

LA FORMAZIONE DELLA SCIENZA NUOVA DAI SUOI PRIMORDI AL '700

Tamara Bellone⁽¹⁾ – Luigi Mussio⁽²⁾

⁽¹⁾ Politecnico di Torino – DITAG – Corso Duce degli Abruzzi, 24 – 10139 Torino
Tel. 011-364-7709 – Fax 011-564-7699 – e-mail tamara.bellone@polito.it

⁽²⁾ Politecnico di Milano – DIIAR – Piazza Leonardo da Vinci, 32 – 20133 Milano
Tel. 02-2399-6501 – Fax 02-2399-6602 – e-mail luigi.mussio@polimi.it

Riassunto – La fondazione della scienza nuova può essere diversamente collocata tra il basso medioevo ed il tardo rinascimento. Infatti il ritorno in Europa delle tradizioni culturali del mondo antico, andate perse durante le invasioni barbariche (ovvero le migrazioni di popoli germanici, slavi e d'origine mongola) e l'alto medioevo, avviene ad opera della scienza araba, con il contributo d'antecedenti mediazioni bizantine, persiane ed indiane. D'altra parte, la fondazione di una nuova scienza, basata su un suo proprio metodo scientifico, è datata alla fine del '500 (con l'opera fondamentale di Galileo) e si colloca soprattutto nel '600 francese (il secolo d'oro, dominato dalla figura di Cartesio). La scienza si sviluppa poi notevolmente nel tardo '600, con l'opera di Leibniz e Newton, e trova la sua strutturazione filosofica nel '700 (il secolo dei lumi), ad opera di Kant. Innumerevoli personaggi, da Keplero a Fermat e Pascal, come pure da Eulero e Lagrange a Gauss, popolano questo periodo fecondo che può dirsi solennemente concluso con l'Enciclopedia (o Dizionario ragionato delle Scienze, delle Arti e dei Mestieri) di Denis Diderot e Jean-Baptiste Le Rond D'Alembert¹. Dopodichè si è alla soglia del mondo contemporaneo, per certi versi, ancora attuale².

Introduzione

La matematica ha origine presso i caldei e gli egizi, due millenni prima dell'inizio della scienza greca. Gli scambi commerciali, l'agrimensura catastale e l'astrologia sono le motivazioni fondanti dell'aritmetica (e del calcolo), della topografia (e della geodesia) e della geometria (e dell'astronomia). Direttamente dagli egizi o tramite la mediazione dei fenici, i greci danno poi avvio alla matematica ufficiale del mondo antico. Le scuole greche, a partire da quella ionica, seguita dapprima da quella pitagorica e successivamente dalla scuola eleatica studiano la geometria, collocandola in un quadrivio di scienze esatte: Aritmetica, Musica, Geometria ed Astronomia, a sua volta affiancato ad un trivio di scienze umane: Grammatica, Retorica e Dialettica³. L'astrattizzazione e la scoperta dell'infinito (problema tuttora aperto con gli infiniti ed i trasfiniti di Gorge Cantor) sono problemi affiorati e variamente risolti: il primo nella disputa tra razionalisti ed empiristi, il secondo con una serie di paradossi (in buona parte, dovuti alla mancanza dello zero, nel sistema dei numeri allora in uso). Euclide, Apollonio (di Perga) ed Archimede concludono questo periodo felice, strutturando definitivamente la geometria e la fisica antica (in particolare, con Archimede, la meccanica e l'ottica).

¹ Il lavoro a seguire è liberamente ripreso e riassunto principalmente da: Compendio di storia del pensiero scientifico – dall'antichità fino ai tempi moderni, di Federigo Enriques e Giorgio De Santillana (Saggi Zanichelli, Bologna, 1936/1973) e Le matematiche nella storia e nella cultura, di Federigo Enriques (Zanichelli, Bologna, 1938/1982).

² La periodizzazione storica, come la zonizzazione geografica ed ogni altra classificazione, è largamente arbitraria. Nel caso specifico, è evidente un collegamento tra l'illuminismo e quantomeno il primo '800, nell'età del romanticismo, prima dell'avvento della rivoluzione industriale. Altrettanto evidente è la rottura tra l'800 con il primo '900, ed il secondo '900 con questo scorcio degli anni 2000, non solo politicamente, a causa della trentennale guerra civile europea e mondiale (cioè le due guerre mondiali ed il tumultuoso periodo di mezzo), ma anche scientificamente e tecnologicamente con le tecnologie dell'informazione, la conquista dello spazio, la fisica atomica e nucleare, e la genetica con le biotecnologie. D'altra parte, economicamente, politicamente e culturalmente, cioè con l'industria ed il mercato, la democrazia e la mondializzazione, il libero pensiero e le morali laiche, e la loro diffusione su larghissima scala, è altrettanto evidente che tutto ciò abbia origine solo nell'800 e caratterizzi ancora il mondo d'oggi (pur con tutte le differenze, dovute ai due secoli ormai trascorsi). A riguardo, occorre invece rilevare difficoltà varie d'adeguamento in buona parte del cosiddetto terzo mondo (seppure in fase di progressivo superamento) e sacche permanenti di marginalità anche all'interno del cosiddetto primo mondo (essendo il secondo scomparso e ripartitosi, parte nel primo e parte nel terzo, dopo la caduta del muro di Berlino e la dissoluzione dell'URSS).

³ E' curioso osservare come il 7 numero delle scienze sia un numero fisico ($7 = 2 + 5$, come noto, essendo 2 la destra e la sinistra, e 5 le dita della mano), mentre il numero 9 delle arti e delle muse: Poesia epica, Storia, Poesia amorosa, Poesia lirica, Tragedia, Mimo, Commedia, Danza, Astronomia (per lo più intesa come Astrologia per la divinazione dei destini) sia il quadrato di 3, a sua volta, un numero teologico ... A riguardo, basti pensare alle varie trinità.

La successiva decadenza, soprattutto nel mondo romano e durante il diffondersi del cristianesimo (protrattasi per tutto l'alto medioevo), si spiega anche con il prevalere di culti misterici e giochi cabalistici, legati ai numeri, che evidentemente ben poco (od addirittura nulla) hanno a che fare con la matematica. Un'eccezione è la nascita, nell'ambiente ellenisitico – alessandrino, della trigonometria che comunque ha uno sviluppo maggiore tra gli indiani, i persiani e gli arabi. In particolare, proprio gli indiani definiscono lo zero, il sistema decimale – posizionale di scrittura delle cifre e le basi dell'algebra, con la scoperta dei numeri negativi. Dopodiché gli arabi raccolgono, completano (l'algebra, la trigonometria ed il calcolo dei radicali) e trasferiscono in occidente, soprattutto attraverso la Spagna moresca, i contributi indiani e la tradizione greco – ellenistica, a sua volta, raccolta dai persiani, per mezzo di eruditi ed eretici, esuli da Bisanzio e dalla Grecia ⁴. La rinascita in Europa, con l'introduzione dello zero e del sistema decimale – posizionale, nonché con studi di geometria piana e solida, e di statistica, si avvia, ormai nel basso medioevo, con Leonardo di Pisa, detto Fibonacci, e si conclude, alle soglie del rinascimento, con Luca Paciolo.

Le matematiche moderne

Una prima considerazione riguarda l'uso del plurale, d'allora in poi, tendendo la matematica ad estendere i suoi contenuti ed a suddividersi in branche numerose, distinte e diverse. Il primo sviluppo riguarda l'algebra, con la soluzione delle equazioni di terzo e quarto grado (essendo quelle di primo banali e la soluzione delle equazioni di secondo grado nota già dall'antichità) ad opera degli algebristi della scuola di Bologna (Scipione dal Ferro, Nicolò Tartaglia, Gerolamo Cardano, Ludovico Ferrari e Raffaele Bombelli). La ricerca della soluzione dell'equazione di quinto grado dura quasi tre secoli e ha esito negativo (come dimostrato da Ruffini ⁵, Niels-Henrik Abel e Évariste Galois); nel frattempo, sono scoperti i numeri immaginari (inizialmente detti: silvestri), Eulero definisce i numeri complessi e Gauss li rappresenta nel loro piano. Un altro sviluppo riguarda il calcolo e porta, con l'aristocratico scozzese John Napier (cioè Nepero), alla scoperta dei logaritmi naturali e del numero e (il secondo numero trascendente dopo π , scoperto già da Archimede), con Cartesio e Newton, alla definizione di metodi d'approssimazione per la soluzione delle equazioni, e con D'Alembert e Gauss, all'equiparazione tra il grado ed il numero di radici di un'equazione.

Innovazioni, nel campo della geometria, sono date Girard Desargues, con la Geometria proiettiva, e da René Descartes (cioè Cartesio), con la Geometria analitica. Il pregio di questa ultima sta nell'introduzione delle coordinate dei punti, come già fatto dai geografi medioevali per le carte geografiche (con la longitudine e la latitudine) e, almeno parzialmente, da Apollonio nella geometria classica. Innovazioni, nel campo della fisica ⁶ (facendo particolare riferimento alla statica ed alla dinamica della meccanica), sono date da Simone Stevino, Paolo Guldino, Bonaventura Cavalieri ed Evangelista Torricelli, con il calcolo di aree, volumi, baricentri ed altri momenti statici, estendendo il calcolo infinitesimale usato per il calcolo di integrali definiti (già studiati da Archimede e Pappo). Innovazioni simili si hanno anche in Johannes Kepler (cioè Keplero), per il calcolo delle leggi cui sono sottoposte le orbite dei pianeti attorno al sole. Particolari sviluppi del calcolo

⁴ Significativo, a riguardo dell'apertura culturale d'allora, è la richiesta araba ai bizantini sconfitti di una copia di tutti i libri della biblioteca di Bisanzio, come debito di guerra. Questo fatto contrasta clamorosamente con il controriformista indice dei libri proibiti, la censura protestante, i roghi nazisti dei libri (e dell'arte degenerata) e la censura comunista dei valori borghesi. L'incendio della biblioteca di Alessandria, ad opera dei califfi arabi, sembra invece opera di diffamazione: il medioevo islamico inizia dopo la caduta Granada, la battaglia di Lepanto e la fine dell'assedio di Vienna (e purtroppo, per certi versi, dura tuttora). Pur riconoscendo la grande libertà attuale, qualche riflessione deve essere fatta anche di fronte alle rimozioni (di fatto, censure subdole e nascoste, ma altrettanto pesanti ed efficaci) di tutto quanto è troppo dissacrante, di rottura, alternativo, ecc. nel mondo occidentale, proprio ed in senso lato.

⁵ Sempre di Paolo Ruffini è la nota formula per il calcolo delle radici razionali delle equazioni algebriche di ogni ordine. In questo stesso periodo, ad opera di vari personaggi, va progressivamente affinandosi la notazione matematica adottata, con l'uso delle lettere, degli esponenti, dei simboli matematici, ecc.

⁶ Per un'evidente contiguità tematica, le stesse innovazioni possono essere riferite alla geometria classica, oltre che alla meccanica.

infinitesimale, in collegamento con la geometria analitica, portano Pierre de Fermat ⁷ allo studio delle tangenti delle funzioni, alla definizione intuitiva del concetto di limite ⁸ ed allo studio dei massimi e minimi di una funzione (mettendo in evidenza l'eccezione dei punti di flesso a tangente orizzontale).

Un precursore notevole, dedito a studi di dinamica, oltre che di astronomia, è Galileo Galilei che collega forze ed accelerazioni ⁹ (anziché forze e velocità come nella meccanica aristotelica, dove per comprendere l'avvio ed il termine del moto occorre riferirsi alla teoria degli urti). Galileo rappresenta il moto di un corpo, su un piano, ponendo in ascissa il tempo ed in ordinata la velocità: il coefficiente angolare della retta velocità – tempo (nel caso di un moto uniformemente accelerato o decelerato) è l'accelerazione del corpo. Inoltre Galileo descrive lo spazio percorso, come l'area sottesa, punto a punto, dalla retta della velocità e, rappresentato il moto (di quello stesso corpo), su un piano, con in ascissa il tempo ed in ordinata lo spazio: la tangente, in un punto alla curva risultante, è la velocità istantanea del corpo. Per quanto sia oggi evidente l'essere le due operazioni una l'inversa dell'altra, da un punto di vista epistemologico, gli storici della matematica hanno riserve ad attribuire a Galileo l'effettiva comprensione del significato di questa inversione matematica. In effetti, solo Torricelli riconosce la possibilità dell'inversione matematica, per la famiglia di curve composta dalle parabole generalizzate di Apollonio.

Da tutti questi sviluppi e, prescindendo dall'arcinota (ed ormai stanca) querelle tra le scuole inglesi e tedesca, Gottfried Wilhelm von Leibniz ed Isaac Newton (a tre anni di distanza, ma alcuni scritti di Newton, pubblicati postumi, datano una decina d'anni prima) pubblicano ciascuno un lavoro fondamentale per lo sviluppo del calcolo infinitesimale, parlando il primo astrattamente di derivata, con una rigorosa cura del formalismo matematico e delle sue rigide regole, ed il secondo di flussione, con una precisa attenzione alla geometria ed alla dinamica. Gli sviluppi del calcolo infinitesimale avvengono ad opera di Guillaume-François-Antoine de Sainte Mesme, marchese de l'Hôpital, dei fratelli Jakob e Jean Bernoulli, e Lazare Nicolas Marguérite Carnot, portano alla soluzione (esatta od approssimata) di equazioni differenziali ordinarie e sistemi di equazioni differenziali alle derivate parziali (entrambi propri, ad esempio, della fisica matematica), così come essi sono stati affrontati e risolti da Alexis Clairaut, Leonhard Euler (cioè Eulero), Joseph-Louis Lagrange e Pierre Simon Laplace, e trovano una loro strutturazione sistematica (insieme al concetto di funzione) ad opera di Louis-François Cauchy, Carl Friedrich Gauss e molti altri, solo nel corso di tutto l'800 e del primissimo '900, cioè ben oltre i limiti storici di questo lavoro.

Il contesto scientifico – tecnologico

Nell'ambito della fisica, il pensiero scientifico discende dall'atomismo di Democrito e nutre il meccanicismo tardo-medioevale, rinascimentale e seicentesco attraverso la filosofia epicurea (grazie anche al poema su La Natura delle Cose di Lucrezio) e la fisica aristotelica (che è ancora propulsiva nella scienza araba e nella tarda scolastica, mentre diventa dogmatica e dannosa solo tra gli accademici rinascimentali e seicenteschi). Figure notevoli di questo primo approccio meccanicista alla conoscenza del mondo e della natura, volto a

⁷ Fermat, insieme a Blaise Pascal e Christiaan Huygens, più tardi, con i contributi dei Bernoulli e di Thomas Bayes, Abraham de Moivre, Ruggero Giuseppe Boscovich e Laplace, si occupa anche di statistica, una disciplina della matematica applicata dove, nell'arco di circa due secoli, sono studiate la probabilità, alcune sue distribuzioni, i principali momenti, coefficienti ed indici, la propagazione degli errori, alcuni criteri di stima ed i primi strumenti (grafici) di verifica delle ipotesi.

⁸ La definizione rigorosa del concetto di limite avviene solo nell'800, ad opera di Cauchy e Karl-Theodor-Wilhelm Weierstrass.

⁹ Nei Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze attenenti alla meccanica e i movimenti locali (Leida, 1638), Galileo descrive l'esperimento del piano inclinato all'Arsenale di Venezia, dove il moto uniforme può essere garantito, solo se i corpi (che rotolano) sono frenati dalle corde degli operai, addetti alle merci. A partire da questo esperimento e dall'evidenza che i corpi accelerano, discendendo il piano inclinato, mentre decelerano, se lo risalgono, una volta spinti, il moto uniforme e la legge d'inerzia sono definiti da Galileo, come stato intermedio, prescindendo dalla fattibilità dell'esperimento (a causa degli inevitabili attriti).

trasformare informazioni qualitative in dati quantitativi, sono Leonardo da Vinci e Pierre Gassend (cioè Gassendi), oltre ovviamente a Cartesio. Un'alternativa è data da Newton, sulla scorta di Galileo e Keplero, in quanto, con essa, la scienza antica è definitivamente abbandonata, mentre nascono la meccanica e l'ottica, come branche rinnovate della fisica moderna. Nel '700, in parallelo alla teoria meccanica degli equilibri (delle forze reali e apparenti) di D'Alembert, la fisica si arricchisce di nuove branche: fluidodinamica e gasdinamica, che conducono allo sviluppo della meccanica analitica da parte di Lagrange, dove il meccanismo cartesiano (dei legami) si fonde con la meccano-fisica (delle forze) newtoniana ¹⁰.

Nel primo '800, altre nuove branche completano la fisica, studiando l'elettricità ed il calore, rispettivamente ad opera di André-Marie Ampère e James Prescott Joule (accanto a molti altri ¹¹), e contribuiscono alla formulazione dei principi di conservazione, insieme alle discipline pregresse della fisica. Il punto d'arrivo del meccanicismo scienziato è la corrente filosofica denominata positivismo, dove particolare rilievo, all'inizio ed al termine di questo periodo, hanno le figure di Isidore Marie Auguste François Xavier Comte e Ernst Waldfried Josef Wenzel Mach (l'apporto filosofico di questo ultimo personaggio è altrimenti noto come empiriocriticismo). Comunque il dibattito culturale tra lo stretto meccanicismo e posizioni meno rigide resta aperto, offrendo spazio anche a posizioni intermedie (tre importanti personaggi possono essere citati, per raffigurare queste differenti posizioni: William Thomson, cioè Lord Kelvin, James Clerk Maxwell e Heinrich Rudolf Hertz). Al termine di questo periodo, nuove teorie/concezioni su universo, mondo, natura ed uomo (geometrie non-euclidee, relatività ristretta e generale, fisica dei quanti, genetica e biologia molecolare, e psicanalisi) mettono in crisi la visione relativamente unitaria, fin qui concepita ¹².

In questo stesso periodo, la statistica ha un grande sviluppo a partire dall'opera di Gauss, con il rilievo dato alla curva normale e la definizione del limite centrale, e dai contributi matematici, pregressi e contemporanei, di Brook Taylor e Jean Baptiste Joseph Fourier (sullo sviluppo in serie delle funzioni). Figure come Siméon-Denis Poisson, Francis Galton, Karl ed Egon Pearson, e Ronald Aylmer Fisher sviluppano la statistica, in particolare, costruendo la teoria della stima e definendo l'inferenza statistica. Questa trova sue specifiche applicazioni non solo in astronomia e geodesia (con l'insieme delle discipline del rilevamento, già da allora, in via di progressivo sviluppo), ma anche in biologia ed economia. Infatti Jean-Baptiste Pierre Antoine de Monet cavaliere di Lamarck (cioè Jean-Baptiste Lamarck), Thomas Robert Malthus, Charles Robert Darwin e Gregor Johann Mendel gettano le basi della teoria dell'evoluzione e della genetica in biologia, mentre l'economia si sviluppa, a partire dalle teorie settecentesche di Adam Smith e David Ricardo, suddividendosi in più scuole, spesso in conflitto tra loro (ma comunque facenti uso della modellazione matematica e della statistica, per lo studio dei fenomeni e dei processi d'interesse).

