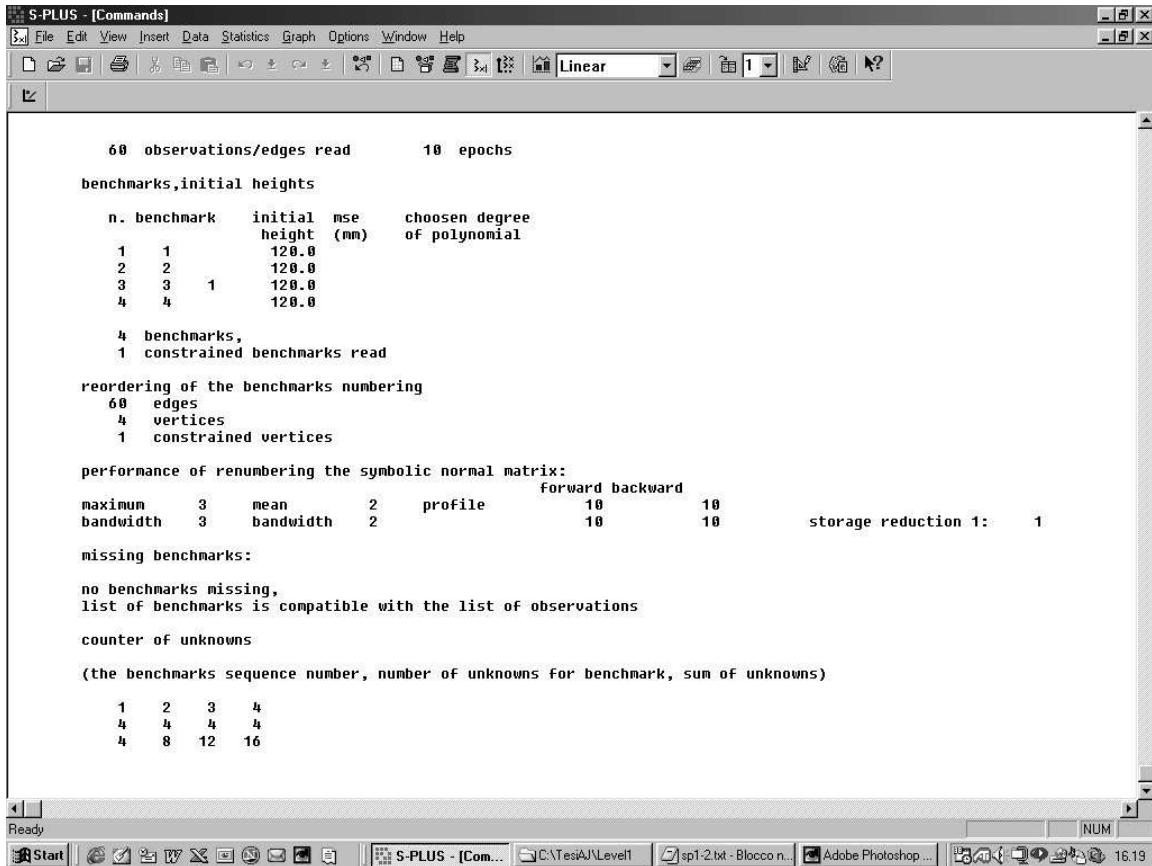


Fig. II.29.b Interpolazione con un polinomio di ordine 3

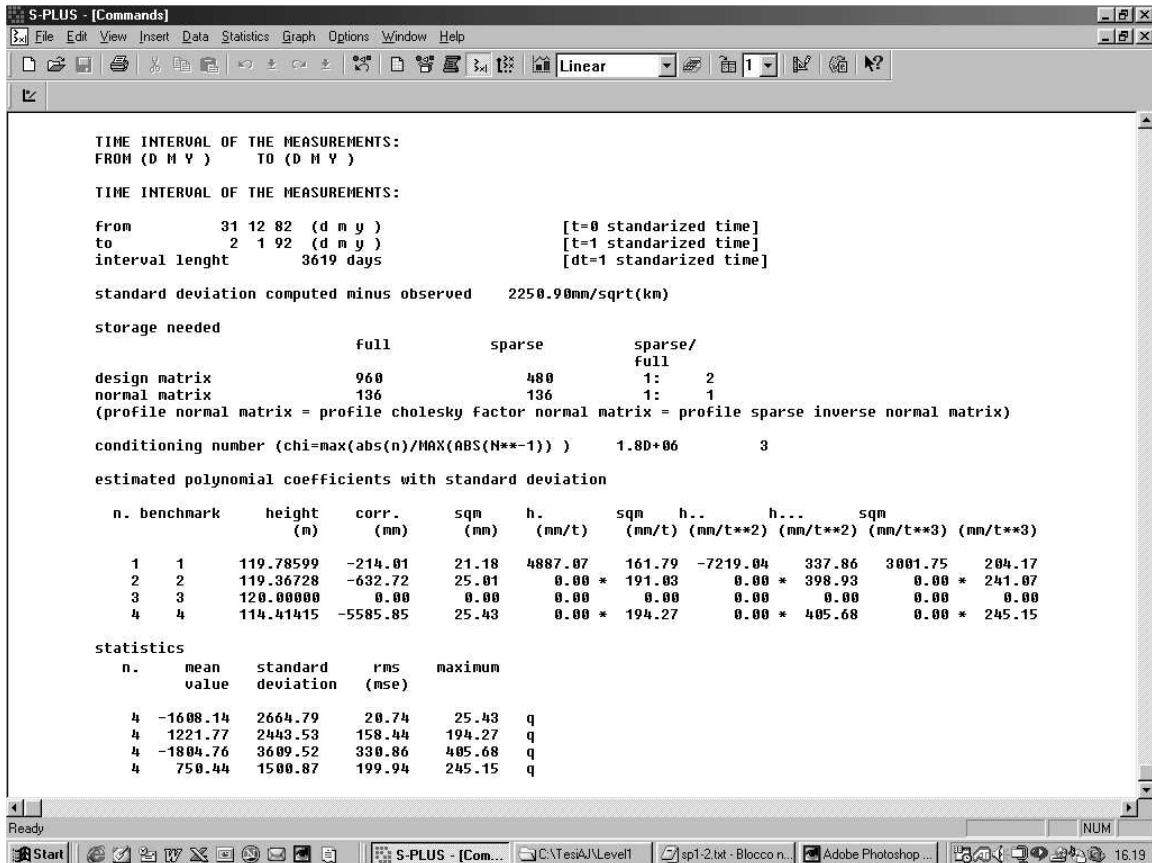


Fig. II.29.c Interpolazione con un polinomio di ordine 3.