Dagli sviluppi della matematica e della matematica applicata, nelle loro varie branche, e dall'apporto da esse fornito alla fisica (in particolare, alla meccanica, alla termodinamica ed all'elettromagnetismo), derivano importanti applicazioni tecnologiche. Ad esempio, la statica (della meccanica) porta alla scienza delle costruzioni, e la dinamica (della stessa meccanica) realizza azionamenti meccanici, studiando la meccanica delle macchine. Inoltre la termodinamica ottimizza la macchina a vapore ed il motore a scoppio; mentre l'elettromagnetismo apre la strada ad innumerevoli applicazioni. Tra queste, meritano menzione il motore

¹⁰ Gli studi di meccanica continuano, nell'800, con Karl Gustav Jacob Jacobi, William Rowan Hamilton e Jules Henri Poincaré.

¹¹ Sul portato scientifico-tecnologico delle equazioni dei campi elettromagnetici di Maxwell e dei due principi della termodinamica, Ludwig Eduard Boltzmann ricorre a concetti probabilistici, per fenomeni irreversibili della fisica, inspiegabili con le sole teorie classiche.

¹² Nel campo ristretto della geometria, dopo Gauss, passi importanti, per la definizione delle geometrie non-euclidee, sono compiuti da Nikolaj Ivanovič Lobačevskij, János Bolyai e Georg Friedrich Bernhard Riemann, e da Camille Jordan, per lo studio della topologia. Nel campo ristretto della fisica, passi importanti sono compiuti da Hendrik Antoon Lorentz, Albert Einstein, Karl Ernst Ludwig Marx (detto Max) Planck e Niels Henrik David Bohr.

elettrico, le reti elettriche e l'intero mondo delle telecomunicazioni ¹³. Infine applicazioni di applicazioni della dinamica, della termodinamica e dell'elettromagnetismo sono i mezzi di trasporto, con i loro azionamenti e motori, nonché gli studi di forma, per aumentarne l'efficienza. Pertanto è evidente che la perdita del sapere scientifico porta ad una regressione dello sviluppo tecnologico (e della civiltà, ove questo arresto si attui, come già accaduto al crollo del mondo antico). Per contro, anche un'involuzione tecnologica, a sua volta, porta danno allo sviluppo della scienza (come accaduto nello stesso periodo storico). Scienza e tecnica sono infatti legate tra loro, in modo indissolubile, pena subire entrambe gravi danni.

Il contesto filosofico – culturale

La differente visione del mondo, tra Platone ed Aristotele, verte sulla tabula rasa (al di fuori del mondo reale) del secondo, opposta alla teoria delle idee del primo ¹⁴. L'aristotelismo è poi alla base della riscoperta della logica (anche matematica) della scolastica tardo-medioevale, mentre il neoplatonismo rinascimentale si ricollega a raffigurazioni geometriche dell'universo e del mondo. La riscoperta di Aristotele è dovuta alla scienza araba ed il ritorno a Platone avviene nel clima, di grande apertura culturale, proprio dell'umanesimo e del rinascimento. Figure eminenti del neoplatonismo sono: Nikolaus Krebs (cioè Nicola Cusano), Marsilio Ficino, Geert Geertsz (cioè Erasmo da Rotterdam), Thomas More (cioè Tommaso Moro), Bernardino Telesio, Filippo Giordano Bruno, Tommaso Campanella (al secolo Giovan Domenico). Comunque non tutto l'aristotelismo rinascimentale è retrivo; una corrente, rifacendosi direttamente ad Abū l-Walīd Muhammad ibn Ahmad Muhammad ibn Rushd (diventato Aven Roshd ed infine Averroes o Averroè), annovera: Pietro Pomponazzi (detto anche Peretto Mantovano), Giovanni Pico dei conti della Mirandola e della Concordia (cioè Pico della Mirandola), Martin Luther (cioè Lutero) e Galileo.

Al di fuori dell'Europa occidentale mediterranea, succube della inquisizione controriformista (essendo quella orientale, da secoli, sotto il dominio ottomano), lo scientismo seicentesco supera, almeno parzialmente, lo storico conflitto tra l'aristotelismo ed il neoplatonismo, e dà vita a due nuove correnti di pensiero, una continentale: il razionalismo, ed un'altra anglosassone: l'empirismo. Cartesio, Pascal, Baruch Spinoza (che parla di etica, dimostrata sulla base dell'ordine geometrico) e Leibniz sono i massimi esponenti del razionalismo e contemporaneamente insigni matematici. Francis Bacon (cioè Francesco Bacone), Thomas Hobbes, John Locke, Gorge Berkeley e David Hume sono i massimi esponenti dell'empirismo la cui analisi filosofica trae spunti originali dalla geometria, collegandosi anche alla meccanica newtoniana. Un fecondo tentativo di sintesi è messo in atto da Kant che, nella sua prima critica (Critica della ragion pura), parla dello spazio e del tempo, delle categorie (logiche) della conoscenza e di alcuni concetti metafisici. L'ampiezza e la profondità del pensiero kantiano è sostenuto, tra la fine dell'800 e l'inizio del '900, dalla fenomenologia, dai neokantiani (in primis, da Ernst Cassirer), da Ludwig Wittgenstein e dal positivismo logico ¹⁵.

¹³ A riguardo, nomi importantissimi, benché alcuni oltre i limiti storici di questo lavoro (del resto, come già molti altri), sono Alessandro Volta, Thomas Alva Edison e Guglielmo Marconi.

¹⁴ La storia dell'accademia (platonica) e del peripato (aristotelico), nel mondo antico, fino alla sua lunga decadenza, è anche la storia del conflitto tra realisti e nominalisti, relativamente al mondo delle idee. Successivamente essa vede l'aristotelismo migrare da Bisanzio alla Persia. Da qui, l'aristotelismo ritorna nella Spagna moresca, nell'alto-medioevo, e si diffonde poi in Europa, con la tarda scolastica, ad opera di Alberto Magno di Bollstädt (o di Colonia), Tommaso d'Aquino e Roger Bacon (cioè Ruggero Bacone). Il platonismo sopravvive invece nelle visioni della tarda patristica, con Agostino d'Ippona (in questo caso, con caratteristiche apocalittiche), e della scolastica, con Giovanni Scoto Eriugena, Anselmo di Bec o Canterbury (cioè Anselmo d'Aosta) e Giovanni Duns Scoto. Un tentativo di sintesi è messo in atto, con qualche successo, da Ramon Llull (cioè Raimondo Lullo).

¹⁵ Ovviamente gli sviluppi recenti della scienza (dalle geometrie non-euclidee, alla relatività ristretta e generale, come pure dai principi di indeterminazione e complementarità, al teorema di indecidibilità) superano il kantismo, fondato sulla geometria euclidea, un tempo invariante e la meccanica newtoniana. Tuttavia la costruzione kantiana di una teoria della conoscenza è accettabile, con l'eccezione del concetto di giudizio a priori, messa in luce da alcuni logici contemporanei. Infatti già a partire da Bertrand Arthur William Russell, la stessa matematica è considerata fondata su concetti primitivi, assunti senza definizione, postulando solo i loro rapporti logici.

La disamina del contesto filosofico mostra chiaramente l'origine materialista del pensiero matematico, nella scuola ionica ed in Democrito; Pitagora invece e poi Platone interpretano la teoria dei numeri e la geometria con venature mistiche e/o idealistiche. Successivamente Aristotele, pur occupandosi di logica (matematica), mostra una certa reazione alla scienza matematica, in quanto tale, mentre Euclide, il più grande matematico dell'antichità, assume atteggiamenti schivi e particolarmente sobri, nei riguardi dei diversi approcci filosofici. Le altre scuole del mondo antico (cinica, stoica ed epicurea) hanno influenze minori. Tuttavia la scuola epicurea ha importanza nella rinascita rinascimentale del neoplatonismo e, rifacendosi al materialismo democriteo, può essere collegata all'empirismo anglosassone. Al contrario, la scuola stoica, nata come filosofia d'opposizione nella Grecia ellenistica (come la scuola cinica che sconfinava tuttavia nello scetticismo e nell'ecllettismo), diventa filosofia dominante nella Roma imperiale, passando poi idealmente la mano, all'eresia ebraica del cristianesimo. Le accomunano infatti un certo idealismo di fondo, un grande rigore etico, una qualche prospettiva irenica ed una sostanziale estraneità al mondo della scienza.

In aggiunta, occorre rilevare come lo sviluppo della matematica, dal basso medioevo fino alla fine del '700, abbia convissuto con la musica, l'arte e la letteratura, vedendo sorgere e tramontare, correnti culturali e/o artistiche, determinanti per lo sviluppo della cultura europea. Il gotico, l'arte rinascimentale, il barocco ed il neoclassicismo sono tappe essenziali di questo sviluppo. Esse caratterizzano la musica e l'arte, mentre lo stilnovo, l'umanesimo, ancora il barocco, il classicismo ed il romanticismo caratterizzano la letteratura ¹⁶. Facendo preciso riferimento ad una determinata forma artistica, nel passaggio dal medioevo al rinascimento, la musica passa dalla laude al madrigale e dal contrappunto alla sinfonia concertante ¹⁷, nel successivo passaggio tra il '600 ed il '700. Più vicina alle parole classiche, è invece l'arte, propriamente detta (con la pittura, la scultura e l'architettura), pur dovendo segnalare molte correnti minori e talvolta personaggi isolati. La letteratura ha una sua diversa periodizzazione, più vicina ai percorsi filosofici, seppure sia difficile parlare di una letteratura scolastica, scienziata ed illuminista. Negli stessi periodi, essa passa dalla commedia al poema cavalleresco, dalla tragedia e commedia al romanzo ed alla poesia.

E' veramente molto difficile fare tanti nomi ed è molto più facile ometterne alcuni importantissimi; comunque ... Un primissimo elenco cita alcuni musicisti che si affollano nel periodo compreso tra il '600 ed il '700: Iacopo de' Benedetti (detto Iacopone da Todi), Giovanni Pierluigi da Palestrina, Claudio Monteverdi, Henry Purcell, Antonio Vivaldi, Georg Friedrich Händel, Johann Sebastian Bach, Franz Joseph Haydn, Wolfgang Amadeus Mozart e Ludwig van Beethoven. Invece gli artisti italiani affollano maggiormente tutto il periodo compreso tra il '400 ed il '500: Ambrogio o Angiolo di Bondone (detto Giotto), Filippo di ser Brunellesco Lapi (detto Brunelleschi), Tommaso di ser Giovanni di Mone Cassai (detto Masaccio), Leonardo (di ser Piero) da Vinci, Michelangelo Buonarroti, Raffaello Sanzio, Tiziano Vecellio, Michelangelo Merisi (o Amerighi, detto il Caravaggio), Gian Lorenzo Bernini, Antonio Canova. Sempre riferendosi solo ad italiani, i letterati coprono invece quasi l'intero periodo, abbastanza omogeneamente: Dante Alighieri, Francesco Petrarca, Giovanni Boccaccio, Nicolò Machiavelli, Ludovico Ariosto, Torquato Tasso, Antonio Goldoni, Giuseppe Parini, Vittorio Amedeo Alfieri, Ugo Foscolo.

¹⁶ E' significativo rilevare il differente numero di tappe che caratterizzano lo sviluppo delle varie arti, evidenziando così percorsi asincroni e territorialmente non omogenei. Ad esempio, lo stile barocco può subentrare allo stile gotico, senza un'arte rinascimentale intermedia, come avviene in certe parti nel nord dell'Europa. Altri esempi, sono dati da fatti minori, benché affatto secondari, come particolari correnti artistiche, quali gli allievi di Leonardo (tra gli altri: Ambrogio da Fossano, detto il Bergognone, Giovanni Antonio Boltraffio, Marco d'Oggiono, Cesare da Sesto, Bernardino Luini ed il figlio Aurelio, già manierista, assieme a Giovanni Paolo Lomazzo), il manierismo (impersonato da: Jacopo Carrucci, detto il Pontormo, e Agnolo di Cosimo di Mariano, detto il Bronzino), l'arcadia, ecc.

¹⁷ La definizione è scelta per indicare non solo la sinfonia concertante, propriamente detta (non molto frequente), ma anche sinfonie, concerti e gruppi cameristici. Più oltre, in ambito letterario, forme diverse, come racconti e poesie brevi, coesistono in varie epoche.

Una galleria d'immagini mette in luce la scoperta tardo-medioevale delle leggi della prospettiva, il disegno rinascimentale di ambienti urbani, la creazione barocca d'architetture e la realizzazione neoclassica di statue. Nessuna realizzazione è ovviamente esclusiva di un dato periodo artistico, ma ciascuna di esse è ben rappresentativa della sua epoca. Un lungo elenco di pittori, scultori ed architetti, soprattutto italiani, con qualche importante aggiunta europea ha l'intento di mostrare il suo essere pressoché sterminato¹⁸. Un elenco di musicisti ed operisti italiani è più breve¹⁹, ben sapendo tuttavia che un elenco maggiore sarebbe da citare, facendo riferimento a tradizioni europee coeve. Ben diverso è il caso dei letterati; infatti mentre sono sicuramente possibili aggiunte italiane (e Francesco Guicciardini e Galileo sono le assenze di maggior rilievo), vari riferimenti europei devono giocoforza riferirsi alle diverse letterature (non essendo certamente un problema di nazioni e/o confini, ma una questione di lingue). Infine un'osservazione, non secondaria, rileva l'assenza, certamente grave, di citazioni nord / est europee e minori, dovuta solo alla relativa distanza geografica e/o storica (ma non culturale) dal contesto italiano²⁰.

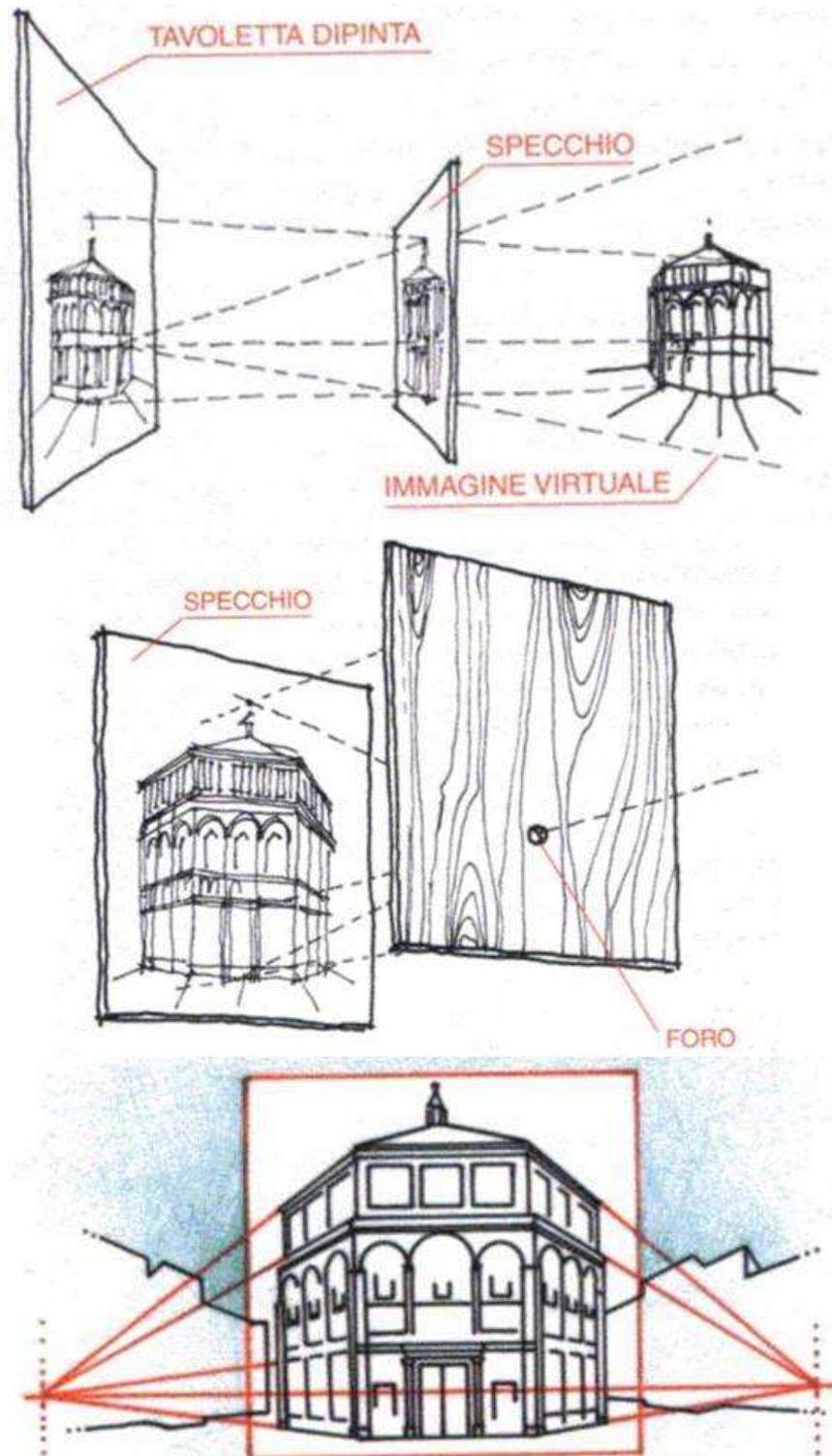
Un discorso a sé riguarda l'illuminismo italiano, soprattutto milanese (con le figure di Pietro ed Alessandro Verri e Cesare Bonesana marchese di Beccaria), emiliano (con la figura di Ludovico Antonio Muratori) e campano (con quella di Giambattista Vico). Ben oltre il processo, la condanna a morte ed il rogo di Giordano Bruno, i cinque processi e la fuga in Francia di Tommaso Campanella, il processo, la condanna e l'abiura di Galileo Galilei, l'impegno intellettuale di questi illuministi italiani è lontanissimo dalle dispute scientifiche. Infatti la ricerca scientifica torna in Italia solo dalla seconda metà del '700, con le figure di Lazzaro