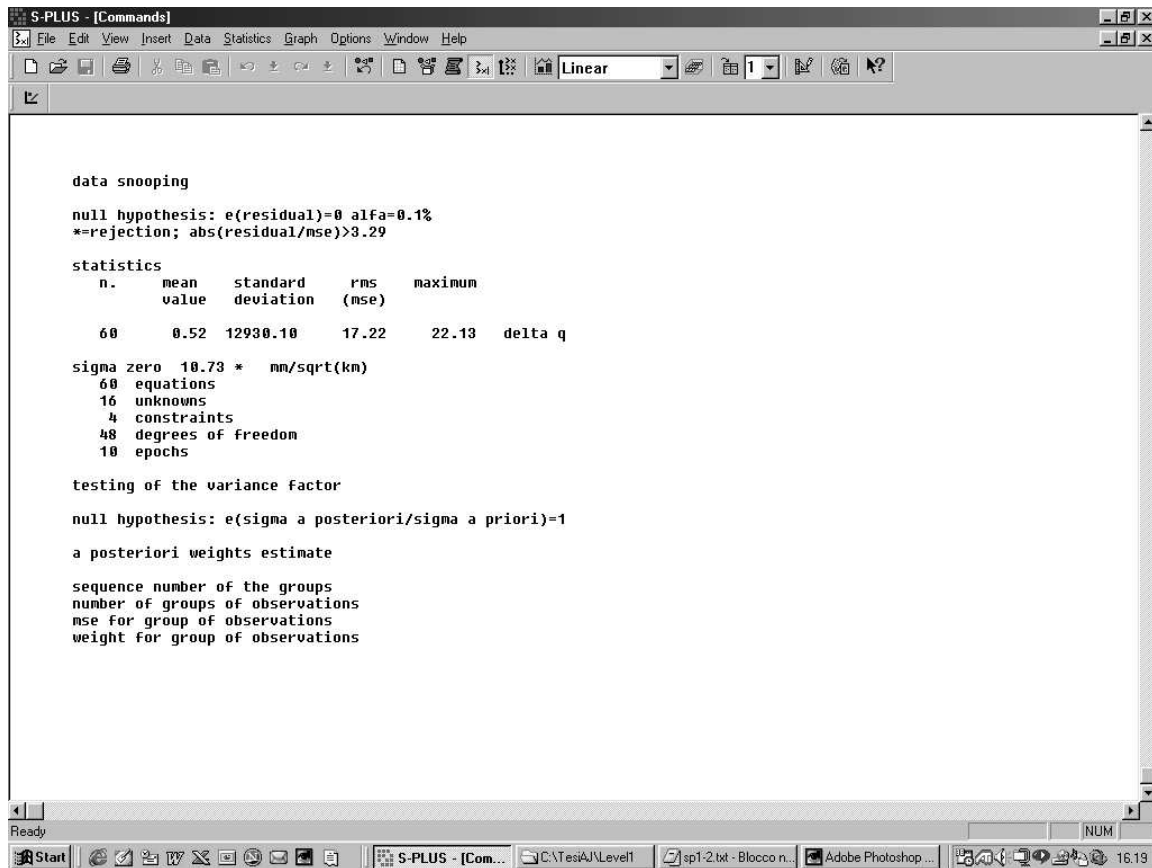


Fig. II.29.d Interpolazione con un polinomio di ordine 3.

Nel secondo caso, le funzioni spline con passo 400, 800, 1600, 3200, 6400 giorni mostrano i risultati di sintesi riportati nella seguente tabella

Passo delle funzioni spline – Vincoli 1				
400	800	1600	3200	6400
σ_0 epoche	σ_0 epoche	σ_0 epoche	σ_0 epoche	σ_0 epoche
oss. – par. + vinc.	oss. – par. + vinc.	oss. – par. + vinc.	oss. – par. + vinc.	oss. – par. + vinc.
0.58 20	8.92 20	10.15 20	11.25 20	91.00 20
120-76+19	120-48+12	120-28+7	120-20+5	120-16+4

ed i risultati, ottenuti con un passo di 1600 giorni (ben equilibrato fra densità e risoluzione) sono riportati nelle figure II.30 a, b, c, d. In entrambi i casi, i risultati sono del tutto soddisfacenti e conformi alle aspettative. Infine occorre ben sottolineare, come questi programmi, per il loro essere moduli estensibili di un qualsiasi sistema, risultino anche facilmente trasportabili, da un sistema all'altro (come moduli esterni). Tutto ciò fa superare i problemi di inter – operabilità, tipici dei sistemi chiusi, richiedendo solo un'attenzione particolare ai formati dei dati condivisi, secondo quanto dettato da buone regole vigenti di normalizzazione.

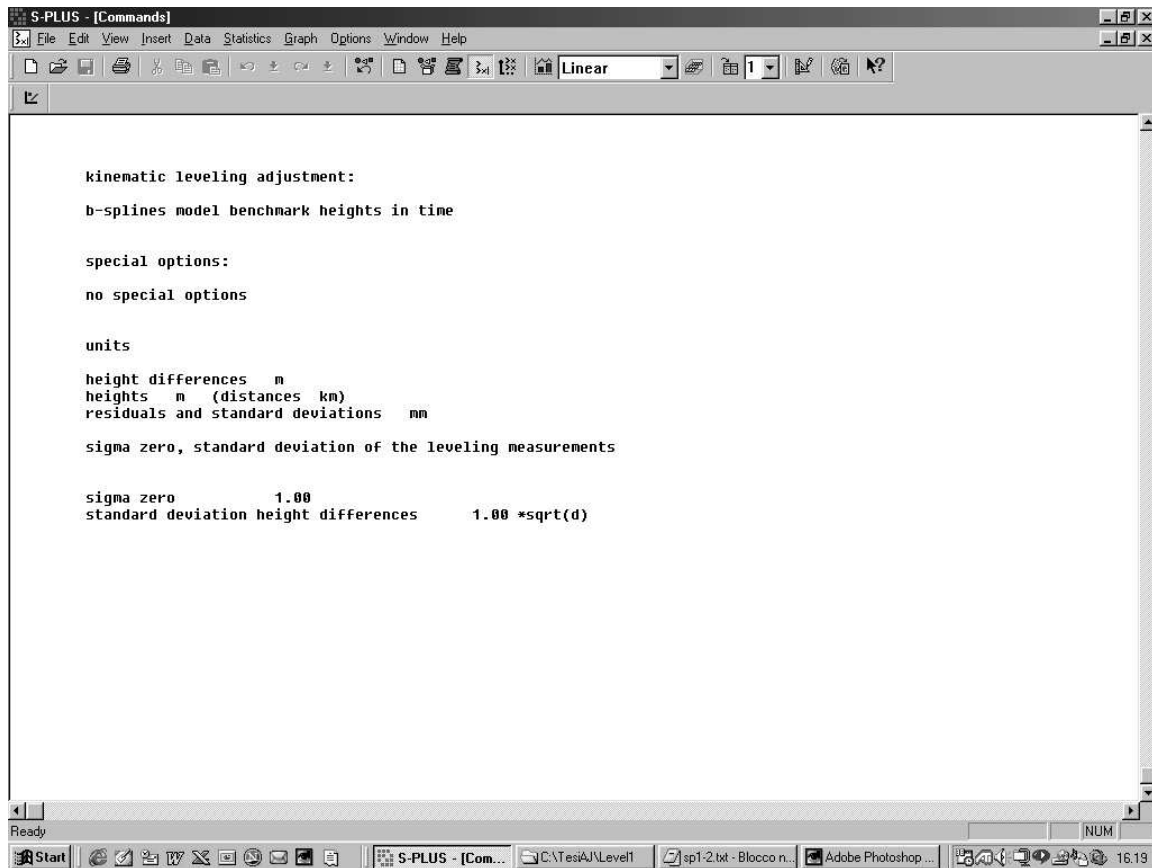


Fig. II.30.a Interpolazione con funzione spline (passo 1600 gg).