¹⁸ Un lungo elenco di pittori, prevalentemente italiani: Nicola Pisano, Cenni di Pepi (detto Cimabue), Duccio di Buoninsegna, Simone (Sanese) Martini, Andrea d'Ugolino da Pontedera (detto Andrea Pisano), Pietro ed Ambrogio Lorenzetti, Gentile di Niccolò di Giovanni Massi (detto Gentile da Fabriano), Jacopo di Pietro D'Agnolo di Guarnieri (detto Jacopo della Quercia), Lorenzo Ghiberti, Tommaso di Cristoforo Fini (detto Masolino da Panicale), Donato di Niccolò di Betto Bardi (detto Donatello), Jan van Eyck, Giovanni da Fiesole (al secolo Guido di Pietro, detto il Beato Angelico), Antonio di Puccio Pisano (detto Pisanello), Paolo di Dono (detto Paolo Uccello), Rogier de la Pasture (detto Rogier van der Weyden), i Della Robbia (Luca di Simone, Andrea, Giovanni; Girolamo, Fra' Mattia, Luca il Giovane e Fra' Ambrogio), i Solari (Giovanni, Guiniforte e Francesco), Antonio di Pietro Averlino (detto il Filerete); Leon Battista Alberti, Filippo di Tommaso e Filippino Lippi, Bernardo di Matteo Gamberelli (detto Rossellino), Domenico di Bartolomeo (detto Domenico Veneziano), Piero della Francesca, i Gagini (Domenico, Giovanni ed Antonello), Andrea di Bartolo di Bargilla (detto Andrea del Castagno), Benozzo Gozzoli di Lese di Sandro, Vincenzo Foppa, Antonio di Giovanni de Antonio (detto Antonello da Messina), Francesco Laurana, Cosmé Tura, Andrea Mantenga, Antonio Benci del Pollaiuolo, Francesco del Cossa, Hans Memling, Andrea di Michele Cioni (detto il Verrocchio), Ambrosio Melozzo (o Marco di Giuliano degli Ambrogi, detto Melozzo da Forlì), Francesco di Giorgio Martini, Donato di Angelo di Pascuccio (detto il Bramante), i Sangallo (Giuliano, Antonio detto il Vecchio, Francesco e Bastiano), Alessandro di Mariano di Vanni Filipepi (detto Botticelli), Luca d'Egidio di Ventura da Cortona (detto Luca Signorelli), Domenico Ghirlandaio, Pietro di Cristoforo Vannucci (detto il Perugino), Bernardino di Betto (detto Pinturicchio), Vittore Carpaccio, Hans Holbein il Vecchio ed il Giovane, Bartolomeo Suardi (detto Bramantino), Albrecht Dürer, Lucas Cranach il Vecchio ed il Giovane, Gaudenzio Ferrari, Zorzi da Castelfranco (detto Giorgione), Lorenzo Lotto, Giovanni Gerolamo Savoldo, Antonio Cordini (detto Antonio da Sangallo il Giovane), Andrea d'Agnolo di Francesco di Luca di Paolo del Migliore Vannucchi (detto Andrea del Sarto), Antonio Allegri (detto il Correggio), Giulio Pippi (detto Giulio Romano), Alessandro Bonvicino (detto Moretto da Brescia), Benvenuto Cellini, i Campi (Galeazzo, Giulio, Vincenzo, Antonio e Bernardino), Girolamo Francesco Maria Mazzola (detto il Parmigianino), Francesco Primaticcio (detto il Bologna), Dono (o Adone) Doni, Jacopo Barozzi da Vignola, Andrea di Pietro (detto il Palladio), Giorgio Vasari, Jacopo da Ponte (detto da Bassano), Jacopo Comin (detto Tintoretto), Giovan Battista Moroni, Giuseppe Arcimboldo, Paolo Caliari (detto il Veronese), Jean de Boulogne (detto il Giambologna), Giovanni Bellini (detto Giambellino), Federico Barocci (detto il Fiori), Dominikos Theotokopoulos (detto El Greco), i Carracci (Annibale, Agostino e Ludovico), Pier Francesco Mazzucchelli (detto il Morazzone), Giovan Battista Crespi (detto il Cerano), Giulio Cesare Procaccini, Guido Reni, Pieter Paul Rubens, Domenico Zampieri (detto il Domenichino), Sebastiano Luciani (detto Sebastiano del Piombo), José de Ribera (detto Spagnoletto), Nicolas Poussin, Giovan Battista di Jacopo (detto Rosso Fiorentino), Pietro Berrettini (detto Pietro da Cortona), Francisco de Zurbarán, Diego Rodríguez de Silva y Velázquez, Francesco Castelli (detto il Borromini), Antoon van Dyck, Rembrandt Harmenszoon van Rijn, Salvatore Rosa, Bartolomé Esteban Pérez Murillo, Guarino Guarini, Johannes Jan Vermeer, Luca Giordano, Filippo Juvara, i Tiepolo (Giambattista, Giandomenico e Lorenzo), Giovanni Antonio Canal (detto il Canaletto), Rosario Gagliardi, Giacomo Antonio Melchiorre Ceruti (detto il Pitocchetto), Francesco Lazzaro Guardi, Lodewijk van Wittel (detto il Vanvitelli), Bernardo Bellotto, Giuseppe Piermarini e Francisco José de Goya y Lucientes.

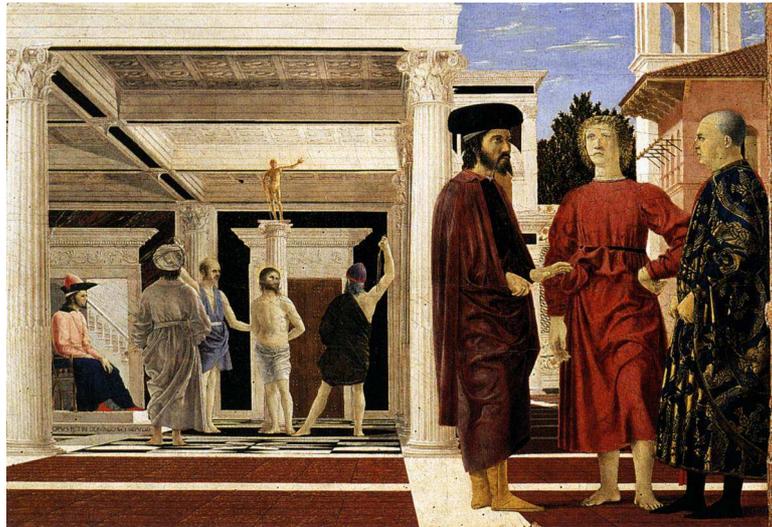
¹⁹ Musicisti italiani: Andrea e Giovanni Gabrieli, Carlo Gesualdo da Venosa, Alessandro Stradella, Arcangelo Corelli, Alessandro e Domenico Scarlatti, Alessandro e Benedetto Marcello, Antonio Caldara, Tomaso Albinoni, Francesco Durante, Nicola Porpora, Francesco Geminiani, Giuseppe Tartini, Baldassare Galuppi, Giovanni Battista Pergolesi, Vito Niccolò Marcello Antonio Giacomo Piccinni, Domenico Cimarosa e Giovanni Paisiello.

²⁰ Autori rilevanti della letteratura inglese: William Shakespeare, Christopher Kit Marlowe, John Milton, Daniel Defoe e Jonathan Swift. Autori rilevanti della letteratura francese: François Rabelais, Michel Eyquem de Montaigne, Pierre Corneille, François de La Rochefoucauld, Jean de La Fontaine, Jean-Baptiste Poquelin (detto Molière), Jean Racine, François-Marie Arouet (detto Voltaire), Jean-Jacques Rousseau e Denis Diderot. Autori rilevanti della letteratura tedesca: Gotthold Ephraim Lessing, Johann Gottfried Herder, Johann Wolfgang von Goethe e Johann Christoph Friedrich von Schiller. Autori rilevanti della letteratura spagnola: Pedro López de Ayala, Gómez Suárez de Figueroa (detto Garcilaso de la Vega), Íñigo López de Mendoza marchese di Santillana e conte del Real di Manzanarre, Miguel de Cervantes Saavedra, Lope Félix de Vega y Carpio, Gabriele Téllez (detto Tirso de Molina), Francisco de Quevedo y Villegas e Pedro Calderón de la Barca.

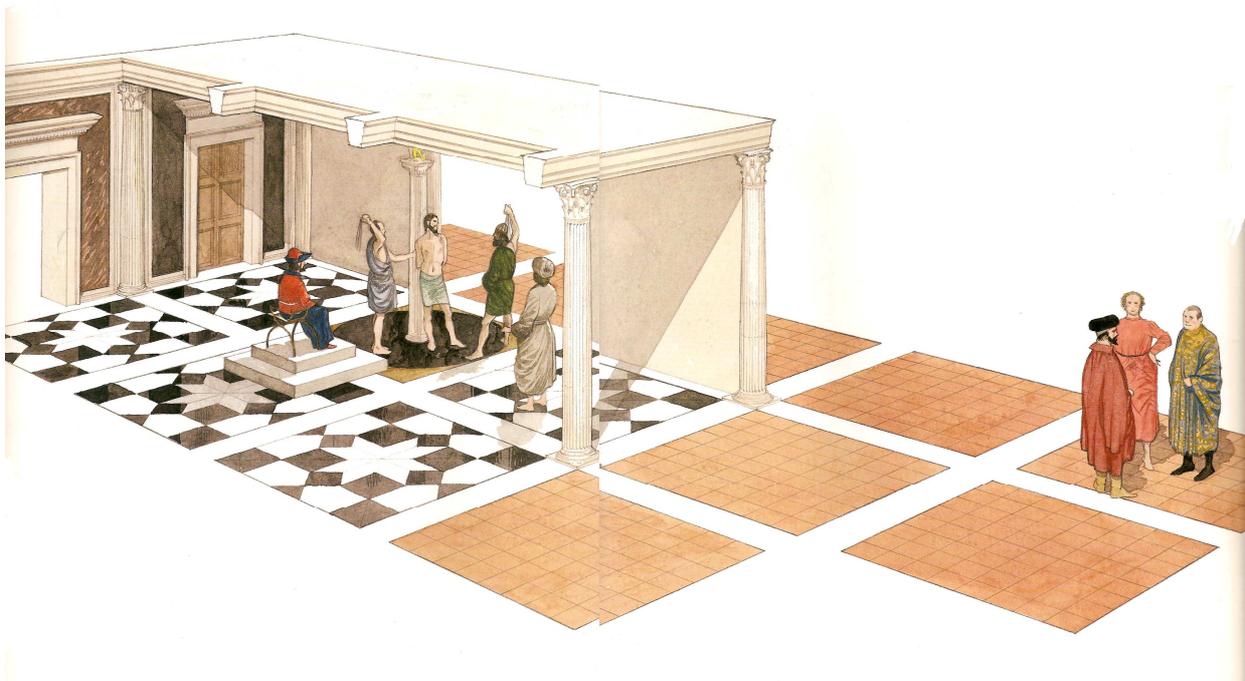
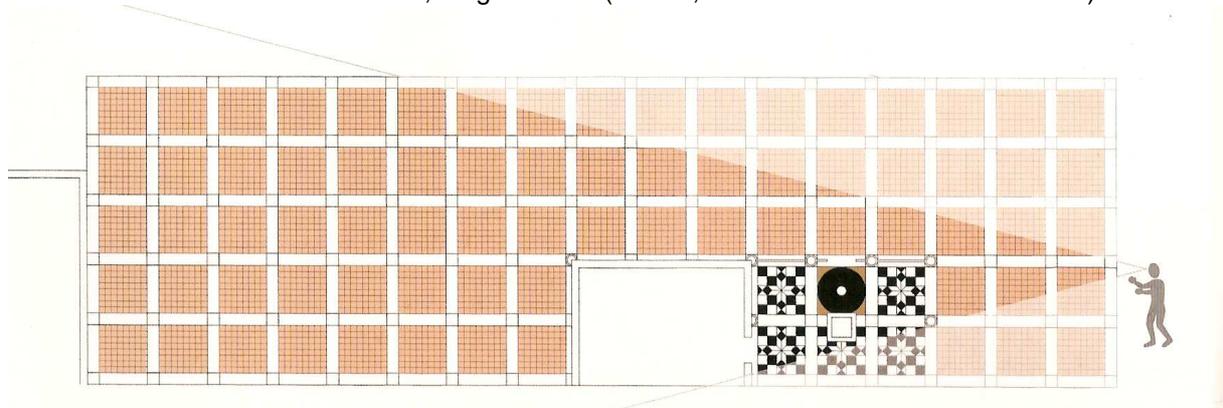
Spallanzani e Luigi Galvani. Tuttavia sul versante etico e politico, l'illuminismo italiano non è inferiore a quello francese, nella concezione della libertà personale e sociale, indipendenza della morale dalla religione e fissazione di criteri politici di buon governo. Essi condividono la forma costituzionale del sovrano illuminato, volto a mettere in atto le riforme necessarie al buon funzionamento della società. L'appena successiva avventura napoleonica è soprattutto una guerra all'Austria e, almeno in parte, regressiva rispetto alle tendenze riformiste allora in atto (mentre la restaurazione reazionaria è una questione solo ottocentesca).



Filippo di ser Brunellesco Lapi (detto Brunelleschi): Veduta prospettica Battistero di Firenze



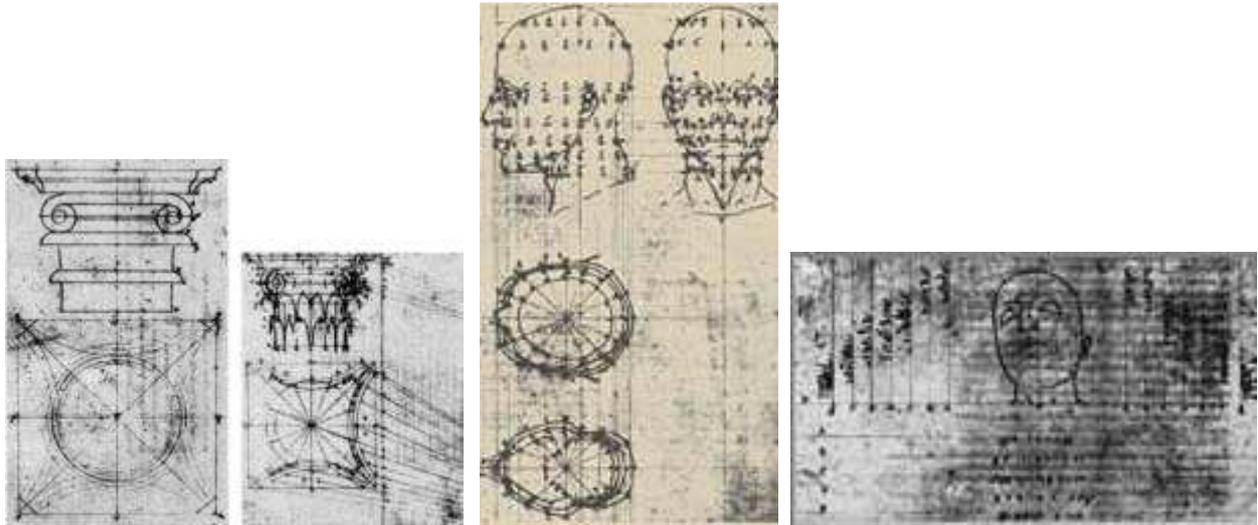
Piero della Francesca ²¹, Flagellazione (Urbino, Galleria Nazionale delle Marche)



Schema prospettico e ricostruzione della prospettiva corrispondenti ²²

²¹ Attorno al 1475, Piero della Francesca compone il primo trattato di prospettiva interamente illustrato: il *De prospectiva pingendi*. L'opera si compone di tre libri che, con esercizi complessi, portano dalla prospettiva di corpi solidi a quella di una testa umana.

²² Nel 1435, l'Alberti termina la stesura latino del primo trattato di prospettiva, il *De pictura*, e lo traduce in volgare l'anno successivo dedicandolo a Brunelleschi. Tale trattato si divide in tre libri, il primo dei quali si occupa essenzialmente di prospettiva.



Piero della Francesca, De prospectiva pingendi

Eccì un'altra prospettiva, la quale la chiamo aerea, imperoché per la varietà dell'aria si può conoscere la distanza di vari edifizii terminanti ne' lor nascimenti da una sola linea: come sarebbe vedere molti edifizii di là da uno muro, che tutti apparissimo sopra alle stremità di detto muro d'una medesima grandezza e tu volessi in pittura fare parere più lontano l'uno che l'altro, è da figurare una aria più grossa. ... In simile aria l'ultime cose viste in quella, come sono le montagne, per la gran quantità dell'aria che si trova infra l'occhio tuo e la montagna, quella pare azzurra, quasi il colore dell'aria quando il sole è per levante (Leonardo da Vinci).