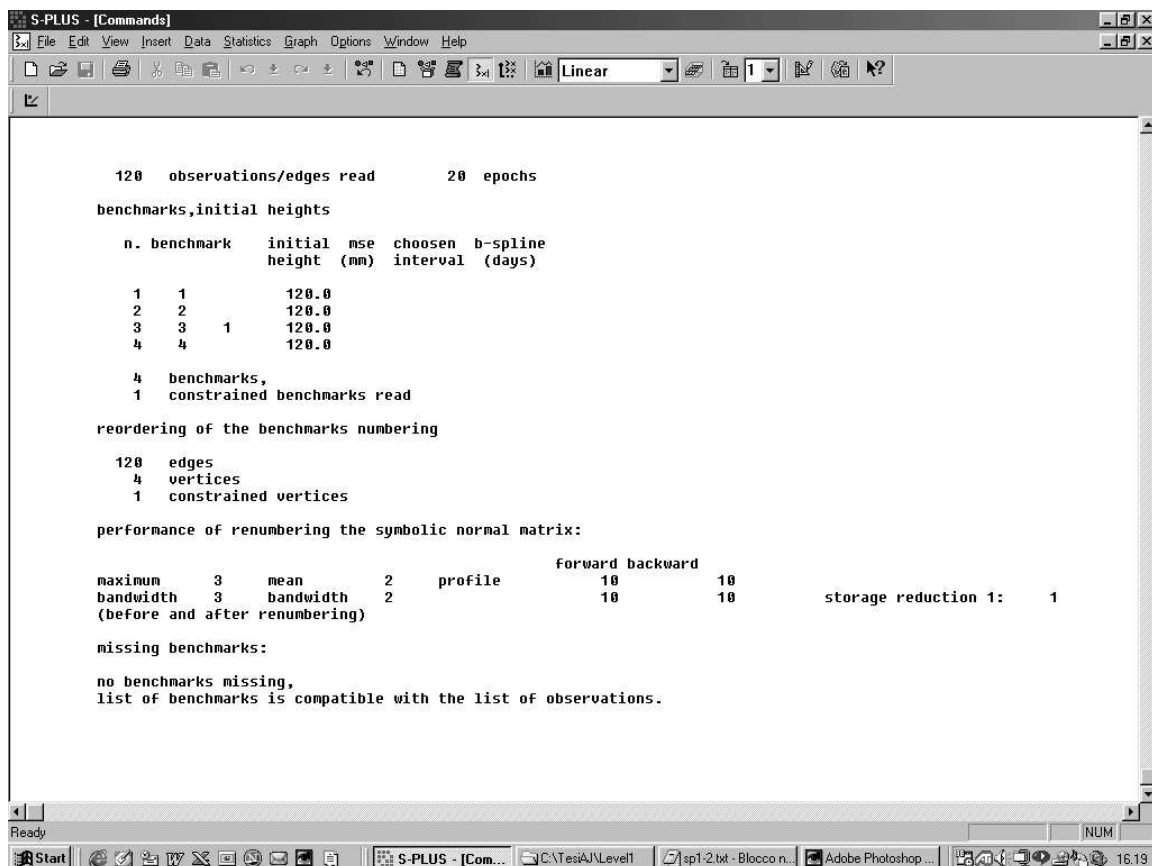


Fig. II.30.b Interpolazione con funzione spline (passo 1600 gg).