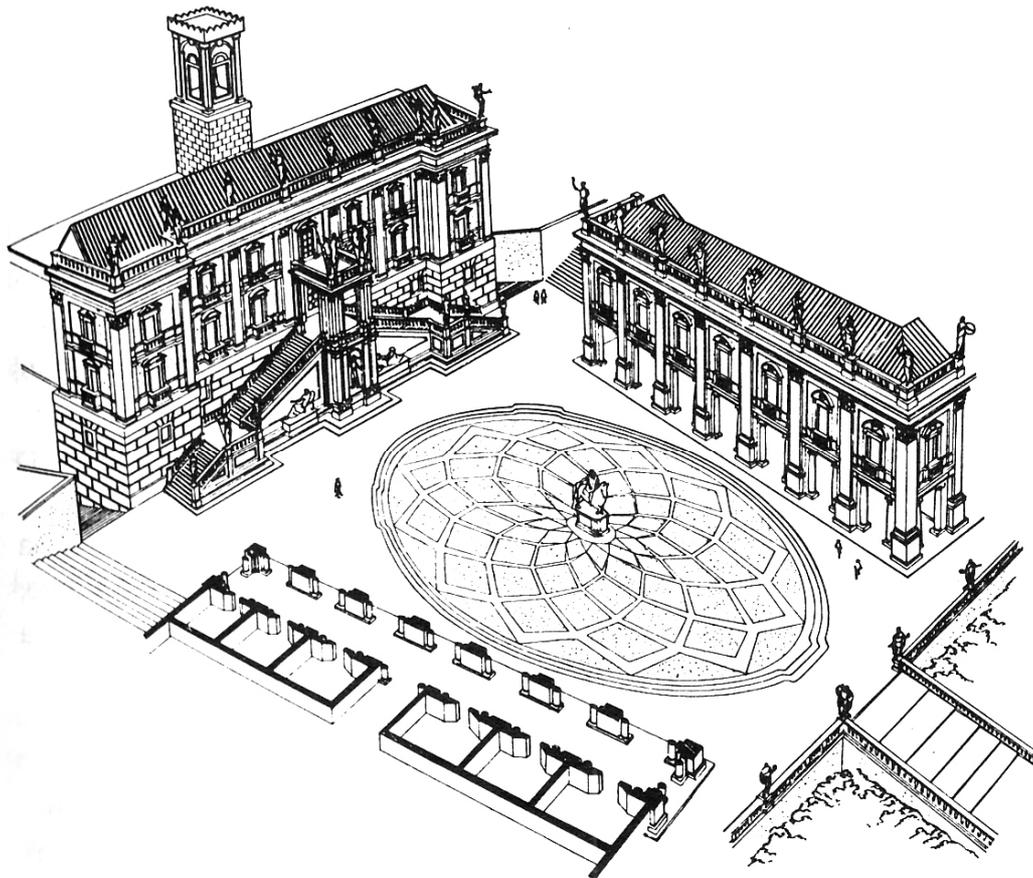
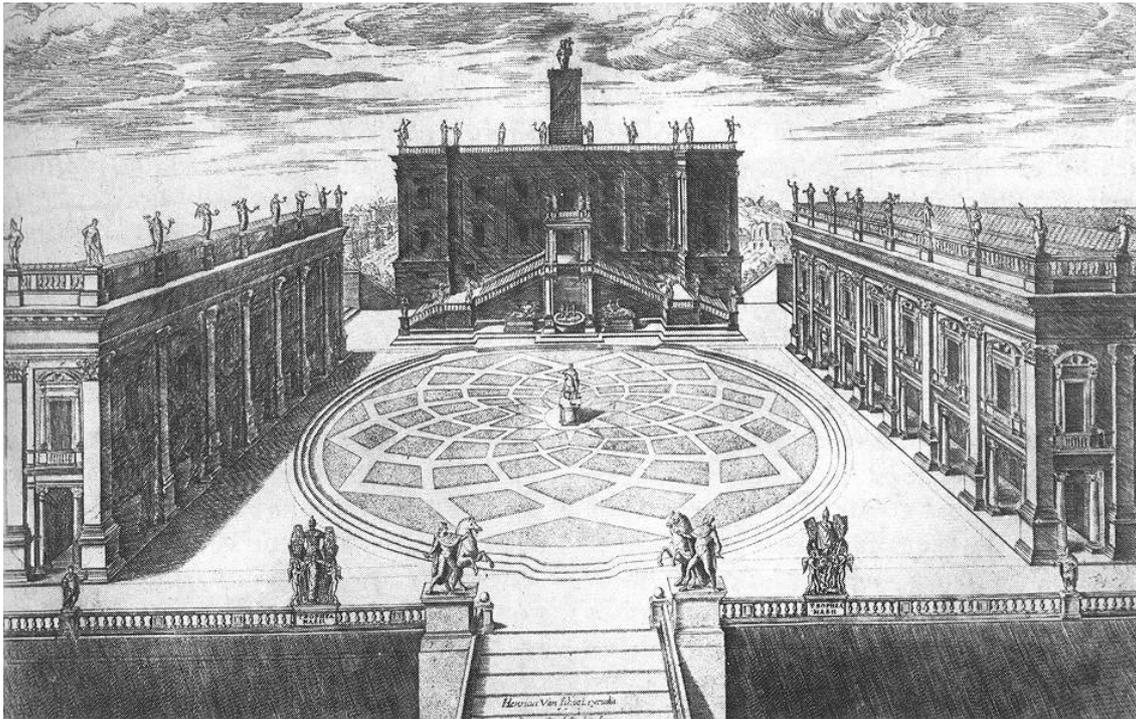
Palladio²³, Villa Capra detta La Rotonda (Vicenza)

Divina è la forza de' numeri tra loro con ragione comparati, né si può dire che sia cosa più ampia nella fabbrica di questa università che noi mundo chiamiamo, della convenevolezza del peso, del numero e della misura, con la quale il tempo, lo spatio, i movimenti, le virtù, la favella, lo artificio, la natura, il sapere ed ogni cosa insomma divina et humana è composta, cresciuta e perfetta (Daniele Barbaro, umanista veneziano, contemporaneo ed amico dell'architetto ed ingegnere Andrea Palladio).

In questo saggio sulla fisica del mondo non è affatto questione di ridurre l'insieme dei fenomeni sensibili a un piccolo numero di principi astratti e razionali. La fisica del mondo ... è una geografia fisica riunita ad una descrizione degli spazi celesti e dei corpi che li riempiono. ... L'unità ... nello sviluppo dei grandi fenomeni è quella delle composizioni storiche. Tutto ciò che dipende da individualità accidentali, dall'essenza variabile della realtà, sia che si tratti della forma degli esseri o degli aggruppamenti dei corpi, sia che si tratti della lotta dell'uomo contro gli elementi e dei popoli contro i popoli, non può essere razionalmente costruito, cioè dedotto da sole idee (A. Von Humboldt, Kosmos²⁴).

²³ La fotografia di La Rotonda palladiana potrebbe sembrare solo un intermezzo, ma serve ad introdurre un eloquente commento, volto a legare la matematica e, in particolare, la geometria con la storia dell'arte che, di questa, fruisce i benefici.

²⁴ L'opera suddetta, redatta in cinque volumi, è una chiara conferma del clima culturale dell'epoca, dove il suo autore: Friedrich Heinrich Alexander Freiherr von Humboldt, naturalista ed esploratore, come suo fratello maggiore: Friedrich Wilhelm Christian Karl Ferdinand Freiherr von Humboldt, linguista e filosofo, sono insigni esponenti di quell'illuminismo tedesco che spazia da Kant a Goethe.



Michelangelo Buonarroti: Piazza del Campidoglio (Incisione di Étienne Dupérac ed assonometria) ²⁵

²⁵ Con riferimento a varie note precedenti, la rinascita della scienza, in Italia, è effettiva solo dalla seconda metà del '700. A riguardo, dopo Spallanzani e Galvani, bastano nomi da Volta a Camillo Golgi e da Marconi ad Enrico Fermi (con Emilio Segrè). Inoltre è dodici il numero di premi Nobel italiani per le discipline scientifiche (compresa la fisiologia e la medicina), mentre è otto quello per le discipline umanistiche (compresa l'economia). Purtroppo tuttavia, in Italia, l'insensata e dannosa frattura tra le due culture permane tuttora.

La rinascita medioevale e la scienza del rinascimento

Un primo compendio della scienza antica è composto da Isidoro di Siviglia. Tuttavia il sapere, in occidente, si concentra solo nelle regioni celtiche (ovvero in Irlanda ed ai margini della Gran Bretagna), come attestato dall'insegnamento di Beda il Venerabile ²⁶. Da qui, solo in età carolingia, torna ad espandersi, nell'Europa continentale, con la fondazione dell'Accademia Palatina. Uno dei suoi direttori è Giovanni Scoto Eriugena, considerato il primo dei grandi scolastici. All'incirca con l'anno mille, prima le repubbliche marinare, con i grandi viaggi e le crociate, e poi i liberi comuni, con le corporazioni artigiane ed i commerci, riavviano anche la circolazione del sapere in occidente. A partire dalle abbazie benedettine, il misticismo neoplatonico diventa misticismo cristiano e costituisce la base per tornare a studiare gli antichi, fare filosofia (con la questione degli universali) e, poco dopo, anche scienza (con alcuni grandi perché, sulle spalle dei giganti) ²⁷, come insegnato da Bernardo di Chartres. La questione degli universali riapre il dibattito filosofico tra realisti platonici (che considerano reale il mondo delle idee) e nominalisti aristotelici (che lo considerano invece puramente convenzionale) ²⁸.

Un contributo, almeno altrettanto importante, è dato dalla conquista araba della Spagna, dove a Cordova (nella Spagna moresca) ha sede un importantissimo centro culturale, cresciuto sulla scorta di quelli di Alessandria, Damasco e Baghdad ²⁹. Infatti con la diffusione dell'islam, si ha la traduzione dal siriano all'arabo di molti testi classici, già tradotti dal greco al siriano ed in persiano ³⁰, dopo la chiusura dell'accademia ateniese. I massimi filosofi dell'epoca sono il persiano Avicenna e l'egiziano Maimonide ³¹. In un contesto culturale molto libero che permette di spaziare dal misticismo allo scetticismo, passando per il razionalismo (ovvero capace di conoscere e valutare Platone e Democrito, come pure Aristotele), a Cordova, Averroé propone una sua comprensione dei testi aristotelici, contribuendo a farli riscoprire in occidente (a partire da Toledo, nella Spagna cattolica della riconquista). La libertà di pensiero è reale; infatti accanto ad Aristotele convivono tesi pluraliste, come quelle di Empedocle. Matematica ³² (con la nuova algebra e la geometria), astronomia (ed ottica) ³³, alchimia e medicina ³⁴ sono le scienze che contribuiscono alla rinascita del sapere, insieme al completarsi di interessi filosofici ³⁵.

La metafisica di Aristotele distingue materia e forma, ma l'interpretazione di Averroé, rifacendosi anche a Democrito, non fa derivare la forma da un dio: creatore e motore, bensì considera la forma intrinseca alla materia (esistente di per sé). La stessa divinità non è più esterna al mondo, ma connessa al tutto esistente e

²⁶ Mosso da problemi di calendario (per le feste religiose mobili), Beda il Venerabile è attento a problemi di calcolo numerico.

²⁷ Presto non più le abbazie, ma le università (Bologna, Parigi, Padova, Tolosa, Oxford, Salamanca, Napoli, Cambridge, Roma, Pisa, Pavia, Praga, Vienna, Colonia, Heidelberg, Lovanio, Upsala, ecc.) diventano le sedi del sapere, dove gli allievi-chierici parlano latino.

²⁸ Roscellino, Pietro Abelardo, Duns Scoto e Guglielmo di Occam si collocano sul primo versante, Anselmo d'Aosta sul secondo. Anselmo d'Aosta è anche noto per la prova ontologica d'esistenza di dio, alla quale Gaunilone obietta che pensare un'isola bellissima, nell'oceano, non significa che essa esista veramente. Riguardo ai limiti oggettivi del dibattito, occorre tenere presente che inizialmente la conoscenza di Platone è pressoché legata al solo Timeo e quella di Aristotele alle sole traduzioni di Boezio.

²⁹ I tartari, subentrati agli arabi, fino al consolidarsi dell'impero turco, tra la fine del '400 ed il tardo '600 (ma non invece i mongoli, pure islamizzati) hanno un grande rispetto del patrimonio culturale ereditato.

³⁰ I primi traduttori sono ebrei o cristiani nestoriani, accolti nel mondo islamico con il solo dovere di pagare una tassa speciale.

³¹ Avicenna è la dizione breve con cui è noto, in occidente, Abū Alī al-Husayn ibn 'Abd Allāh Pur-Sīnā, Maimonide quella dell'ebreo Moshe ben Maimon, detto anche Rambam.

³² In geometria, gli arabi studiano alcune geometrie non – euclidee, a partire dalla critica al quinto postulato di Euclide, e le radici delle equazioni cubiche, legate alla costruzione delle coniche di Apollonio. Gli stessi trovano nell'algebra un'estensione dell'aritmetica, sulla base dei sistemi di numerazione e calcolo proposti dagli indiani.

³³ L'astronomia araba riprende i dettami di Tolomeo, pubblica raffinati cataloghi stellari e descrive il moto della luna. Essa completa lo studio della trigonometria di Ipparco, definendo semicorde (corrispondenti al seno ed al coseno) al posto delle corde sulla circonferenza unitaria. Anche raffinati studi di ottica arrivano ad individuare il problema della rifrazione della luce nei corpi (compresa l'acqua e l'aria).

³⁴ L'alchimia, per la prima volta, supera i segreti delle confraternite dedite ai misteri e spiega metodi di preparazione di sostanze composte. La medicina compendia gli insegnamenti di Ippocrate e Galeno, facendoli arrivare in occidente, principalmente alle scuole di Salerno (con quattro medici: uno latino, uno greco, uno ebreo ed uno arabo) e di Montpellier.

³⁵ Altri contributi arrivano in occidente con i viaggi dei mercanti in estremo oriente, come i viaggi dei Polo in Cina, narrati nel Milione (dettato da Marco Polo a Rustichello da Pisa).

la religione diventa una filosofia panteista. Questa stessa idea filosofica si ritrova nella cabala ebraica (con il neoplatonico Maimonide) ed ancora in Spinoza³⁶. Dopo i primi approcci spagnoli, qualche altro francese ed alcune ripetute scomuniche papali, la metafisica di Aristotele è adottata dal tomismo, ad opera dapprima di Alberto Magno e Tommaso d'Aquino e successivamente di Ruggero Bacone. I tre filosofi sono rispettivamente due domenicani ed un francescano: due ordini mendicanti, spesso in contrasto tra loro, che intendono superare l'ormai superato isolamento abbaziale benedettino, per immergersi nella rinascita della società civile. Tomismo è chiamato il primo approccio, dove Alberto Magno rende compatibile la fisica di Aristotele con le scritture, mentre Tomaso d'Aquino inserisce la metafisica di Aristotele nel pensiero teologico – ecclesiastico³⁷.

La reazione al tomismo, in nome del pensiero platonico – agostiniano³⁸, è considerevole ed annovera, Gioacchino da Fiore (cistercense) e Giovanni Fidanza da Bagnoregio (cioè fra Bonaventura, francescano). Invece il primo francescano, ad aprire ad Aristotele ed al tomismo, ma anche all'empirismo, è Ruggero Bacone che promuove lo studio delle matematiche, dell'astronomia, dell'alchimia e delle scienze naturali³⁹. Un punto d'equilibrio tra il razionalismo tomista e l'empirismo è cercato da Giovanni Duns Scoto, Guglielmo di Occam e Jean Buridan (cioè Giovanni Buridano). Inoltre alla Sorbona di Parigi si osa addirittura proporre di rigettare Aristotele, per rivolgersi allo studio della natura, rifacendosi direttamente all'atomismo di Democrito. Questa tesi è subito combattuta e stroncata, cosicché essa rimane solo un tentativo isolato, ma molto significativo di un clima nuovo (pre – rinascimentale). Sono qui evidenti i limiti della scienza medioevale che, se prepara il terreno, alla rinascita con l'umanesimo, il rinascimento e lo scientismo (tra il '400 ed il '600, dapprima in Italia e poi nuovamente in Francia), è tuttavia succube di un principio d'autorità (irrazionale) e dei dogmi della teologia⁴⁰.

Il rinascimento dapprima italiano e successivamente europeo ha origine nel duecento toscano⁴¹ che sfocia poi nell'umanesimo⁴². In questo periodo, Salvino degli Armati di Firenze costruisce gli occhiali (che facilitano il lavoro degli studiosi, ma paradossalmente inizialmente avversati dall'istituzione ecclesiastica) e Johann Gansfleisch zur Laden zum Gutenberg inventa la stampa a caratteri mobili (che facilita la riproduzione di testi e la loro diffusione), così Aldo Manuzio apre a Venezia una tipografia ed è uno dei primi editori. L'arte e la letteratura sono i prodotti d'eccellenza di questo periodo, mentre la scienza si sviluppa in tempi più lunghi, attraverso la tecnica applicata all'arte ed alla produzione bellica. Il legame tra arte e tecnica è dato dalla scoperta delle leggi della prospettiva e dalle accresciute conoscenze nella statica (per la costruzione di cattedrali gotiche e di edifici rinascimentali, religiosi e civili). Innovazioni tecniche sono presenti in idraulica, con le chiuse leonardesche, nella cartografia, con la costruzione rigorosa di piante topografiche urbane e carte geografiche, nella metrologia, con la comparazione di misure, pesi e monete, e nella statistica, con l'introduzione dei primi registri anagrafici.

³⁶ Collegamenti diretti sono riscontrabili nella poesia siciliana, alla corte di Federico II, e nella mistica della Divina Commedia dantesca.

³⁷ In Aristotele, la fisica è preceduta da una metafisica finalistica, esiste un dio esterno motore del mondo (concepibile razionalmente) ed il sapere enciclopedico chiuso costituisce l'universalità dello scibile. Queste considerazioni rendono Aristotele compatibile con l'ortodossia teologica. Le stesse considerazioni permettono di superare il disinteresse per la scienza, proprio del cristianesimo delle origini.

³⁸ Agostino d'Ippona è uno degli esponenti neoplatonici della tarda patristica.

³⁹ In Ruggero Bacone, sono altresì presenti cedimenti all'astrologia, come tuttavia per altri nel medioevo ed anche oltre.

⁴⁰ Pur sviluppando amore scientifico per l'ordine e la classificazione, la scienza medioevale si perde nell'erudizione minuziosa, a svantaggio di un metodo sperimentale (proprio invece della scienza nuova).

⁴¹ Il duecento toscano è soprattutto fiorentino e senese, ha qualche sua estensione territoriale in Umbria, ad Assisi, ed in Veneto, a Padova, e si prolunga nel primo trecento, quando la peste nera determina una brusca interruzione della crescita, in ogni senso.

⁴² Mentre Dante Alighieri è il massimo esponente letterario della scolastica, Francesco Petrarca, Giovanni Boccaccio, Coluccio Salutati, Leon Battista Alberti, Enea Silvio Piccolomini, Lorenzo Valla, Angelo Ambrogini (detto il Poliziano) sono i rappresentanti di più generazioni di umanisti che aprono la strada al rinascimento italiano.

La reazione filosofica alla tarda scolastica (e soprattutto alle sue degenerazioni dogmatiche) si attua nella riscoperta di Platone, libero tuttavia dalle chiuse interpretazioni agostiniane, bensì collegato alla mistica pitagorica, al determinismo democriteo ed al libertinaggio epicureo (anche questo aspetto è un'innovazione rinascimentale, estranea invece tanto ad Epicureo, nel mondo greco – ellenistico, quanto a Lucrezio, Orazio e Virgilio, nel mondo romano tardo-repubblicano e del primo impero ⁴³). Una conseguenza della riacquisita libertà di pensiero è certamente la riforma protestante (tra la Germania del Nord e la neonata Svizzera, nelle città di Zurigo e Ginevra ⁴⁴) ad opera di Martin Lutero, Huldrych Zwingli (italianizzato in Ulrico Zuinglio) e Giovanni Calvino che ha i suoi antesignani nei moti ereticali medioevali della pataria, del valdismo, dei catari (o albigenesi) e degli hussiti. Tuttavia inizialmente la riforma protestante non è particolarmente aperta alla ricerca scientifica ⁴⁵. Infatti inizialmente la rinascita italiana (con le figure letterarie e politiche di Niccolò Machiavelli e Francesco Guicciardini) ed il papato accolgono positivamente gli sviluppi della scienza, poi la controriforma cambia radicalmente le posizioni ⁴⁶.

Il risveglio delle matematiche avviene già nel basso medioevo (tra altri, ad opera di Fibonacci ed Alberto Magno), ma significativi progressi si hanno solo nel rinascimento. Un legame importante è stabilito tra la geometria e la pittura, con la scoperta delle leggi della prospettiva, ad opera di Brunelleschi, Masaccio e Leon battista Alberti; un poco più tardi, Leonardo e Dürer estendono il legame anche all'ottica. Successivamente Guidubaldo Del Monte fissa i principi geometrici della prospettiva. Questi principi aggiungono ai principi della geometria antica, ripresa dagli arabi, le nozioni di punto di fuga (cui concorrono, nella prospettiva, rette parallele tra loro) e retta di fuga (cui concorrono, sempre nella prospettiva, piani tra loro paralleli). Da qui, Keplero intuisce l'esistenza di punti e rette impropri/e all'infinito; su questi concetti, Desargues fonda la geometria proiettiva (che continua a svilupparsi con Pascal e Poncelet) ed anche le coniche sono raggruppate in una figura (astratta) ⁴⁷. Nello stesso periodo, gli algebristi italiani (Paciolo, Dal Ferro, Tartaglia, Cardano, Ferrari e Bombelli) si occupano di trigonometria e risolvono le equazioni algebriche di terzo e quarto grado ⁴⁸.

Gli sviluppi della meccanica, applicati all'ingegneria ed all'idraulica, partono dalla critica alla concezione del moto di Aristotele e dalla rivalutazione di quella di Democrito. Già Ipparco, nel mondo antico, poi tra altri, dapprima Occam e Buridano, e successivamente Cusano ⁴⁹ e Leonardo esprimono dubbi, in base a differenti valutazioni, anche sperimentali (come il moto dei proiettili) ⁵⁰. Un altro fattore innovativo

⁴³ Il libertinaggio rinascimentale è piuttosto una reazione alle chiusure neoplatoniche agostiniane.

⁴⁴ La riforma si afferma anche nelle Province Unite Olandesi (che si rendono poi indipendenti dalle Fiandre), in Scandinavia ed in Gran Bretagna, mentre fallisce in Francia, nella Germania del Sud, in Austria e nell'Italia del Nord. Per contro, l'Irlanda (con la parziale eccezione del suo nord), il Belgio e la Polonia sono orgogliosamente cattolici, significando ciò una reazione all'espansionismo nazionalista rispettivamente della Gran Bretagna, dell'Olanda e della Germania.

⁴⁵ Nell'ambito della riforma, la tolleranza si avvia con la teoria del diritto naturale e l'indipendenza della legge dalla morale, ad opera di Johannes Althusius (italianizzato in Giovanni Altusio) e Huig Van Groot (italianizzato in Ugo Grozio), e prosegue con l'accettazione della libera ricerca anche scientifica.

⁴⁶ Allora un'inquisizione intollerante e tutto il suo seguito opprimono tutta la cultura italiana ed espellono progressivamente la scienza dal contesto italiano, così l'Italia, per quanto ancora ricca nell'arte barocca, è solo ai margini della cultura europea. Questo impoverimento è significativo in letteratura e parzialmente anche nella musica barocca.

⁴⁷ Infatti una parabola è un'ellisse con un fuoco all'infinito ed i due rami dell'iperbole possono riunirsi all'infinito formando un'ellisse.

⁴⁸ Più tardi, Ruffini trova le radici razionali delle equazioni algebriche di grado qualsiasi, dando anche avvio alla dimostrazione dell'impossibilità di trovare le radici non-razionali. Calcoli approssimati della soluzione di equazioni di grado superiore al quarto sono dati da François Viète (italianizzato in Vieta). Progressi formali che coinvolgono anche la notazione sono presenti nell'Ars Magna di Cardano, discendono da Raimondo Lullo ed arrivano fino a Leibniz ed oltre.

⁴⁹ Pur venato da concezioni mistiche, Cusano concepisce un universo senza frontiera e con centro in ogni luogo, come la superficie di una sfera. Partendo da esperienze tecnico – pratiche (nell'ambito della statica), Leonardo sostiene posizioni simili.

⁵⁰ Su questi concetti, Simon Stevin (di Bruges, italianizzato in Stevino) fonda la statica e l'idrostatica. Anche le scienze della vita sono oggetto di rinnovamento con la chimica, la farmaceutica, la biologia e la medicina, seguendo le strade opposte dell'averroismo arabo e della tradizione neoplatonica alessandrina (entrambi contro le chiusure dogmatiche dell'ultima scolastica). Da Philippus Aureolus Theophrastus Bombastus von Hohenheim (detto Paracelso) a Robert Boyle e poi fino a Antoine-Laurent de Lavoisier, la chimica muove i suoi passi, affrancandosi dall'alchimia, prima con la chimica flogistica della combustione e poi con l'invenzione dell'ossigeno (perché la

rinascimentale sono le scoperte geografiche che, poco dopo, favoriscono la rivoluzione astronomica. Viaggi d'esplorazione medioevali sono quelli dei vichinghi, fino alla Groenlandia ed al Canada, ma alla fine del medioevo, la bussola ⁵¹ diventa lo strumento per le traversate oceaniche, strumentalmente assistite ⁵². Passata dai cinesi agli indiani e poi agli arabi, la bussola arriva in Europa ed è migliorata da Flavio Gioia di Positano (nella repubblica marinara di Amalfi). Così nell'epoca delle scoperte geografiche ⁵³, i portoghesi circumnavigano l'Africa con Bartolomeu Dias e arrivano in India con Dom Vasco da Gama, mentre gli spagnoli (sulla scorta di indicazioni del geografo Paolo dal Pozzo Toscanelli e grazie a Cristoforo Colombo), tentando di arrivare in Giappone e poi in Cina, attraversano l'oceano ⁵⁴ e scoprono le Americhe ⁵⁵.

Filosofia e scienza nel '600 e nel '700

Keplero definisce la geometria del sistema copernicano, stabilendo tre leggi: orbite ellittiche, costanza delle velocità areolari e proporzionalità tra i quadrati dei tempi di rivoluzione ed i cubi dei semiassemi maggiori. Richiami pitagorici collegano i cinque poliedri regolari platonici, scelti opportunamente ed intercalati da sfere, ad una descrizione approssimata della geometria del sistema solare (allora noto), come provato dalla successiva legge empirico – statistica di Titius – Bode ⁵⁶. Galileo fornisce le leggi della dinamica (con l'osservazione di periodi isocroni nelle piccole oscillazioni del pendolo, la legge d'inerzia e l'indipendenza della caduta dei gravi dal proprio peso ⁵⁷) e la prova meccanica della validità fisica del sistema copernicano. Grazie all'uso del telescopio, distrugge la distinzione, filosofica e teologica (divenuta astronomica e fisica),

metallurgia mostra aumenti di peso dei metalli ossidati). La scienza biologica e la medicina si sviluppano, con studi di anatomia e fisiologia umana e studi di anatomia comparata (con gli animali), non solo a Salerno e Montpellier, ma anche nelle scuole di Bologna e Padova (dove Pomponazzi è l'esponente più significativo) ed olttralpe, tra le Fiandre e Basilea (con Andreas van Wesel, italianizzato in Vesalio). Uno dei risultati più importanti, ad opera, tra altri, di Marcello Malpighi e Lazzaro Spallanzani, è la descrizione completa della circolazione sanguinea (distinta in grande e piccola circolazione). Classificazioni di storia naturale (di piante ed animali) si succedono fino alla grande classificazione di Carl Nilsson von Linné (italianizzato in Linneo).

⁵¹ La bussola ha origini cinesi, serve a mongoli per muoversi nelle steppe ed ai cinesi stessi per la navigazione nei mari prospicienti e nell'oceano Indiano, fino all'Africa orientale.

⁵² Mentre la bussola, individuando la direzione del nord magnetico, misura l'azimut di una rotta, l'astrolabio d'Ipparco misura la latitudine di un punto. Si noti invece come la misura precisa della longitudine di un punto sia invece impossibile fino alla costruzione dell'orologio meccanico portatile, alla fine del '600 (infatti la più antica misura, basata sulla velocità del naviglio, è ovviamente alquanto imprecisa).

⁵³ Un'importantissima conseguenza delle scoperte geografiche è la rivoluzione astronomica, conseguente alla proposta del sistema copernicano, ad opera di Copernico (non solo un astronomo, ma anche un medico – umanista che conosce Cicerone, Plutarco e forse Archimede, citando Filolao ed Aristarco). Questa teoria è poi sostenuta e confermata da Keplero e Galileo, mentre dubbioso rimane un altro grande astronomo: Tycho Brahe che propone un sistema misto (geocentrico – eliocentrico). Le scoperte geografiche danno avvio anche a studi di fisica terrestre, proseguendo con studi di meteorologia, magnetismo ed elettricità terrestre. Da questi studi, derivano anche le teorie sulla dinamica delle masse e la gravitazione universale. Allora una nuova concezione filosofica dell'universo che si oppone all'aristotelismo sillogizzante ed alle mistiche neoplatoniche, aprendo al materialismo democriteo, al naturalismo degli antichi (in primis di Lucrezio) ed al metodo induttivo, è presente in Telesio (che parla di forze attive), Bruno (che parla di infiniti mondi, identici alla terra ed al sistema solare copernicano) e Campanella (che si esprime a favore della scienza galileiana e propone modi di procedere simili al Discorso sul metodo cartesiano). I filosofi della scienza, tra la fine del '500 e l'inizio del '700 (Bacone, Galileo, Cartesio, Spinoza, Pascal e Leibniz) riprendono questi approcci.

⁵⁴ Una traversata immaginaria dell'oceano, fino in vista alla montagna del Purgatorio, è già nell'Ulisse medioevale, come narrato in un canto dell'Inferno della Commedia dantesca.

⁵⁵ La conferma dell'esistenza di un nuovo continente arriva da successive spedizioni; dopodiché Fernão de Magalhães (italianizzato in Ferdinando Magellano) compie la prima circumnavigazione del globo, descritta da Antonio Pigafetta. Successive esplorazioni, in America meridionale e settentrionale, sono compiute rispettivamente da Amerigo Vespucci e da Giovanni Caboto e Giovanni da Verrazzano. Solo nel '700 invece, è effettuata l'esplorazione sistematica dell'oceano Pacifico, con la scoperta delle Hawaii, della Polinesia e dell'Australia, ad opera di James Cook (alle dipendenze dell'Armadorato di Londra). La Nuova Zelanda ed altre isole meridionali dell'oceano Pacifico sono scoperte, sempre nel '700, da Abel Janszoon Tasman (al servizio della Compagnia Olandese delle Indie Orientali).

⁵⁶ Estesa ai pianeti scoperti successivamente (compreso Cerere, appartenente alla fascia degli asteroidi), questa legge differisce sensibilmente, dalla geometria effettiva delle orbite, solo per Nettuno. Il suo riferimento diretto alla geometria solida apre anche al mondo delle simmetrie. Infatti attualmente il numero 17 di corpi considerati pianeti e pianeti nani (cioè Cerere, Plutone, Haumea, Makemake ed Iris, compreso tuttavia Sedna appartenente alla nube di Oort) nel sistema solare (compresi i più grandi asteroidi della fascia principale: oltre Cerere, cioè Vesta, Pallade ed Igea) è curiosamente pari al numero delle simmetrie planari, mentre il numero 7 dei corpi visibili, ad occhio nudo (nel sistema solare, compresi il sole e la luna), è pari al numero delle simmetrie lineari. Invece il numero 32 dei satelliti naturali dei pianeti del sistema solare, noti prima dell'avvio dell'esplorazione spaziale (oltre la luna, due di Marte, dodici di Giove, nove di Saturno, cinque di Urano e due di Nettuno, compreso tuttavia Caronte, satellite di Plutone), è pari al numero delle simmetrie spaziali con la restrizione cristallografica, mentre il numero 151 dei satelliti naturali (regolari ed irregolari) dei pianeti del sistema solare è ora in rapida crescita e si avvicina a 230: pari al numero delle simmetrie spaziali senza restrizione cristallografica.

⁵⁷ Questa affermazione già democritea, come la legge d'inerzia, è contraria alle affermazioni della fisica aristotelica.

tra un mondo sublunare corruttibile ed un mondo celeste incorruttibile ⁵⁸, mentre con lo studio del moto dei gravi sul piano inclinato rileva la diretta proporzionalità tra forze ed accelerazioni (e non alle velocità come sostenuto dalla fisica aristotelica), cosicché gli spazi percorsi sono proporzionali ai quadrati dei tempi impiegati (osservazione che richiede il calcolo di integrali definiti e nozioni di analisi matematica).

Newton è studioso di matematica (occupandosi di analisi infinitesimale, con la scoperta delle derivate), meccanica (definendo le tre leggi fondamentali della dinamica), ottica (con lo studio dispersione della luce e delle sue aberrazioni) ed astronomia, dove fonde le leggi di Keplero e quelle galileiane, sulla caduta dei gravi (a riguardo, un contributo originale è la distinzione tra massa, intesa come quantità di materia, e peso, definito come una forza), nella teoria fisica della gravitazione universale ⁵⁹ (come esposto nei *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* ⁶⁰). Questa ultima legge esprime la forza d'attrazione delle masse, come proporzionale al prodotto delle masse stesse ed inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza ⁶¹. Dallo studio di Archimede, come altri a partire dal rinascimento ⁶², Newton getta le basi dell'analisi matematica scoprendo il metodo delle flussioni, dove le forme geometriche hanno una derivazione dalla fisica e, in particolare, dalla meccanica e dinamica ⁶³. I nuovi prodotti dell'analisi matematica permettono la formulazione di una meccanica celeste, volta a completare le leggi di Keplero ⁶⁴, e la legge di gravitazione universale trova una verifica sperimentale nell'esperienza di Henry Cavendish.

Il metodo scientifico galileiano, basato su idee democritee (con anticipazioni nelle tecniche leonardesche) è insieme sperimentale e razionalista, continua ad essere propugnato dagli allievi di Galilei (nell'accademia fiorentina del Cimento ⁶⁵) ed è confermato dal concetto di materia estesa di Cartesio e di qualità primarie (fisico-geometriche) e secondarie (sensibili) di Locke. Inoltre Hume attribuisce il merito del rinnovamento dello spirito dell'Inghilterra direttamente a Galilei. La giustificazione teorica del metodo induttivo è fatta da Francesco Bacone, sostenendo l'empirismo democriteo (in accordo con Telesio e contro l'aristotelismo ed il neoplatonismo), mentre Cartesio rivolge una maggiore attenzione al razionalismo deduttivo. Pertanto osservazioni ed esperienze tengono conto di risultati sia positivi che negativi, cercando di superare errori sperimentali, pregiudizi basati sulle autorità costituite, confusioni di linguaggio ed i limiti propri della natura umana. Dopo l'adozione del metodo galileiano da parte di Marin Mersenne e Gassendi, con ascendenze pitagoriche e platoniche, Cartesio (nel Discorso sul metodo ⁶⁶) e Pascal generalizzano il metodo analitico, applicato alla geometria, definendo un metodo deduttivo a seguito dell'acquisizione di esperienze sensibili.

⁵⁸ Alcune scoperte astronomiche (presentate nel *Sidereus Nuncius*, Venezia, 1610 e nel *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo*, Firenze, 1632) sono le montagne della luna, le macchie solari, le fasi di Venere, i quattro satelliti di Giove: le cosiddette stelle medicee, l'anello di Saturno e l'infinità di stelle della Via Lattea (altri dettagliati commenti sono presenti in *Il Saggiatore*, Roma, 1623).

⁵⁹ L'attrazione gravitazionale è già supposta da Copernico, mentre Cartesio e Huygens confermano la legge d'inerzia, misurano la forza centrifuga proporzionale al quadrato della velocità di rotazione ed individuano casi particolari del principio di azione e reazione.

⁶⁰ L'opera è altresì nota come *Principia*, data la sua importanza, nella storia della scienza e nello sviluppo successivo dell'empirismo.

⁶¹ La scoperta di Urano, ad opera di Frederick William Herschel, evidenzia difficoltà nell'accordare la sua orbita con la suddetta legge. Tuttavia la successiva scoperta di Nettuno, ad opera di Johann Gottfried Galle e Heinrich Louis d'Arrest (prevista matematicamente dall'astronomo e matematico Urbain Jean Joseph Le Verrier, al fine di spiegare le perturbazioni dell'orbita di Urano), mette ordine nell'apparente contraddizione (anche la scoperta posteriore di Plutone ed altri oggetti transnettuniani determina spiegazioni simili).

⁶² In quegli anni, Federico Commandino traduce alcune opere di Archimede, dopodiché Cartesio e Fermat scoprono la geometria analitica (permettendo la visualizzazione di funzioni, tangenti, massimi e minimi, ed altre particolarità), Nepero definisce i logaritmi, Cavalieri ed altri collegano problemi di geometria alla nascente analisi matematica, mentre Torricelli ed altri danno avvio a quel ramo dell'analisi matematica, noto come calcolo differenziale, distinto dall'alto ramo (già conosciuto da tempo), noto come calcolo integrale.

⁶³ E' nota la contemporanea scoperta del calcolo delle derivate, da parte di Leibniz, attento invece agli aspetti algebrici ed analitici.

⁶⁴ Dopo Newton, Eulero, Clairaut, D'Alembert, Lagrange e Laplace sono grandi studiosi di meccanica celeste. La meccanica celeste classica spiega bene quasi tutti i fenomeni osservati nel sistema solare e non solo (ad esempio, i moti di alcune stelle doppie). Un'eccezione è data dall'oscillazione del perielio dell'orbita di Mercurio che richiede correzioni relativistiche.

⁶⁵ Celebre è il motto dell'accademia: provando e riprovando. Un esempio d'applicazione del metodo scientifico galileiano è dato da Pascal, con la misura del peso dell'aria anche in quota (negato da Aristotele), a seguito delle ipotesi e delle esperienze di Torricelli.

⁶⁶ Le opere di Cartesio ed i *Pensieri* di Pascal che seguono le Lettere provinciali, distrutte dopo il conflitto tra il pluralismo dei giansenisti ed il dogmatismo dei gesuiti (e la vittoria di questi ultimi: con l'eccidio degli ugonotti, un passo verso la rivoluzione francese!), fissano le basi del razionalismo continentale di Spinoza, Leibniz e Kant, a sua volta, contrapposto all'empirismo inglese di Locke e Hume.