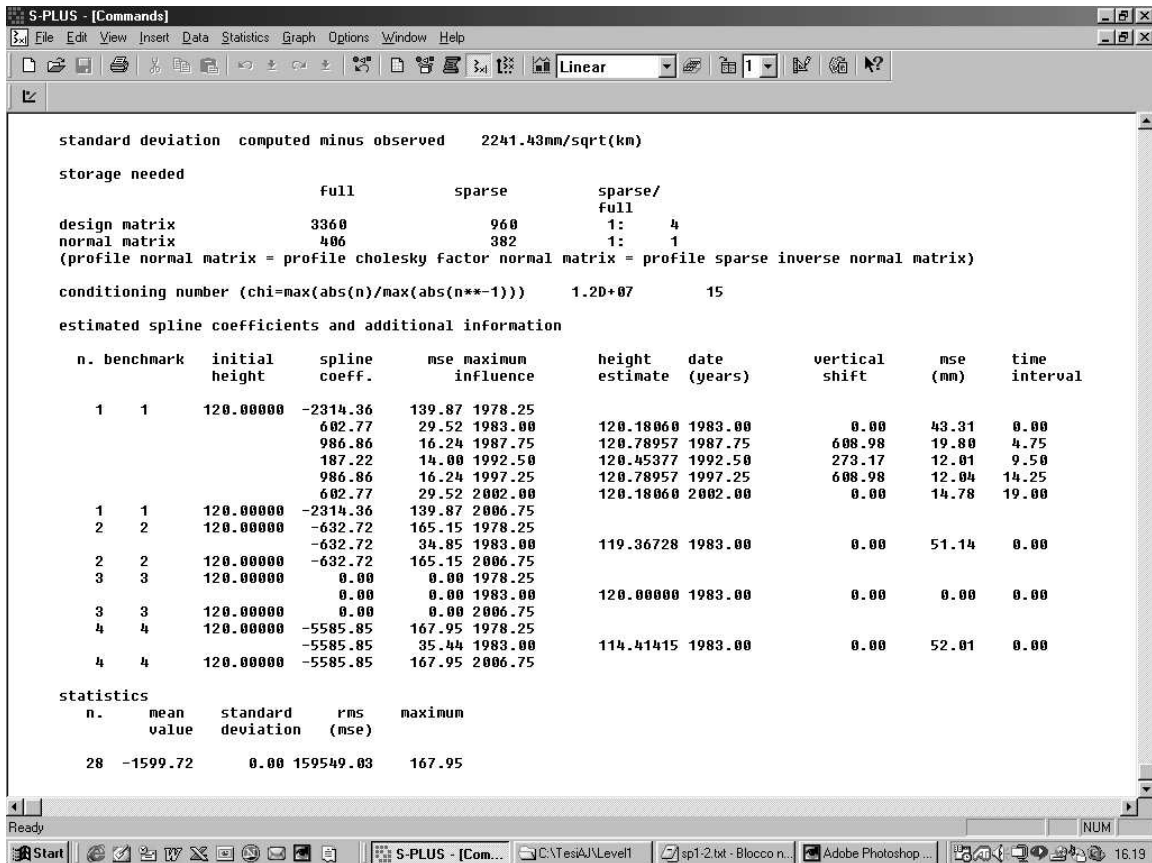


Fig. II.30.c Interpolazione con funzione spline (passo 1600 gg).