Questo metodo, esteso alla fisica del movimento ⁶⁷, rileva che la materia ha solo qualità geometriche, in un universo pieno (di materia visibile ed invisibile), dove si hanno azioni causali contigue (nello spazio e nel tempo). L'accettazione ulteriore di azioni a distanza, dovute a forze istantanee, è di Newton che non finge ipotesi a riguardo, data la complessità di spiegazioni ⁶⁸, non riconducibili alle esperienze sensibili ⁶⁹. L'empirismo di Locke (nel Saggio sull'intelletto umano) e Berkeley dà sostegno filosofico al modo di procedere proposto da Newton, rigettando ipotesi rappresentative cui forzare l'osservazione di fatti/fenomeni ⁷⁰. Pertanto il ragionamento induttivo – analitico trae conclusioni provvisorie, accolte finché altri fatti/fenomeni mostrino eccezioni. Allora il risalire (newtoniano ed empirista) dagli effetti alle cause, ove possibile, è fare sintesi. Il procedimento scientifico segue uno schema teorico ascendente, a principi sempre più generali, purché verificabili (o meglio, con un'espressione più moderna, falsificabili), seguendo cammini induttivi del sapere. Agli empiristi resta da comprendere come i sensi forniscano non solo i dati sensibili, ma anche il modo di associarli ed elaborarli, come ai razionalisti di spiegare le idee innate a priori ⁷¹.

Un tentativo di spiegazione, allora proposto da Leibniz nella Monadologia (prescindendo dalle opinioni finalistiche e teleologiche dello stesso, derise da Voltaire nel *Candido*), è contenuto nel principio di ragion sufficiente che collega la realtà sensibile ed un sistema di concetti. Una prima conseguenza di questo principio è il principio di simmetria ⁷², noto già ad Archimede, con l'equilibrio della bilancia ⁷³, e più tardi, confermato da Pierre Curie, nell'ambito di studi sulla radioattività ⁷⁴. Un ulteriore momento di confronto si trova tra il razionalismo di Spinoza e l'empirismo di Hume. Infatti il primo (nell'*Etica*) presuppone coincidenze tra la dipendenza logica dei concetti e la connessione cause-effetti della realtà delle cose. Al contrario, il secondo (nel *Trattato sulla natura umana* ⁷⁵) sostiene, come solo la successione ripetuta (ma non necessaria) dei dati sensibili porti i dati stessi, ad essere assunti costanti (per induzione). Un nuovo tentativo di risposta allo scetticismo empirista è fornito da Kant che, superando il razionalismo di Leibniz, introduce i giudizi sintetici a priori, come lo sono i concetti matematici (ad esempio, per la geometria di Euclide) che lo stesso Kant intende estendere alla fisica (ad esempio, con la fisica di Newton).

Nella *Critica della ragion pura*, Kant fa dipendere la conoscenza dai dati sensibili, tuttavia questi sono analizzati, ordinati, catalogati, interpretati e giudicati, secondo ragione. Lo spazio ed il tempo sono rispettivamente l'ordine della sensibilità esterna ed interna, dipendenti dagli organi di senso. L'intelletto puro contiene dodici categorie, ovvero alcuni schemi trascendentali, necessari alla formulazione dei giudizi sintetici (sulla sostanza e sulla causa delle cose). Esse fanno riferimento a misure di quantità (con gli assiomi dell'intuizione), qualità (con le anticipazioni della percezione), relazione (con le analogie dell'esperienza) e modalità (con i postulati del pensiero empirico). Infatti le serie del tempo esprimono

⁶⁷ La fisica del movimento, prescindendo dalle astrazioni contenute nella teoria dei vortici, fa preciso riferimento al funzionamento di una macchina ed introduce al meccanicismo.

⁶⁸ Già le obiezioni di Gassendi alle *Meditazioni metafisiche* di Cartesio si muovono in questa direzione.

⁶⁹ Una teoria innovativa, relativa alla gravitazione universale, si ha solo con Einstein e la teoria della relatività generale, dove la presenza di grandi masse determina curvature dello spazio.

⁷⁰ Un'eccezione è data dall'ottica dello stesso Newton, con la teoria dell'emissione, contrapposta alla teoria dell'ondulazione di Huygens, oggi considerata corretta, con la conoscenza sperimentale delle onde elettromagnetiche e delle sue leggi fisiche.

⁷¹ Questo problema è ancora parzialmente aperto, in quanto solo alcune recentissime indagini scientifiche, basate su osservazioni ed immagini neurologiche, hanno mostrato il funzionamento cerebrale, nell'elaborazione di azioni, sentimenti ed idee.

⁷² La simmetria è un campo ampio, largamente impiegato nelle scienze. Nell'ambito delle discipline del rilevamento, particolari errori sistematici, gruppi di movimenti rigidi e relazioni topologiche possono essere studiati facendo riferimento a gruppi di simmetrie.

⁷³ La verifica dell'equilibrio consiste, come noto, nello scambio di pesi uguali, tra i suoi due piatti.

⁷⁴ Un altro principio, discendente dal principio di ragion sufficiente, è la risposta a condizioni di massimo e minimo. Questo principio, ben noto in fisica, ha applicazioni anche nelle discipline geodetiche e cartografiche, ad esempio, con il calcolo di linee geodetiche, la definizione di particolari superfici cartografiche (a deformazioni contenute angolari o superficiali, oppure miste) ed il trattamento delle osservazioni, secondo criteri di minimizzazione degli errori (avendo cura di garantirne un'individuazione robusta, oppure di ottimizzare la precisione delle stime).

⁷⁵ Significativo è il sottotitolo del saggio: Un tentativo di introdurre il metodo sperimentale di ragionamento negli argomenti morali.

quantità, in termini di unità, pluralità e totalità, così tutti i fenomeni intuiti sono quantità estensive, misurate mediante numeri. Il contenuto del tempo manifesta qualità, come la realtà (cioè l'essere nel tempo), la negazione (cioè il non-essere) e la limitazione-produzione (cioè il passare da essere a non essere o viceversa). Pertanto ogni fenomeno percepito è caratterizzato da quantità intensive, misurate con gradi differenti d'intensità.

A sua volta, l'ordine del tempo dimostra relazioni, quali sostanza ed accidente (ovvero la permanenza o meno nel tempo, di fronte al cambiamento), causa ed effetto (ovvero la successione irreversibile nel tempo, perché i cambiamenti avvengono secondo leggi di causa-effetto) ed azione reciproca (ovvero la simultaneità nel tempo, cosicché tutte le sostanze, percepibili come simultanee nello spazio, si trovino in un'azione reciproca universale). Infine l'insieme del tempo testimonia modalità, cioè possibilità (ovvero esistenza, in un tempo qualsiasi, perché è possibile l'accordo, con le condizioni formali dell'esperienza), esistenza (ovvero esistenza, in un tempo determinato, perché è reale tutto ciò che è in accordo con le condizioni materiali dell'esperienza) e necessità (ovvero esistenza, in ogni tempo, perché esiste necessariamente tutto quello che è in accordo con le condizioni universali dell'esperienza). Oltre all'estetica trascendentale con lo spazio ed il tempo, ed alla logica analitica trascendentale delle categorie, la dialettica trascendentale con psicologia, cosmologia e teologia razionali (assunte come concetti metafisici di anima, mondo e dio ⁷⁶) conclude la prima critica, enunciando l'impossibilità di qualsiasi costruzione metafisica ⁷⁷.

Buona parte dell'appena successivo movimento romantico tedesco e dell'idealismo (che, più tardi, ne esprime la filosofia) è estraneo alla scienza, talvolta anche fiero oppositore, contrariamente invece a tutte le premesse settecentesche. Tuttavia il suo superamento porta ad una nuova apertura verso la storia naturale ed una scienza umanizzata, con il Kosmos di Alexander von Humboldt. Dopodiché le teorie naturalistiche proseguono con l'evoluzione biologica di Lamarck e si completano, superando errori precedenti, con la selezione della specie di Darwin. Premessa culturale, a questa nuova apertura, è la filosofia del positivismo che si avvia con Comte e prosegue con Stuart Mill, proponendo la costruzione di un'unica grande sintesi unitaria di tutte le scienze. Seguito culturale è il pragmatismo americano, dove postulando la storicità del sapere, il successo di una teoria è ben valutato dalle conseguenze pratiche ed utili dedotte. Esso è impersonato principalmente dal logico – matematico Charles Sanders Peirce e dallo filosofo – psicologo William James. Il biologismo naturalista di Mach ed il materialismo storico di Marx ed Engels forniscono esempi da ambo i lati della natura fisica e della storia economica e sociale ⁷⁸.

⁷⁶ Ancora una volta ribadendo il totale disinteresse per qualsiasi attenzione cabalistica, ma constatando volentieri l'esistenza di numeri che si rincorrono nelle varie e differenti classificazioni costruite dall'umanità, è interessante notare come:

- ❑ il numero 17, ottenuto sommando le due idee a priori dello spazio e del tempo, alle dodici categorie (di quantità: unità, pluralità, totalità; di qualità: positività, negatività, limitazione; di relazione: sostanzialità, causalità, reciprocità; di modalità: possibilità, realtà, necessità) ed ai tre (inutili) concetti metafisici kantiani/i (a cavallo tra illuminismo e romanticismo, dopo un periodo di forte crescita delle conoscenze tra umanesimo, rinascimento e scientismo) coincide con il numero 17 delle simmetrie planari;
- ❑ il numero 7 dei comandamenti etici (cui si aggiungono tre comandamenti religiosi a completare il decalogo biblico), nel mondo antico, sia invece pari al numero 7 delle simmetrie lineari;
- ❑ il numero 32 dei commi della Dichiarazione universale dei diritti dell'uomo dell'ONU (comprendendo oltre ai trenta articoli anche il Preambolo e la specificazione solenne della parte dichiarante, ovvero l'intera Assemblea Generale), nel mondo contemporaneo, sia ancora pari al numero 32 delle simmetrie spaziali, tenuto conto della restrizione cristallografica.

⁷⁷ Del resto, il clima culturale, dopo gli empiristi inglesi e gli illuministi francesi, chiede giustificazioni razionali alla politica, alla filosofia ed alla morale.

La seconda critica kantiana è la Critica della ragion pratica (completata dalla Metafisica dei costumi) dove Kant, anche a seguito degli eccessi della rivoluzione francese, pone limiti all'azione umana con la definizione di un imperativo categorico, verso il conseguimento del sommo bene.

La terza ed ultima critica kantiana è la Critica del giudizio che, prendendo in considerazione il problema del bello, costituisce uno dei punti d'avvio del romanticismo tedesco, affianco a tutte le opere di Goethe nella seconda metà della sua vita.

⁷⁸ Nuova opposizione alla scienza è espressa invece dal neo-idealismo di Benedetto Croce e dall'intuizionismo di Henri Louis Bergson.

In ambito europeo, contrastando derive e degenerazioni filosofiche (idealiste e spiritualiste), la filosofia della scienza si struttura ad opera di matematici e scienziati, come rispettivamente Maxwell e Lord Kelvin (con lo studio dell'elettromagnetismo e della termodinamica), oppure Lobačevskij, Bolyai e Riemann (con la definizione delle geometrie non-euclidee). Un altro esempio è fornito dall'abbandono del concetto di moto assoluto, a vantaggio di quello relativo, fino alla formulazione della teoria della relatività (con un percorso di studi che va da Poincaré ad Einstein). Una rivoluzione che porta a negare l'ordine naturale delle conoscenze è poi messa in atto anche nella logica ⁷⁹, tra altri, ad opera di Federico Enriques. Con essa, cadono insieme tutti i giudizi a priori analitici (tipici dei razionalisti) e sintetici (proposti da Kant per i concetti matematici), rimanendo solo quelli sintetici a posteriori (usati dagli empiristi) che rimandano all'induzione comprovata da esperienze ripetute. La verifica di una teoria sta allora nel suo essere falsificabile, con una determinata esperienza che la supera, e la sua accettazione provvisoria discende da un calcolo probabilistico degli eventi favorevoli, rispetto a quelli considerati contrari (perché oltre ragionevoli limiti d'errore).

Attualmente la filosofia della scienza discute sul significato della falsificazione. Infatti se ogni teoria è un'invenzione (e non una scoperta reale), allora non si tratta più di falsificazione, ma di incommensurabilità di ogni teoria scientifica, non potendo più tradurre una nell'altra, per compararle tra loro. Estremizzando si arriva al relativismo ed allo scetticismo totale. Invece l'introduzione del calcolo probabilistico (ovvero l'assunzione di un determinato rischio) stabilisce livelli significativi d'accordo possibile (cioè di verificabilità) e, nel contempo, la potenza dell'inferenza (ovvero l'assunzione di un secondo rischio) su ipotesi alternative (cioè di falsificabilità). Queste assunzioni non eliminano relativismo e scetticismo, ma li rendono moderati. A tutto ciò occorre aggiungere una buona dose di eclettismo che, facilitando la circolazione della cultura, favorisce un umile coordinamento tra scienza, politica ed etica. D'altra parte, se la storia è macchiata di colpe gravi e nessuno è innocente, non è innocente anche la scienza dopo le bombe atomiche, le guerre chimiche e batteriologiche, le devastazioni di grandi ambienti naturali, le degenerazioni di manipolazioni genetiche, i grandi fratelli informatici e telecomunicazionisti, le moderne povertà e schiavitù, ecc.

Gioia, bella scintilla divina, ...
 noi entriamo ebbri e frementi
 celeste, nel tuo tempio.
 La tua magia ricongiunge
 ciò che la moda ha rigidamente diviso,
 tutti gli uomini diventano fratelli,
 dove la tua ala soave freme.
 L'uomo a cui la sorte benevola,
 concesse di essere amico di un amico,
 chi ha ottenuto una donna leggiadra,
 unisca il suo giubilo al nostro! ...

Lieti, come i suoi astri volano
 attraverso la volta splendida del cielo,
 percorrete, fratelli, la vostra strada, / gioiosi ...
 Abbracciatevi, moltitudini!
 Questo bacio vada al mondo intero fratelli, ...
 (Friedrich von Schiller ⁸⁰, Alla Gioia)

A egregie cose il forte animo accendono
 l'urne de' forti, ... e bella
 e santa fanno al peregrin la terra / che le ricetta ...
 (Ugo Foscolo, Dei Sepolcri ⁸¹).

⁷⁹ All'inizio del '900, Hilbert stila una lista di 23 problemi matematici ancora aperti. Una prima osservazione curiosa rileva che 23 è l'anagramma di 32 e un decimo di 230: due numeri legati tra loro per mezzo delle simmetrie spaziali. A distanza di un secolo, 17 problemi (altro numero d'interesse collegato alle simmetrie planari) sono risolti, anche se non tutte le soluzioni sono universalmente accettate, mentre altri 7 problemi (dato che, ai sei problemi rimanenti, ne è stato aggiunto un altro, omesso precedentemente) sono tuttora irrisolti. Per il 2000, l'Istituto Matematico Clay (una fondazione privata no-profit con sede a Cambridge nel Massachusetts) stabilisce 7 nuovi problemi (un altro numero d'interesse collegato alle simmetrie lineari) tuttora aperti.

Una seconda osservazione mette in luce, come Gödel enunciò, poco dopo, con il teorema di indecidibilità che non tutte le affermazioni matematiche possono essere provate. Questo teorema, assieme a principi analoghi di indeterminazione e complementarità, formulati rispettivamente da Heisenberg e Bohr, nell'ambito della fisica dei quanti, mostra i limiti della logica e la crisi della scienza. Oggigiorno poi sarebbe molto più corretto dire le crisi delle scienze e delle tecniche, così come del mondo e delle società nelle quali esse sono immerse (dalla guerra permanente alla crisi economica e sociale, fino alle tante contraddizioni di questo paese, così poco normale).

⁸⁰ Lo Sturm und Drang (ovvero: tempesta e penetrazione) è un movimento pre-romantico (e para-illuministico) tedesco, patrocinato da Herder cui Schiller e lo stesso Goethe, da giovane, sono culturalmente vicini. A differenza di buona parte del successivo romanticismo (idealista), esso non è avverso alla scienza, seppure maggiormente interessato alle diverse culture.

⁸¹ Gli uomini che cercano, finché altri uomini continuano a farsi le loro domande (od altre domande successive), non muoiono mai ...

Alcune importanti citazioni, dai principali filosofi dell'epoca, sono riportate a testimonianza⁸².

⁸² Le prime riguardano direttamente il valore intrinseco del metodo scientifico-sperimentale (galileiano e newtoniano).

Il metodo di ricerca eguaglia quasi gli ingegni e non lascia molto spazio all'eccellenza dei singoli ingegni, perché li stringe tutti con certissime regole e dimostrazioni (Francesco Bacone, *Il nuovo organo*).

Cogliere tanto accuratamente e rendere tanto facili le vie che sono aperte agli uomini per la cognizione della verità, cosicché ognuno che abbia appreso alla perfezione questo metodo ... possa vedere non esserne preclusa assolutamente nessuna. ... Tutte le volte che applicherà la mente alla conoscenza di qualche cosa, o la conoscerà completamente, oppure la scorgerà con certezza dipendere da qualche esperienza ... oppure infine dimostrerà che la cosa ricercata è al di sopra di ogni capacità (Cartesio, *Discorso sul metodo*).

La cosa sta qui come per gli strumenti materiali per i quali si potrebbe fare lo stesso ragionamento così: per forgiare il ferro c'è bisogno del martello, ma per avere il martello bisogna farlo e per farlo ci vuole un martello e ci vogliono altri strumenti per avere i quali ci vogliono altri strumenti e così all'infinito. In questo modo uno potrebbe illudersi di dimostrare che gli uomini non hanno nessun potere di forgiare il ferro. Invece gli uomini dapprincipio poterono fare, con strumenti naturali, per quanto con fatica e imperfettamente, e dopo queste altre più difficili con minore fatica e con maggiore perfezione, e così gradualmente da opere semplicissime, passando all'invenzione di strumenti, mediante i quali costruirono altre cose e altri strumenti, sono arrivati a produrre tante e tanto difficili cose con poca fatica (Spinoza, *Trattato teologico-politico*).

Altre citazioni mettono in guardia tutti quanti e, in particolare, gli studiosi contro i pericoli costituiti dai dogmatici.

La ragione non è nata con noi come la sensazione e la memoria, e non si acquisisce soltanto con l'esperienza come la prudenza, ma la si consegue con l'industria, cominciando con la corretta attribuzione dei nomi e impadronendosi successivamente di un metodo buono e ordinato nel procedere degli elementi che sono i nomi, alle asserzioni che risultano dalla loro connessione e ai sillogismi che sono connessioni di asserzioni, fino a raggiungere la conoscenza di tutte le conseguenze dei nomi che appartengono all'argomento in questione e questo è ciò che gli uomini chiamano scienza (Hobbes, *Leviatano*).