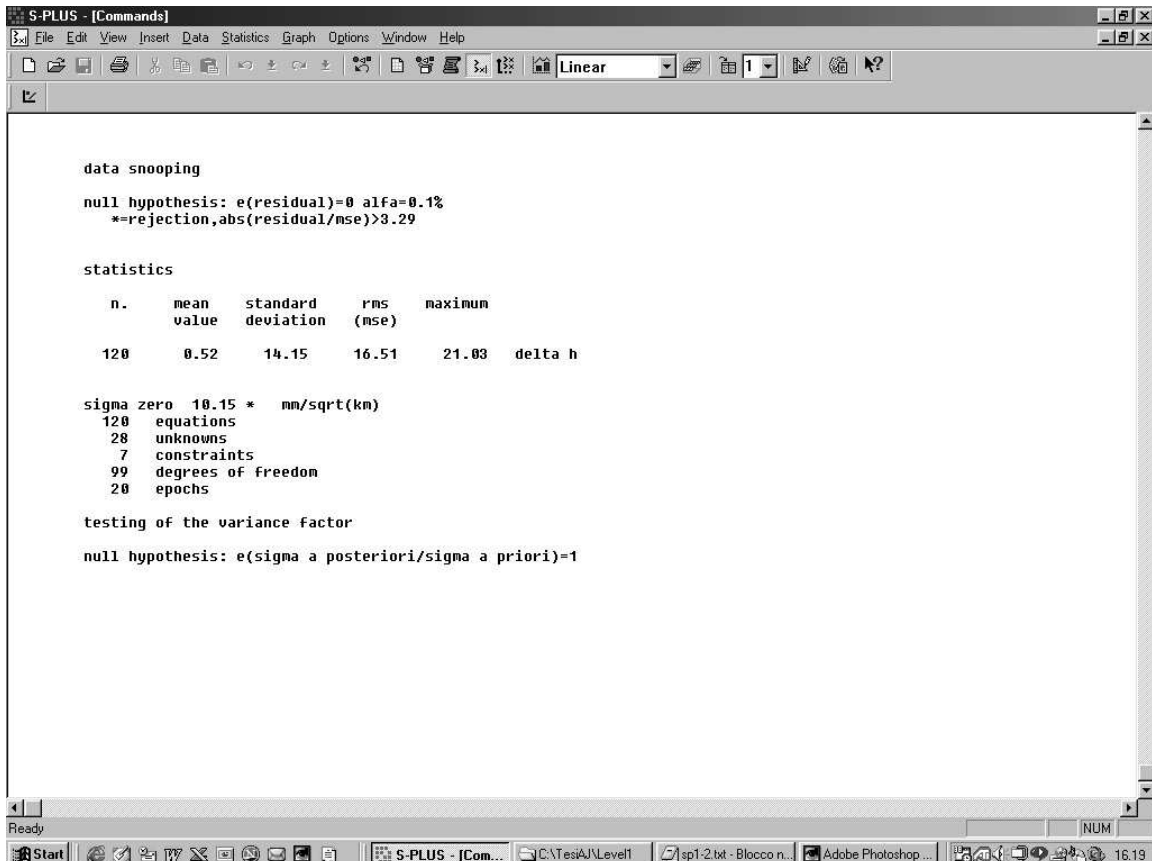


Fig. II.30.d Interpolazione con funzione spline (passo 1600 gg).

BIBLIOGRAFIA MINIMA ³⁴

1. Blachut T.J., Chrzanowsky A., Saastamoinen J.H. (1979): *Urban Surveying and Mapping*. Springer, New York.
2. Bonford B.G. (1952): *Geodesy*. Oxford University Press, London.
3. Doebelin E.O. (1975): *Measurement Systems. Application and Design*. McGraw-Hill, New York.
4. Heiskanen W.A., Moritz H. (1967): *Physical Geodesy*. Freeman and Company, San Francisco.
5. Kramer B. (1988): *The Art of Measurement. Metrology in Fundamental and Applied Physics*. VCH, Weinheim (Rhein-Neckar).
6. Lambeck K. (1988): *Geographical Geodesy – The Slow Deformation of the Earth*. Oxford University Press, Oxford.
7. Moritz H. (1980): *Advanced Physical Geodesy*. Wichmann, Karlsruhe.
8. Richardus P., Adler R.K. (1972): *Map Projections*. North-Holland Publishing Company, Amsterdam.
9. Richardus P., Allam J.S. (1977): *Project Surveying*. North-Holland Publishing Company, Amsterdam.
10. Telford W.M., Geldart L.P., Sheriff R.E., Keys D.A. (1976): *Applied Geophysics*. Cambridge University Press, Cambridge.
11. Torge W. (1980): *Geodesy*. De Gruyter, Berlin.
12. Vaníček P., Krakiwsky E. (1982). *Geodesy: the Concepts*. North-Holland Publishing Company, Amsterdam.