La ragione, con loro, è sprecata; essi le sono superiori ... sentono dentro di sé la mano di un dio che li muove, ... e non possono essere in errore in ciò che sentono. ... Non sarebbe forse ridicolo chi esigesse una prova per mostrare che la luce brilla e che egli la vede. ... La vediamo come vediamo la luce del sole a mezzogiorno e non ci fa bisogno il crepuscolo della ragione per mostrarcela. Questa luce del cielo è forte, chiara e pura; essa porta con sé la propria dimostrazione; se noi volessimo la ragione, tanto varrebbe come prendere una lucciola, perché ci assista nello scoprire il sole (Locke, *Saggio sull'intelletto umano*).

Ancora altre citazioni servono a puntualizzare aspetti caratteristici del dibattito sulla conoscenza e le conoscenze scientifiche.

Invece di tenerci per mano e guidarci l'un l'altro per assicurarci il cammino comune, corriamo a caso o di traverso, e ben lontani dall'aiutarci o dal sostenerci, ci urtiamo anche gli uni con gli altri. E così non solo non avanziamo, ma neppure sappiamo dove ci troviamo. Andiamo ad affondare nella palude e nelle sabbie mobili dei dubbi senza fine, dove non c'è nulla di solido né di stabile, oppure ci inoltriamo in errori pericolosi (Leibniz, *Scritti filosofici*).

Se esamino il sistema tolemaico e quello copernicano, ... mi sforzerò solo di arrivare a conoscere la condizione reale dei pianeti; cioè in altre parole, cercherò di dare ad essi, nella mia rappresentazione, le medesime relazioni in cui trovano l'uno con l'altro nei cieli. Sembra che per questa operazione della mente esista sempre, per quanto spesso ignoto, un modello reale nella natura delle cose; e la verità o la falsità non mutano con il mutare delle percezioni degli uomini. Se anche tutta la specie umana dovesse definitivamente concludere che il sole si muove e la terra sta ferma, il sole non si sposterebbe certo di un pollice dal suo posto per tutti questi ragionamenti, e queste conclusioni rimarrebbero eternamente false ed errate. ... Ma per quanto riguarda le qualità del bello e del brutto, del desiderabile e dell'odioso, le cose non stanno allo stesso modo ... In questo caso la mente non si limita ad osservare i propri oggetti quali essi sono, ma ricava inoltre dall'osservazione un sentimento di piacere o di dolore, di approvazione o di biasimo, e questo sentimento la spinge ad attribuire gli epiteti di bello o brutto, desiderabile o odioso. E' ora evidente che questo sentimento deve dipendere dalla particolare costituzione o dalla struttura della mente che pone certe forme particolari in condizioni di agire in questo modo e di produrre una simpatia o una conformità tra la mente e i suoi oggetti (Hume, *Saggi morali e politici: Lo scettico*).

L'esperienza stessa è una sintesi di percezioni che accresce il concetto che ho per mezzo di una percezione, mediante altre percezioni che sopraggiungono. Noi crediamo di poter anche uscire a priori del nostro concetto, ed ampliare così la nostra conoscenza. Questo noi tentiamo, mediante l'intelletto puro rispetto a quello che può sapere essere almeno oggetto dell'esperienza, o mediante la ragion pura, rispetto a proprietà delle cose, o ben anche rispetto all'esistenza degli oggetti che non possono incontrarsi mai nell'esperienza. ... Che la luce solare, la quale illumina la cera, insieme la fonde, laddove indurisce l'argilla, nessun intelletto può indovinarlo dai concetti che si abbia anticipatamente di queste cose, né tanto meno dedurlo per leggi, e solo l'esperienza può istruirci di una legge come questa. ... Sebbene non ci sia dato mai di sorpassare immediatamente il contenuto del concetto, nondimeno possiamo interamente a priori ... conoscere la legge del rapporto di una cosa con le altre. Quando la cera prima solida si squaglia, io posso a priori conoscere che deve esserci stato un'antecedente (per esempio, il calore del sole), cui questo fatto è seguito secondo una legge costante, benché io senza esperienza non possa, a priori e senza attendere l'ammaestramento dell'esperienza, conoscere determinatamente né dall'effetto la causa, né dalla causa l'effetto. ... Le cose da noi intuite non sono in se stesse ciò per cui le intuiamo e i loro rapporti non sono in se stessi tali quali ci appaiono; cosicché sopprimendo il nostro soggetto o anche soltanto la disposizione soggettiva dei sensi in generale, ne seguirebbe la dissoluzione di ogni qualificabilità e di ogni relazione degli oggetti nello spazio e nel tempo, anzi dello spazio e del tempo stessi. In quanto fenomeni, essi non possono esistere in sé, ma soltanto in noi. Che cosa siano gli oggetti presi in se stessi a prescindere dalla intera recettività della nostra sensibilità, ci è del tutto ignoto. Ciò che noi conosciamo è soltanto il nostro modo di percepirli, modo che ci caratterizza. ... (Kant, *Critica della ragion pura*).

L'intelletto, proprio con l'ammettere i fenomeni, ammette anche l'esistenza delle cose in sé, e pertanto noi possiamo dire che non sia soltanto ammissibile, ma anche indispensabile la rappresentazione di tali esseri che sono di fondamento ai fenomeni, e puri esseri intelligibili (Kant, *Prolungamenti ad ogni futura metafisica che si presenterà come scienza*).

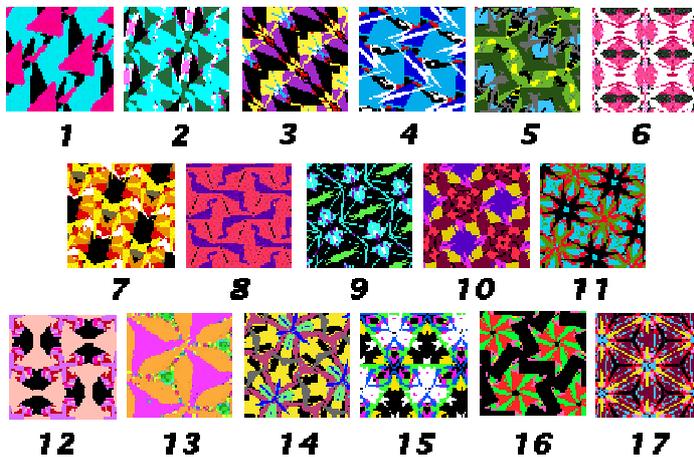
Secondo l'opinione controcorrente di Russell, riportata nella sua *Storia della filosofia occidentale*, Kant non ha accolto gli argomenti scettici di Hume (e dell'empirismo inglese) e la sua filosofia è ancora una forma tipica del razionalismo tedesco.

Nome	Immagine	Facce		Spigoli	Vertici	Incidenza dei vertici
Tetraedro		4	triangoli	6	4	3
Esaedro o cubo		6	quadrati	12	8	3
Ottaedro		8	triangoli	12	6	4
Dodecaedro		12	pentagoni	30	20	3
Icosaedro		20	triangoli	30	12	5

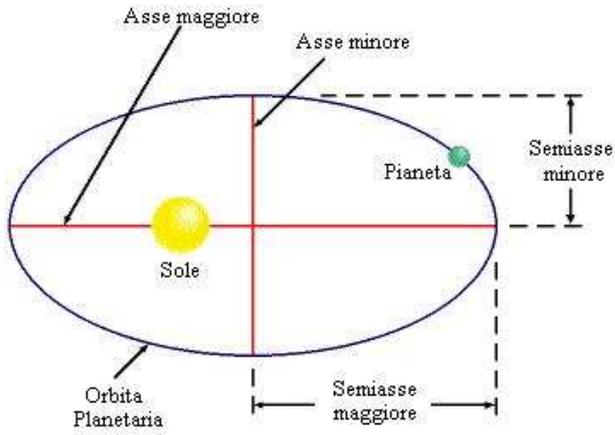
I cinque poliedri convessi regolari (altrimenti detti solidi platonici)



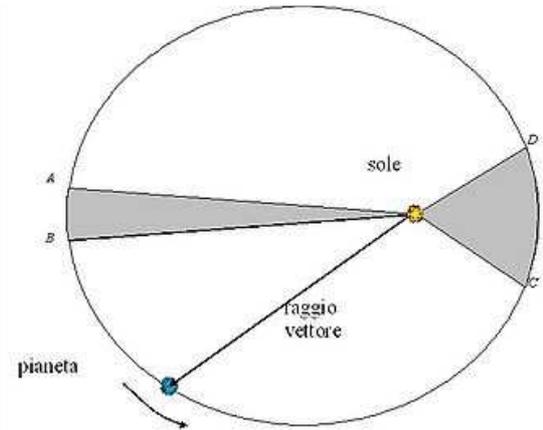
Le orbite dei pianeti del sistema solare



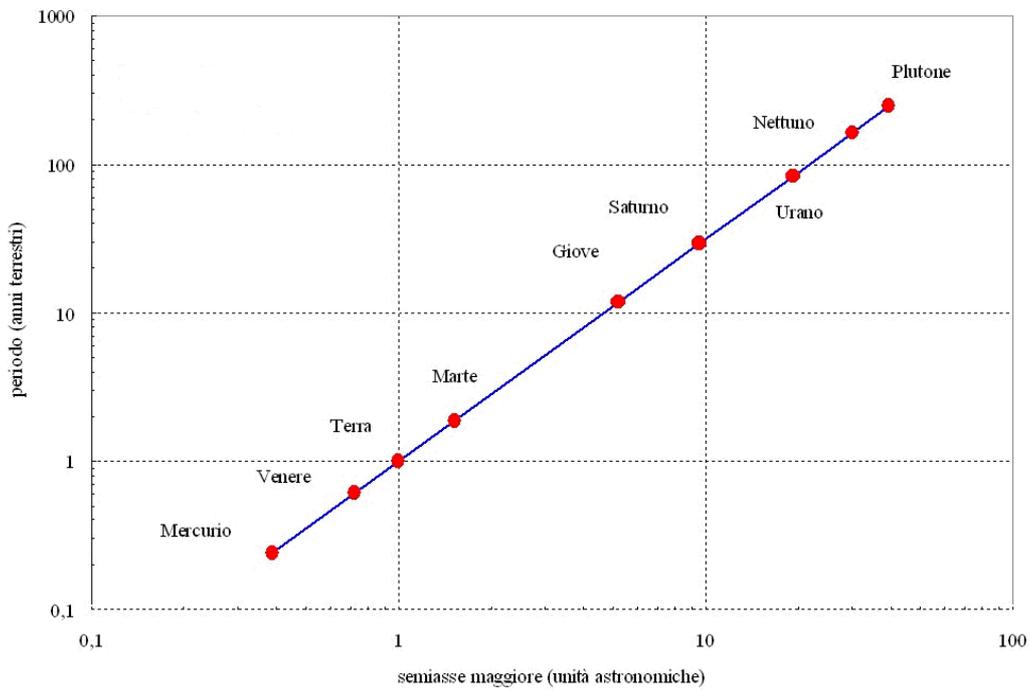
I 17 gruppi di simmetrie planari



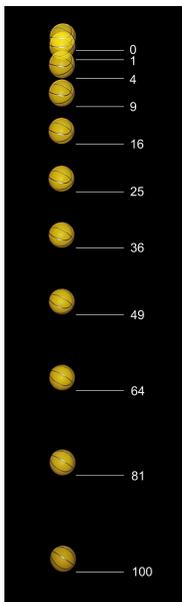
La prima legge di Keplero



La seconda legge di Keplero



La terza legge di Keplero ed i pianeti del sistema solare



Caduta libera di in grave nel campo di gravità terrestre

Lo sviluppo della tecnica tra il '600 ed il '700

Tecniche particolari (come i mulini ad acqua e le fucine per la lavorazione dei metalli) esistono già nel mondo antico e ricompaiono nel basso medioevo, per estendersi nel rinascimento. Comunque solo il '600 ed il '700, innovazioni sostanziali, nel campo della tecnica, aprono la strada alla rivoluzione industriale che prende vero avvio nell'800 e passa poi, nel '900, attraverso una sua seconda e terza fase. Primo esempi di applicazione rigorosa del metodo galileiano – newtoniano, in ambiti esterni alla dinamica, sono di Huygens e Daniel Bernoulli, rispettivamente sull'elasticità dei corpi deformabili e sulla teoria cinetica dei gas⁸³. In particolare, gli sviluppi successivi della seconda teoria portano a considerare leggi statistiche, per spiegare il comportamento medio di fenomeni disordinati, con un ordine solo probabilistico. La macchina a vapore, la locomotiva ed il telaio meccanico sono i prodotti tecnologici derivati insieme dall'esperienza di chi lavora negli opifici e dagli studi scientifici che permettono l'evoluzione della tecnica. In questo modo, è possibile pompare l'acqua che allaga le miniere, trasportare materiali pesanti (in primis, carbone e metalli) con facilità e tessere tessuti, utilissimi in un mondo di gente, per lo più, vestita di panni e stracci.

Lo studio dell'elasticità invece, oltre a completare problemi di statica (superando i vincoli dati dai corpi rigidi), apre la via allo studio dell'acustica (e completa studi di ottica). Pertanto la propagazione delle onde in un mezzo elastico (generalmente l'aria, ma anche l'acqua, oppure un mezzo solido) fa riprendere, a Galileo, Mersenne e Gassendi, lo studio dei suoni (studiati già nell'antichità dalla scuola pitagorica), in termini di altezza delle note e velocità delle vibrazioni. Newton, Eulero, Daniel Bernoulli, Lagrange e D'Alembert continuano questi studi. Una diretta conseguenza delle accresciute conoscenze acustiche è la costruzione del clavicembalo ben temperato, poi del forte-piano e successivamente del pianoforte, così come di organi meccanici, dove sono presenti dodici note (e non più sette come nel medioevo, oppure addirittura cinque come nella musica antica occidentale ed in quella extraeuropea). La figura e l'opera di Johann Sebastian Bach (pur riconoscendo alcuni importanti contributi musicali precedenti), con l'arte della fuga ed il superamento della polifonia, sono una delle migliori testimonianze del salto di qualità avvenuto nella produzione musicale dell'epoca.

Più complessi sono gli studi sulla luce che si avviano con Cartesio, Robert Hooke e Huygens (in particolare, lo stesso Huygens spiega anche i fenomeni di riflessione e rifrazione della luce), supponendo una vibrazione elastica dell'etere (che dovrebbe riempire ciò che appare vuoto). La teoria ondulatoria per l'ottica, oggi accolta, è comunque formulata solo in analogia a quella acustica. Galileo ipotizza invece una propagazione granulare, con velocità finita, ma questa velocità è misurata effettivamente verso la fine del '600, in relazione alle eclissi dei satelliti di Giove, e confermata da Foucault, solo nell'800. L'ottica di Newton riprende le ipotesi galileiane, propendendo per una propagazione granulare (o balistica) della luce. Infatti spiegando ugualmente riflessione e rifrazione, nonché la propagazione rettilinea, evita discorsi astratti sull'esistenza dell'etere. La scelta, pressoché definitiva⁸⁴, per la teoria ondulatoria è poi compiuta da Eulero che riesce a spiegare anche la dispersione dei colori newtoniana. Gli sviluppi dell'ottica hanno un'immediata ricaduta nel perfezionamento degli strumenti di misura astronomici, geodetici e marittimi (per la navigazione) e ricadute indirette per la galassia delle immagini (dalle camere lucide alle foto-camere, ecc.).

⁸³ Dalla teoria cinetica dei gas derivano gli studi sul calore, in parte, anticipati da Bacone, Galileo, Gassendi e Cartesio. Hooke e Boyle distinguono la temperatura, dal calore e, a sua volta, questo dal fuoco, aprendo la strada alla terminologia di Fourier, già nel primo '800 (dello stesso periodo è anche il principio di conservazione dell'energia e l'equivalenza tra calore e lavoro ad opera di Joule), ed alla termodinamica, nella seconda metà dell'800 (dove Maxwell e Boltzmann spiegano i fenomeni irreversibili, ricorrendo alla maggiore probabilità dei moti disordinati, rispetto a quelli regolari).

⁸⁴ La ragione dell'avverbio dubitativo risiede nel fatto che, nel corso dell'800, i fenomeni di diffrazione, interferenza e polarizzazione della luce sembrano riaprire il dibattito scientifico a riguardo.

L'elettromagnetismo è l'ultima branca della fisica classica ad essere investigata; infatti inizialmente i fenomeni elettrici e magnetici sono così poco conosciuti, da impedire il loro studio, con i metodi sperimentali ed analitici della fisica. Verso la fine del '700, Benjamin Franklin: un americano (il primo in assoluto ad essere coinvolto nella ricerca scientifico-tecnologica), spiega il fulmine come un fenomeno elettrico e Charles Augustin de Coulomb estende ai corpi, elettrici e magnetici, le leggi di attrazione gravitazionale tra le masse, formulate da Newton. Esperimenti sull'elettricità sono svolti da Galvani, mentre Volta costruisce la pila elettrica. L'intero '800, tra tanto altro, è anche il secolo del trionfo dell'elettricità e della definizione delle leggi fisiche dell'elettromagnetismo (con i suoi fenomeni ed i suoi campi). Le scoperte di Laplace, Ampere, Michael Faraday, Maxwell, Antonio Pacinotti, Galileo Ferraris, Lorentz, Hertz, ecc. testimoniano il forte sviluppo della disciplina. Applicazioni tecnologiche ed invenzioni sono più tarde e fanno capo soprattutto ad Edison e Marconi. Nel contempo, gli sviluppi della fisica moderna collocano la luce visibile come parte delle onde elettromagnetiche, stabilendone la sua natura ondulatoria ⁸⁵.

Una vera e propria rivoluzione è invece necessaria per la chimica che deve abbandonare gli errori aristotelici per ritornare al materialismo, atomistico e meccanico, democriteo. Questo ritorno, intuito da Paracelo, si avvia con Gassendi e Boyle cui si deve il nome stesso di chimica, preferito a quello medioevale d'alchimia, troppo compromesso in pratiche affatto scientifiche. Inizialmente sotto l'influsso della scuola tedesca, tutti i fenomeni di combustione, calcinazione ed ossidazione sono riuniti nella chimica flogistica, essendo flogisto un elemento (immaginario) che, nella combustione manifesta, è il fuoco visibile. Alla fine del '700, Lavoisier demolisce la chimica flogistica e fonda la chimica moderna, con l'invenzione dell'ossigeno (anche se la sua separazione, nell'aria, dall'azoto è della seconda metà dell'800 ⁸⁶). Nel corso dell'800, una serie di chimici illustri (tra cui John Dalton, Joseph Louis Gay-Lussac e Lorenzo Romano Amedeo Carlo Avogadro, conte di Quaregna e Cerreto) si occupa di rapporti tra elementi, di composti e di misure chimiche, fino ad arrivare alla formulazione del sistema periodico degli elementi ad opera di Dmitrij Ivanovič Mendeleeff ⁸⁷. Le prime applicazioni della chimica vanno subito dai materiali vari alla farmacia ed a molto altro ancora.

Nel loro complesso, i progressi della scienza e della tecnica portano ad uno sviluppo del mondo odierno, incomparabile davanti ad ogni epoca passata. I benefici, in termini di allungamento della vita umana, miglioramento della qualità della vita ed accrescimento delle ricchezze sono innegabili. Tuttavia oggi l'umanità intera si trova di fronte ai limiti dello sviluppo: sovrappopolazione, sovrapproduzione di beni materiali, esaurimento di materie prime, penuria alimentare, inquinamento globale. Questi fenomeni, nel loro insieme, difficili da controllare, sono maggiormente sentiti nei paesi in via di sviluppo (strutturalmente più deboli), sono forieri di nuove povertà e schiavitù, ed inducono un progressivo senso d'insicurezza. Tutto ciò mette in moto continue ondate migratorie, la rinascita di fanatismi ideologici o religiosi e dubbi sulla tenuta democratica (di stati ed organismi sopranazionali), sulla loro sufficienza a gestire una transizione (lunga e complessa) e sul potere affascinante della pubblicità e/o propaganda per pericolose soluzioni tecnologico-autoritarie. E' compito di tutti (e maggiormente di chi ne ha piena coscienza) evitare progressivi declini e/o improvvise catastrofi: alla dissoluzione del mondo antico, sono seguiti secoli bui che nessuno rimpiange.

⁸⁵ La fisica dei quanti, introducendo i fotoni, come quanti di luce, presenta nuovamente l'ipotesi corpuscolare per la propagazione della luce, dove la comunemente accolta ipotesi ondulatoria è comunque presente con il concetto di onda associata (a sua volta, valido anche per l'elettrone ed altre particelle subatomiche).

⁸⁶ Più vicina all'autore, è invece la separazione dell'ossigeno dall'idrogeno, mediante elettrolisi dell'acqua.

⁸⁷ I successi della fisica e della chimica hanno un impatto sulle scienze della vita, a partire dall'avvio dello studio della chimica organica e delle applicazioni alla biologia ed in agricoltura, da parte di Justus von Liebig. Così la fisiologia abbandona progressivamente le visioni aristoteliche e galeniche, per svilupparsi su basi scientifiche. Spallanzani e Louis Pasteur demoliscono l'idea della germinazione spontanea, a favore della riproduzione sessuata (od asessuata per le forme di vita più semplici).

Conclusione

Un'antichissima derivazione di scienza e tecnica dalla magia è innegabile, ma dipende dalla mancanza di conoscenze scientifiche, propriamente dette, e degli strumenti logici della ricerca. Allora la magia è religione, dove la distinzione io – mondo non è ancora ben fissata, in quanto il confine tra l'io e la realtà dipende dalla conoscenza, ancora in fieri, della natura delle cose. Oggigiorno invece, qualsiasi magia è pura superstizione, così come forme esagerate di spiritualismo e/o idealismo, ed anche materialismo (se trasformato in una religione atea). Infatti un io pensante che neghi la realtà esterna, non è diverso da un qualche dio – creatore del tutto. Dopodichè nella sostanza, l'oggetto del pensiero, la creazione ed anche la materia, resa assoluta, sono modi differenti per indicare una realtà esterna al soggetto (se si può invece dire, ai soggetti, ecco allora una conferma indiretta della realtà ed un invito ad intenderla come un bene comune). Pertanto la logica che via, via presiede allo sviluppo della scienza e della tecnica fa sì che abbiano solo un potere indiretto sulla realtà (io plurali compresi), mentre la magia vorrebbe averne uno diretto. La degenerazione della tecnica a strumento di dominio, privo di qualsiasi logica, diventa purtroppo una nuova magia.

Al di là del dominio della logica ... sono esistiti lunghi periodi dello svolgimento storico nei quali lo spirito umano si affaticava, a lentissimi passi, verso il concepire ed il pensare, e sottostava ad una legge del rappresentare e del parlare essenzialmente diversa (Cassirer, Filosofia delle forme filosofiche).

Le concezioni olistiche sembrano apparentemente superare il freddo riduzionismo di molta parte della scienza e della tecnica, ma non vanno oltre, nel tentativo vano di dare senso al tutto. Certamente il tutto è più della somma delle sue parti, ma questo solo perché, nel tutto, è presente anche l'organizzazione delle singole parti che ne permette il funzionamento, secondo le proprie specifiche finalità. Invece richiamarsi a concezioni magico – mitiche è una pericolosa deriva, di fronte alla quale è bene porre precisi limiti. La storia, recente ed anche recentissima, mostra chiaramente cosa significhi oltrepassare questo argine, con la lucida follia non solo di singole persone, ma anche di interi popoli. Certamente linguaggio, tradizioni culturali ed alcuni strumenti tecnologici hanno origini lontanissime e chiamano in causa archetipi, legati a miti altrettanto lontani. Tuttavia riportando indirettamente un altro pensiero dello stesso filosofo, appena precedentemente citato, è compito della logica della ricerca provvedere a separare i singoli elementi, interpretando il loro funzionamento, cosicché dall'accrescimento delle conoscenze possano derivare benefici duraturi per tutti (Cassirer, Linguaggio e mito).

Ogni spiegazione del mondo di tipo teorico si trova accanto, fin dai supi principi, un altro potere spirituale: il potere del mito. Per affermarsi contro di esso, filosofia e scienza devono non solo sostituire, nello specifico, le soluzioni mitiche con altre soluzioni, ma anche combattere e sconfiggere, nel suo insieme, la concezione mitica dell'essere e dell'accadere. Esse devono attaccare il mito non solo nei suoi prodotti e nelle sue forme, ma anche alla sua stessa radice (Cassirer, Sulla logica delle scienze e della cultura).

Queste considerazioni filosofiche hanno ricadute anche nell'ambito della statistica, con riferimento, alla variabile doppia ed all'inferenza statistica sulla stessa. Infatti è innegabile che la variabile doppia sia fondamentale per la comprensione di fenomeni e/o processi collegati, e l'inferenza statistica sulla stessa permetta di decidere sulla significatività (o meno) delle ipotesi di dipendenza formulate. Tuttavia occorre sempre essere ben certi della correttezza del modo di procedere, in termini di consistenza dei campioni di dati utilizzati, d'accuratezza e precisione delle stime effettuate, d'affidabilità e robustezza delle procedure di validazione dei modelli. Altrimenti la variabile doppia e l'inferenza statistica sulla stessa (e maggiormente

l'analisi multivariata e l'inferenza statistica multivariata) sono un elegante gioco numerico, privo di alcun significato reale. E' un problema deontologico di fondamentale importanza, indispensabile per il corretto impiego degli strumenti dell'analisi dei dati. Una curiosa storiella può essere brevemente raccontata ed induce al sorriso, salvo comprendere il suo potenziale ed intenzionale uso perverso ⁸⁸.

A voler trovare connessioni se ne trovano sempre, dappertutto e fra tutto, il mondo esplode in un vortice di parentele e tutto rimanda a tutto, tutto spiega tutto. ... Qualsiasi dato diventa importante, se connesso a un altro. ... La connessione cambia la prospettiva ... (Umberto Eco, Il pendolo di Foucault).

Un problema centrale è dato dai limiti della conoscenza. Essi esistono e sono insiti nella finitezza della natura umana. Ignorarla è folle, ma drammatizzare è inutile. I limiti della conoscenza sono spostati in avanti dall'impegno umano, verso lo sviluppo, il progresso ed il benessere. Ogni passo, piccolo o grande, richiede tempi, luoghi e condizioni favorevoli, ed è un compito dell'intera società, come dei singoli uomini, far sì che possano positivamente determinarsi. Per contro, riconoscere questi limiti significa accettare le contraddizioni inevitabili, presenti nel mondo, nella società e giù, giù fino alla vita spicciola quotidiana. Nessuna sconsolata rassegnazione, ma nessuna velleità da superuomo: ben sapendo che, dai limiti della conoscenza, derivano anche molti fallimenti. Comunque nessuna sconsolata rassegnazione: questi limiti non sono noti, a priori, e l'impegno umano, esplorando l'incognito alla ricerca delle zone-limite, è sempre necessario. L'avventura umana è compresa tra la grande muraglia cinese e gli ziggurat della Mesopotamia. La prima serve a contenere, ma è scavalcata dai mongoli; i secondi vogliono raggiungere il cielo, ma questo non è mai raggiunto. Occorre sempre tanta pazienza ed umiltà: un buon uso della logica e nessuna magia.



La grande muraglia cinese



Uno ziggurat della Mesopotamia

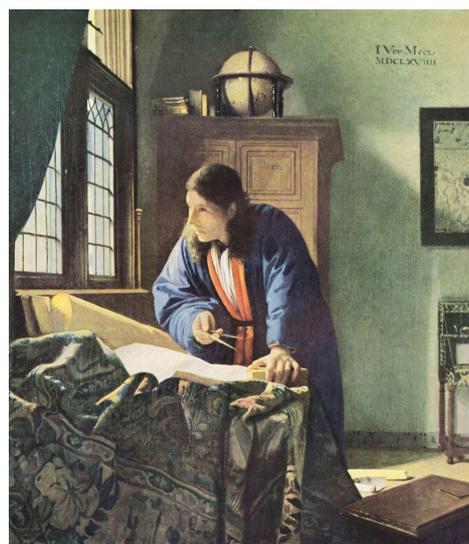
⁸⁸ Negli USA, fino agli inizi degli anni '60 del '900 (ed in Sudafrica fino agli anni '90), esistono diffuse forme legali di apartheid. Durante la battaglia per la conquista dei diritti civili, i razzisti bianchi americani vogliono dimostrare, con un'indagine statistica, che i neri sono meno intelligenti dei bianchi. La ricerca conferma debolmente questa tesi (ed il fatto è spiegato dalla diversa qualità del sistema scolastico). Tuttavia per dare un'apparente scientificità allo studio, la stessa ricerca confronta bianchi e gialli. Sorprendentemente i gialli risultano molto più intelligenti dei bianchi (e questo fatto è spiegato dalla sola presenza di élite di gialli, contro cospicue masse degradate di bianchi immigrati). Dopodiché la ricerca è chiusa rapidamente, senza dare pubblicità ai risultati ottenuti.

Un impegno, insieme illuminista e romantico, in una terra riformata e repubblicana, è descritto nelle ultime righe della seconda parte del poema Faust di Wolfgang Goethe, dove il suo protagonista (Faust), sfidando il suo avversario (Mefistofele), promuove la bonifica della terra e la costruzione delle dighe, tra i liberi ed uguali cittadini olandesi (come realmente avvenuto, in Olanda; tra la fine del XVI secolo e l'inizio del XVIII).

Provvedi quanti potrai lavoratori,
Paga, alletta, sollecita!
A milioni di uomini aprirò
nuovi salubri spazi, ove vivranno
in libera ed insonne attività.
Sì! Questa fede tutto mi riempie.
Dell'umana saggezza,
ecco l'estremo senso:
merita libertà, merita vita,

solamente colui che, in ogni giorno,
conquistare le deve con aspra lotta.
Potessi un dì mirare queste contrade
brulicanti d'un simile fervore
ed abitare sovra il redento suolo
fra un popolo redento;
allora potrei gridare all'attimo fugace:
Fermati: questo è così bello!
(Wolfgang Goethe – Faust, parte seconda)

Tre dipinti di Jan Vermeer testimoniano del clima dell'epoca, rappresentando la città universitaria di Delft che sorge dalle acque e due figure di studiosi: un astronomo ed un geografo. Infatti solo libertà ed uguaglianza permettono una ricerca non soggetta a dogmi precostituiti, esigono impegno per risanare la propria terra e costruirvi le città, e richiedono industria, mercato e commercio per creare e ridistribuire a tutti ricchezza.



Jan Vermeer – Veduta di Delft (L'Aia, Mauritshuis)
Astronomo (Parigi, Louvre)
Geografo (Francoforte Meno, Kunstinstitut und Galerie)

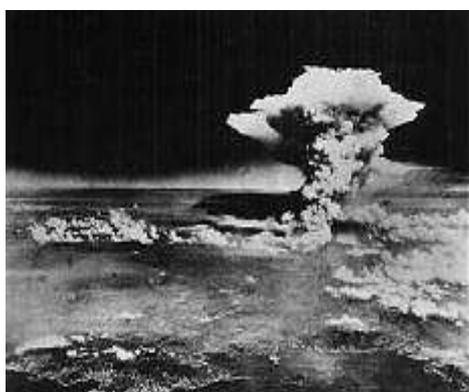
Vivere veramente è sperare: sperare nonostante (Henrik Ibsen, ultime parole)

Appendice – Non c'è libertà, ogni qual volta l'uomo cessi di essere persona e diventi cosa ⁸⁹

L'umana solidarietà e solo essa è capace concepire, mettere in atto e consolidare qualcosa di positivo, in un mondo complesso, caotico e contraddittorio e purtroppo spesso capace di generare situazioni negative. Tuttavia questa felice condizione non si attua spontaneamente, ma deriva da scelte coraggiose e responsabili di singoli uomini e di loro gruppi. Pertanto nonostante tante fondate speranze, spesso accade proprio il contrario di quanto sarebbe altrimenti auspicabile.

E gli uomini vollero piuttosto le tenebre che la luce (Giovanni, III 19)

è una dotta citazione evangelica (riportata nell'originale greco antico), messa da Leopardi, laicissimo poeta, in epigrafe alla poesia La ginestra o il fiore del deserto di cui nel prosieguo si riporta uno stralcio.



Il fungo atomico



L'olocausto nucleare ⁹⁰

Qui su l'arida schiena
del formidabil monte ...
la qual null'altro allegra arbor né fiore,
tuoï cespi solitari intorno spargi,
odorata ginestra,
contenta dei deserti. Anco ti vidi ...
annichilare in tutto ...
le magnifiche sorti e progressive.
Libertà vai sognando, e servo a un tempo
vuoi di novo il pensiero,
sol per cui risorgemmo
della barbarie in parte, e per cui solo
si cresce in civiltà, che sola in meglio
guida i pubblici fati.

... L'umana compagnia,
tutti fra sé confederati estima
gli uomini, e tutti abbraccia
con vero amor, porgendo
valida e pronta ed aspettando aita
negli alterni perigli e nelle angosce ...
Così fatti pensieri ...
strinse i mortali in social catena,
fia ricondotto in parte
da verace saper, l'onesto e il retto
conversar cittadino,
e giustizia e pietade, altra radice
avranno allor che non superbe fole, ...
(Giacomo Leopardi, La ginestra o il fiore del deserto)

Oggi come sempre è forse più interessante il movimento delle posizioni della loro fissità. Non si deve frugare tanto sospettosamente, per poi giungere in un punto controverso alla vecchia conclusione che dopo tutto si è ancora distanti gli uni dagli altri. Questa oggi è diventata una tesi noiosa. Si deve restare attenti al fatto che le cose sono in corso. Molto più stimolante che la distanza è la vicinanza che oggi si delinea (Karl Barth).

⁸⁹ Il titolo dell'appendice è ripreso da una frase Dei delitti e delle pene, di Cesare Beccaria. E' veramente importante citare la data della preziosa sentenza: 1764. Quanto volte, ancora oggi, capitano queste penose situazioni?

⁹⁰ L'olocausto nucleare è uno delle ultime manifestazioni che costituiscono la storia universale dell'infamia dell'umanità, dai roghi dell'inquisizione, contro eretici e streghe, alla tratta degli schiavi, durante il colonialismo (sembrerebbe impossibile, ma essa continua tuttora negli ordinari rapporti neo coloniali, come documentato addirittura dalle Nazioni Unite), fino alla ghigliottina, durante il terrore rosso e bianco. Il novecento dà poi massima evidenza all'infamia con i lager nazisti ed i gulag sovietici, oltre al sopraccitato olocausto nucleare, nonché la sterminata esplosione di slum, ghetti, bidonville e favelas, dove abitano oltre un miliardo di esseri umani, pressoché nel più totale disinteresse dell'altro miliardo di persone, abitanti del mondo sviluppato.



Ginestra o fiore del deserto



Biancospino o fiore della speranza

BIBLIOGRAFIA ESSENZIALE

- Cavalli Sforza L.L. (2008): L'evoluzione della cultura. Codice Edizioni, Torino.
- Chiodo S. (2006): Visione o costruzione – Nelson Goodman e la filosofia analitica contemporanea. Edizioni Universitarie di Lettere Economia Diritto, Milano.
- Chiodo S. (2008): La rappresentazione – Una risposta filosofica sulla verità dell'esperienza sensibile. Bruno Mondadori – Campus, Milano.
- Devlin K. (2008): La lettera di Pascal – Storia dell'equazione che ha fondato la teoria della probabilità. Rizzoli, Milano.
- De Wohl L. (2007): La liberazione del gigante. BUR, Milano.
- Eco U. (1987). Il nome della rosa. Bompiani, Milano.
- Enriques F., De Santillana G. (1936/1973): Compendio di storia del pensiero scientifico – dall'antichità fino ai tempi moderni. Saggi Zanichelli, Bologna.
- Enriques F. (1938/1982): Le matematiche nella storia e nella cultura. Zanichelli, Bologna.
- Ferrara A. (2008): La forza dell'esempio – Il paradigma del giudizio. Feltrinelli Editore, Milano.
- Foscolo U. (1988): Ultime lettere di Jacopo Ortis. Tascabili Bompiani, Milano.
- Gatti H. (2001): Giordano Bruno e la scienza del Rinascimento. R. Cortina Ed., Milano.
- Gingerich O. (2004): Alla ricerca del libro perduto. Rizzoli, Milano.
- Geronimi N. (2006): Giochi matematici del medioevo – I "conigli di Fibonacci" e altri rompicapi liberamente tratti dal *Liber Abaci*. Bruno Mondadori, Milano.
- Goethe J.W. (1986): I dolori del giovane Werther. Tascabili Bompiani, Milano.
- Lopez G. (1982): Leonardo e Ludovico il Moro – La roba e la libertà. Mursia, Milano.
- Luther Blisset (2000): Q. Einaudi Tascabili – Stile libero, Torino.
- Mezzi E., Vizza F. (2010): Luigi Lilio – medico astronomo e matematico di Cirò – Ideatore della riforma del calendario gregoriano. Laruffa editore, Reggio Calabria.
- Rossi P. (2006): Il tempo dei maghi – Rinascimento e modernità. R. Cortina Ed., Milano.
- Voltaire (1986): Candido. Tascabili Bompiani, Milano.
- Wu Ming (2009) Altai. Einaudi – Stile libero, Torino.