NOTA AGGIUNTIVA

Alcune parole di precisazione devono doverosamente essere scritte a proposito del Prof. Giuseppe Inghilleri, della sua memoria e della sua, importante e preziosa, eredità scientifica. Infatti l'autore di questo lavoro ha avuto modo, in gioventù, di conoscerlo ed apprezzarlo, prima della sua purtroppo prematura scomparsa. Si sa che i giovani sono spesso impertinenti e, con questa impertinenza, chi qui scrive ha chiesto allo stesso la ragione di alcune scelte algoritmiche, già allora superate, almeno in parte. In risposta, il Prof. Giuseppe Inghilleri ha raccontato della sua gioventù e dell'attualità inevitabilmente passata, e così pubblicamente ha incoraggiato lo scrivente a preparare e diffondere nuovi programmi, basati sull'utilizzo dei più moderni algoritmi di calcolo numerico. Dopo quell'occasione, purtroppo solo per un breve periodo, fra i due, sono intercorsi rapporti informali di collaborazione scientifica di cui purtroppo si ha poca traccia evidente, ma una profonda memoria, stima e riconoscenza da parte dell'autore. Gli anni passati, pressoché la stessa età del primo incontro con il Prof. Giuseppe Inghilleri e l'occasione di un lavoro sul rilevamento e controllo suggeriscono di riprendere i capitoli, relativi alla teoria delle reti, del suo ancora preziosissimo libro (purtroppo ormai fuori catalogo, esaurito e pressoché introvabile), ponendoli all'inizio del lavoro stesso, come una pietra miliare. La fondata speranza è che questa scelta contribuisca a tenere viva una memoria molto importante per l'intero settore scientifico disciplinare.

³⁴ Il presente lavoro è debitore nei confronti di alcuni articoli, dell'autore e di alcuni suoi amici e colleghi, di cui si dà elenco e ragione, nel prosieguo:

- per la prima parte, ad eccezione dei paragrafi 6 ed 8, Inghilleri G. (1974): *Topografia generale*. UTET, Torino.
- per l'appendice A, Mussio L. (1984): *Calcolo delle coordinate approssimate dei vertici di reti geodetiche e topografiche*. In: M. Cunietti (Ed) *Ricerche di Geodesia, Topografia e Fotogrammetria*, n. 4. CLUP, Milano, p. 139-177.
- per l'appendice B, Mussio L. (1984): *Calcolo delle coordinate approssimate dei punti a terra e dei parametri approssimati di orientamento esterno dei fotogrammi di un blocco fotogrammetrico ove sia stata eseguita la triangolazione aerea*. In: M. Cunietti (Ed) *Ricerche di Geodesia, Topografia e Fotogrammetria*, n. 4. CLUP, Milano, p. 179-215.
- ed inoltre, Crippa B., Mussio L. (1996): *Modelli Analitici della Fotogrammetria*. A. Carosio (Ed), IGP – ETHZ Sonderheft, Zurigo;
- per la seconda parte, Cunietti M., Bondi G., Fangi G., Moriondo A., Mussio L., Proietti F., Radicioni F., Vanossi A. (1987): *La grande frana di Ancona del 13 dicembre 1982 - 5. Misure topografiche ed aereofotogrammetriche*. In: U. Crescenti (Ed) *Studi Geologici Camerti* - Numero speciale. Dipartimento di Scienze della Terra - Università di Camerino, Camerino, p. 41-82.
- ugualmente, Radicioni F. (1988): *Progettazione, esecuzione, elaborazione ed analisi dei risultati di una rete di livellazione di alta precisione per il controllo dell'assestamento della frana di Ancona del dicembre 1982*. Atti del 7° Convegno annual
- e del Gruppo Nazionale di Geofisica della Terra Solida, Roma, p. 981-1014.
- ed inoltre, Mussio L. (1984c): *Il calcolo delle trasformazioni piane elementari*. In: M. Cunietti (Ed) *Ricerche di Geodesia, Topografia e Fotogrammetria*, n. 4. CLUP, Milano, p. 253-273.
- come pure, Cunietti M., Mussio L. (1987): *Il problema dei riferimenti nel rilievo della subsidenza*. *Rivista del Catasto e dei Servizi Tecnici Erariali - Nuova Serie*, anno XLII, n. 1, 1987.